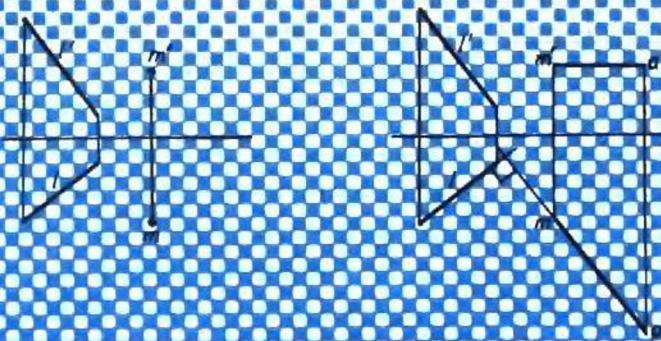


成人高等教育教材丛书

# 画法几何学

宋子玉 编



北京航空航天大学出版社

## 内 容 简 介

本书是专为成人高等教育、函授大学及自学读者编写的。内容包括绪论、点、直线、平面、直线和平面的相对位置、两平面的相对位置、投影变换、平面立体、曲面立体、平面与立体相交、两立体相交、轴测投影图等共十章。除结论外，每章末均有复习与思考题。与本书配套使用的还有由本书作者编写的《画法几何学习题集》同时出版，可供选用。

本书根据工程制图课程教材指导委员会1986年10月制订的《画法几何及工程制图》课程基本要求（机械类120~150），及高等工业院校函授教学的有关文件精神，参考国内、外同类教材编写的。

本书可作为成人高等教育、函授大学及自学读者机械类各专业的教材；也可作为普通高等院校有关专业的教材，并可供中等专业学校和中技学校教师及有关工程技术人员参考。

## 画 法 几 何 学

HUA FA JIHEXUE

宋子玉 编

责任编辑 曾昭奇

北京航空航天大学出版社出版  
新华书店总店科技发行所发行 各地新华书店经售  
北京农业大学印刷厂印装

787×1092 1/16 印张：22.5 字数：576 千字  
1988年10月第一版 1988年10月第一次印刷  
印数：4500 册 定价：4.00 元  
ISBN 7-81012-059-X/TB·012

# “成人高等教育教程丛书”

## 编 委 会

主任 刀正邦

副主任 李介水 白文林 王全斌 徐 兵

编 委 王绪威 蔡 勇 卢树森 金茂忠 朱淑桃

## 前　　言

举办成人高等教育在北航已有三十年的历史。为了面向未来，回顾三十个春秋，我们培养了一批毕业生，也积累了一定的办学经验。

依据我国的实际条件和客观需要，《中共中央关于教育体制改革的决定》中要求我国今后十五年培养出两个“数以千万计”的各类专门人才，根据初步测算，要完成这一项历史性的任务，单靠发展全日制高等教育这一形式是不可能的。何况有大批在职人员和没有机会进入普通高等学校的高中毕业生有待深造。目前，各个企业、事业单位以至机关、学校、科研机构也需要通过适当途径，在不脱离工作岗位的条件下，有效地提高自己单位专业人员的素质。客观需要我国发展高等教育要“两条腿走路”，在办好全日制高等教育的同时，努力办好成人高等教育。

我院是重点高等院校，为了发展教育事业，成立了继续教育学院。学校已形成以教学、科研为中心，研究生、全日制本科生、继续教育三种教学方式并存的局面。我们继续教育学院今后的努力方向是提高成人高等教育的素质与效益，并把提高教学质量放在工作首位。和研究生、全日制本科生的培养一样，争取把成人高等教育也达到国内第一流水平。积三十年经验，我们认为教材建设是至关重要的一环。好的教材对于任何教育形式都是重要的，而对于成人高等教育其重要性尤其突出。可以说，一整套体现成人高等教育特点、便于成人学习的优秀教材的产生过程，也就是教育质量提高的过程。现今成人高等教育教材存在着品种不齐全、质量不平衡、特点不鲜明的问题。为了适应成人

高等教育的发展，我们组织编写了“成人高等教育丛书”。成书的过程是：几年来我们有意识地聘请一批在全日制教学中的骨干教师兼任成人高等教育教学工作，以摸清成人高等教育的特点及其与全日制教育的异同，而后聘请其中部分教师在其讲稿的基础上，参照国家教育委员会所属课程教学指导委员会一九八六年制定的教学基本要求和教育部审定的有关函授教学大纲，编写这套教材。我们期望这套丛书能有益于我国成人高等教育事业的发展。

北京航空航天大学副校长  
北航继续教育学院院长

刁正邦

1987年12月

## 编 者 的 话

本书是专为成人高等教育、函授大学及自学读者编写的画法几何教材。

“画法几何及机械制图”是工科院校机械类各专业一门必修的技术基础课。它研究绘制和阅读工程图样及解决空间几何问题的原理和方法，为培养学生的制图能力及空间想象能力打下必要的基础。同时它又是学生学习后续课程和完成课程设计及毕业设计不可缺少的基础。

针对成人教育、函授大学及自学读者的特点，编者参考了国内、外的一些画法几何教材，特别是成人教育方面的资料，结合多年来在成人教学中的亲身体会，在内容的取舍和章节的编排上，有下列两个特点：

1. 在教材的内容上，既力求保证学科上的科学性、系统性，又力求适合成人教育、函授大学及自学读者的特点。突出基本理论、基本内容。

例如，本书在章节的编排上，按点、线、面、体、截交、相贯、轴测的顺序，一环扣一环，读者在学习本书时，可以明显地觉察到学科上的系统性及严密的几何逻辑。又如，在曲面一章，本书只限于圆柱、圆锥、圆球及圆环等基本回转曲面的讨论，从它们的形成、曲面上的点到截交、相贯、轴测。而对于其它曲线、曲面及立体的展开，本书均不涉及。这就使读者有可能在非常宝贵的有限时间里，把精力集中于有限的目标，掌握好基本理论和基本内容。

2. 力求便于自学。本书在编写中，尽量做到行文深入浅出，通俗易懂，图文并茂。

对重点内容，不仅从理论上力求讲深讲透、叙述详尽。而且更注意到解决问题的方法是怎样提出的。例如，在介绍用辅助平面法求两个平面的交线时，本书没有直接提出用一个辅助平面同时与两个平面相交，再求它们之间的共有点——三面共点原理。而是首先向读者介绍了辅助平面是怎样提出来的，从而自然地得出必须用一个辅助平面来求两个一般位置平面的交线。这就回答了许多读者对这一类问题的解题方法常常提出的“您怎么就想到了这个方法呢”的问题。

为了便于自学，书中常常先提出一个较简单的例题，然后逐步加深其难度，最后变成一个较复杂的题目。读者通过这些例题，就好象上楼一样，一个台阶一个台阶的上升，登上楼顶。通过这样的学习达到掌握全书内容的目的。

由于编者水平有限，衷心欢迎使用本教材的师生及其它读者，对本书中的缺点、错误提出批评、指正。

编 者 1987.12

# 目 录

## 绪 论

§ 0-1 本课的研究对象与学习目的 .....	(1)
§ 0-2 投影法的基本知识 .....	(2)
§ 0-3 平行投影的几何不变性 .....	(3)
§ 0-4 正投影法和轴测投影法 .....	(5)
§ 0-5 本课程的学习方法 .....	(7)

## 第一章 点

§ 1-1 点在两投影面体系中的投影 .....	(8)
§ 1-2 点在三投影面体系中的投影 .....	(12)
复习与思考题 .....	(17)

## 第二章 直线

§ 2-1 直线的投影 .....	(19)
§ 2-2 直线与投影面的相对位置 .....	(20)
§ 2-3 一般位置直线段的实长及其与投影面的倾角 .....	(25)
§ 2-4 直线上的点 .....	(31)
§ 2-5 两条直线的相对位置 .....	(34)
§ 2-6 直角投影定理 .....	(39)
复习与思考题 .....	(42)

## 第三章 平面

§ 3-1 平面的投影表示法 .....	(44)
§ 3-2 平面相对于投影面的位置 .....	(48)
§ 3-3 平面上的点和直线 .....	(53)
§ 3-4 平面上特殊位置直线 .....	(60)
§ 3-5 平面图形的投影 .....	(66)
复习与思考题 .....	(70)

## 第四章 直线与平面、平面与平面的相对位置

§ 4-1 直线与平面平行、两平面互相平行 .....	(75)
§ 4-2 直线与平面相交、两平面相交 .....	(81)
§ 4-3 直线与平面垂直、直线与直线垂直、两平面相互垂直 .....	(91)
§ 4-4 点、直线、平面综合作图题 .....	(99)
复习与思考题 .....	(104)

## 第五章 投影变换

§ 5-1 投影变换的含义 .....	(109)
---------------------	-------

§ 5-2 换面法的基本规则	(110)
§ 5-3 点的投影变换	(111)
§ 5-4 直线的投影变换	(116)
§ 5-5 平面的投影变换	(122)
§ 5-6 旋转法	(126)
§ 5-7 重合法——以投影面平行线为轴的旋转	(136)
复习与思考题	(140)

## 第六章 平面立体

§ 6-1 平面基本几何体	(141)
§ 6-2 平面立体的表面交线	(148)
§ 6-3 显示立体端面的真形	(156)
复习与思考题	(159)

## 第七章 回转曲面基本几何体

§ 7-1 回转曲面立体的形成及几何性质	(161)
§ 7-2 回转曲面立体的投影	(162)
§ 7-3 回转曲面上点的投影	(172)
§ 7-4 简单组合体的投影	(179)
§ 7-5 剖视的基本概念	(182)
复习与思考题	(185)

## 第八章 平面与立体相交

§ 8-1 截交线的基本性质	(188)
§ 8-2 平面与平面立体相交	(189)
§ 8-3 平面与曲面立体相交	(191)
§ 8-4 平面与组合体相交	(213)
§ 8-5 直线与曲面立体相交	(220)
复习与思考题	(224)

## 第九章 立体与立体相交

§ 9-1 相贯线的基本性质	(228)
§ 9-2 平面立体与曲面立体相交	(228)
§ 9-3 两曲面立体相交	(233)
§ 9-4 相贯线的特殊形式及影响因素	(259)
§ 9-5 组合体的综合相交	(267)
复习与思考题	(287)

## 第十章 轴测投影图

§ 10-1 轴测投影的基本原理	(289)
§ 10-2 正轴测的轴向变形系数和轴间角	(293)
§ 10-3 几何元素及平面立体的正等测	(299)
§ 10-4 圆的正等测	(307)

§ 10-5	曲面立体及组合体的正等测	(314)
§ 10-6	曲面立体交线的正等测	(324)
§ 10-7	正二测	(331)
§ 10-8	斜轴测	(334)
	复习与思考题	(343)

# 绪 论

## § 0-1 本课的研究对象与学习目的

在现代生产中，当人们设计某个产品时，首先要用某种方式把产品的形状、大小显示出来。如果用语言讲给别人听，或者用文字来描述，显然，这两种方法即使对于同一个简单的产品，每个人的描述都不可能完全相同。也就是说，人们很难用一般的语言和文字准确地表达出产品的形状和大小。由于图样可以准确而完整的表达产品的形状及大小，人们可以借助它来交流自己的设计思想，可以根据它来加工、制造、检验、维修各种产品和设备。图样就成为现代生产中不可缺少的一种工具。这就是为什么人们一谈论起图样时，常常比喻它是“工程技术”中的一种语言的原因。

众所周知，当今的时代是科学与技术突飞猛进的年代。处于今天的科学技术人员，一般来说，都必须掌握四种“语言”，以便能在科学技术的太空中自由的翱翔。这四种语言，即汉语、外国语、工程技术语及计算机语。其中的工程技术语，就是指图样而言的。这便足以说明图样在当代科学技术的发展中所占的重要地位。

图样怎样才能准确地表达产品的形状和大小呢？如同任何语言都有自己的语法一样，图样也有自己的理论和方法。这便是画法几何学的研究对象。画法几何学，从几何学的角度出发，认为任何产品都是由一些点、线、面组成的几何形体。它借助于投影的方法，把空间中的任意形状的几何形体投影到平面上，用平面上的投影图来表达空间立体的形状及位置。同时，它还可以在投影图的平面上，利用直尺和圆规等绘图仪器进行平面几何作图，从而确定组成立体的各个表面、棱线（或曲线）或点的形状以及它们之间的相对位置。前者称为图示法，后者称为图解法。可见，画法几何学，用几何抽象的方法，把产品抽象为几何形体，又把几何形体看成是由若干点、线、平面图形经过某种运动而形成的。它专门研究这些点、线、平面图形等几何元素或基本几何形体的投影规律及投影图形，并根据它们的投影图来研究、确定几何元素及几何体在空间中的形状及相对位置，从而达到用平面上的投影图来确定空间中立体的形状及大小的目的。

画法几何学在高等工业院校的教学计划中，是一门必修的技术基础课。它通过对学生讲授图示法及图解法等基本知识，培养学生的几何抽象能力、投影作图能力。这两个能力是发展空间想象力和空间构思力的基础。因此，它不仅对于从事工业生产、科研人员十分重要，对于发展和开拓学生的智力，也是一个十分重要的手段。为此近年来国内不少理科院校也逐渐开设了画法几何学的选修课，并受到广大学生的热烈欢迎。

显然，对处于生产、科研第一线的广大工程技术人员来说，学习和掌握本课程内容，对提高生产技术、对发明创造及革新，都是不可缺少的重要手段。

## § 0-2 投影法的基本知识

### 一、投影法的基本概念

投影法是画法几何研究问题的基本方法。对于空间中任意给定的一个点  $A$ ，设有一个平面  $P$  称为投影面，在  $P$  平面外有一个定点  $S$  称为投影中心，由点  $S$  可引出许多射线称为投影线。当某条投影线经过  $A$  点并与平面  $P$  交于一点  $a$  时， $a$  点即称为空间点  $A$  在投影面  $P$  上的投影。如图 0-1 所示。同样，对于空间的  $B$  点、 $C$  点，经过投影后，也可以在投影面  $P$  上得到它们各自的投影  $b$  点和  $c$  点。这就是画法几何经常使用的投影法。

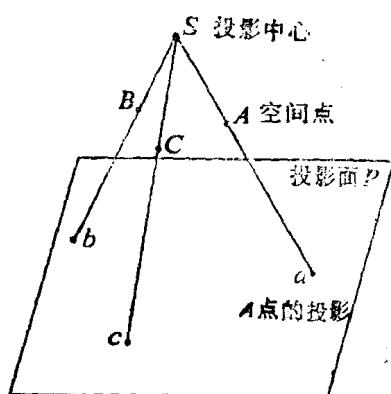


图 0-1

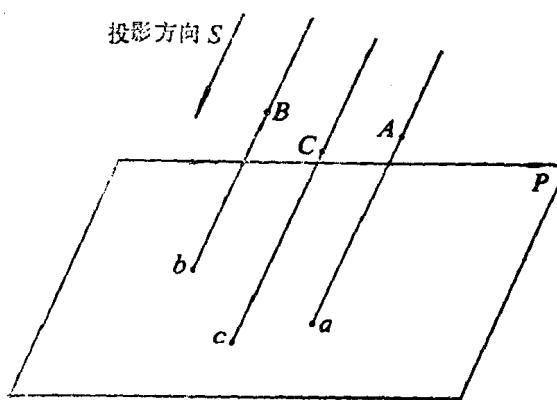


图 0-2

### 二、中心投影和平行投影

上面的投影法中，投影线都是从投影中心  $S$  点射出的，故又称中心投影。读者不难想象，当投影中心  $S$  远离投影面时，投影线之间会变得趋于彼此平行，只要投影中心离开投影面足够远（例如象太阳对于地面投射一样）。这时，可以认为投影线之间是互相平行的。在这种情况下在投影面  $P$  上得到的投影，称为平行投影。换句话说，平行投影即是在投影线互相平行的条件下，在投影面上得到空间点的投影。这时，与投影线平行的方向  $S$ ，称为投影方向。如图 0-2。

在平行投影中，投影方向可与投影面成不同的角度。当投影方向垂直于投影面时，称这种平行投影为正投影，如图 0-3 中  $S$  方向。而其他方向的平行投影均称斜投影，如图 0-3 中  $S_1$  方向。

现假定有一个平行于投影面  $P$  的平面  $ABCD$ ，按中心投影和平行投影两种方法可以分

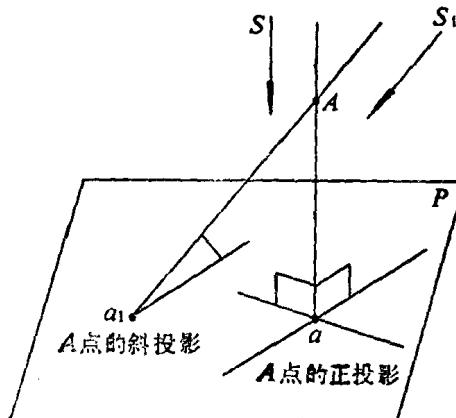


图 0-3

别得到它的两个投影，如图0-4 (a)、(b) 所示。显然，在中心投影的条件下，投影  $abcd$

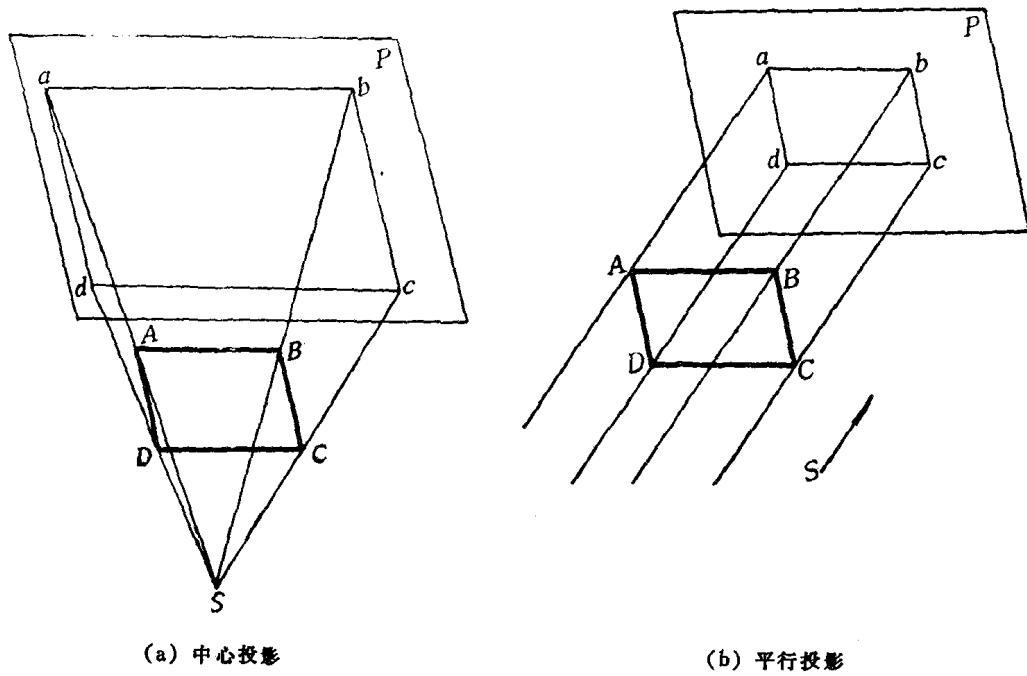


图 0-4

的大小与平面  $ABCD$  到投影面  $P$  的距离远近有关。而在平行投影的条件下，投影  $abcd$  的大小，则不受其距离的影响。因此，当使用平行投影来研究形体的投影时，可以不必考虑因形体离投影面的远近而对其投影所产生的影响。

### § 0-3 平行投影的几何不变性

平行投影法是画法几何研究问题的主要方法。空间的几何元素，经平行投影之后，几何元素与投影之间有些什么样的对应关系呢？换句话说，几何元素在空间之间的几何关系，几何性质经过平行投影之后，是否还仍然存在。它们之间有没有一些规律以使我们能准确地绘制出它们的投影图。这就要研究一下平行投影的基本几何特性，特别是几何元素之间以及它们自身经过平行投影之后还仍然保持着的几何特性。

#### 一、在一般情况下平行投影的几何特性

##### 1. 同素性

点的投影仍是点，如图0-2。

直线的投影仍是直线。直线在投影时，投影线与直线组成一个投射平面，它与投影面相交于一条直线。这条交线，即是直线在该投影面上的投影，如图0-5。

##### 2. 从属性

直线上点的投影仍在直线的投影上，如图 0-6 所示。 $C$  点在直线  $AB$  上，则  $C$  点的投影  $c$  必在直线  $AB$  的投影  $ab$  上。

### 3. 定比性

(1) 直线上两线段长度之比，等于其投影长度之比。如图 0-6 中，

$$\text{有 } \frac{AC}{CB} = \frac{ac}{cb}$$

(2) 两平行线段长度之比，等于其投影长度之比。如图 0-7 中，

$$\text{有 } \frac{AB}{CD} = \frac{ab}{cd}$$

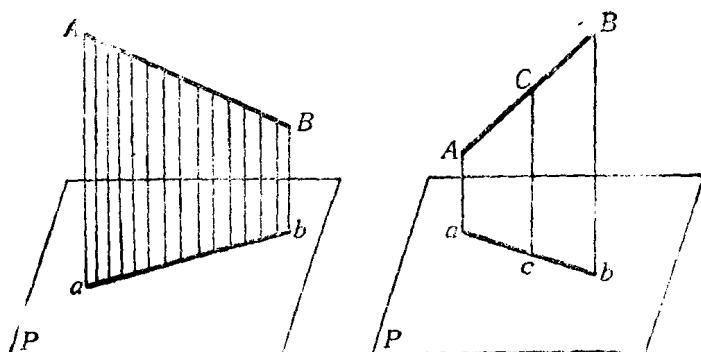


图 0-5

图 0-6

### 4. 平行性

平行两直线的投影仍平行。如图 0-7 所示，由于  $AE \parallel CD$ ，且  $Aa \parallel Cc \parallel S$  ( $S$  为投影方向)，则由  $Aa$ 、 $AE$  与由  $Cc$ 、 $CD$  所确定的两个平面互相平行，它们与投影面  $P$  的交线必定平行 (由立体几何知，两平行平面与第三个平面相交，其交线必平行)。故  $ae \parallel cd$ 。

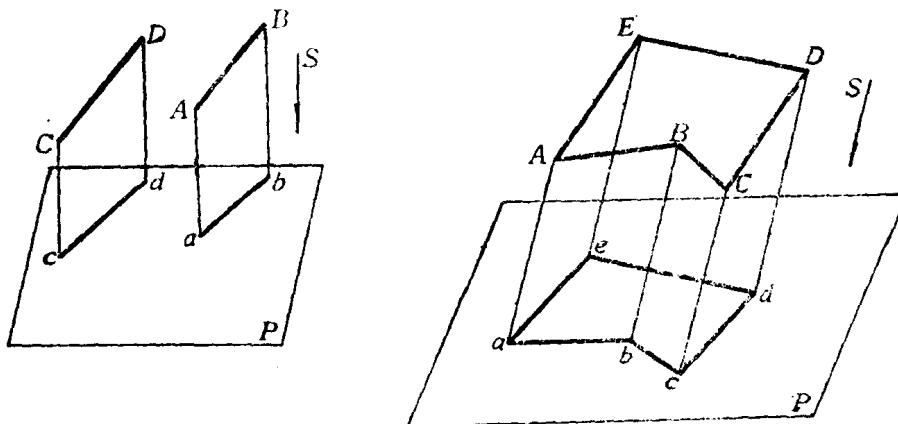


图 0-7

图 0-8

### 5. 亲似性

这里说的亲似性仅指平面多边形经平行投影之后，其边数和顶点数保持不变的几何性质。

如图 0-8 中，空间里有个平面五边形  $ABCDE$ ，它有五条边，五个顶点，经过平行投影之后，其投影  $abcde$ ，仍然是一个平面五边形。它仍然有五条边，五个顶点，并且空间的平面五边形在  $B$  点处向里凹进一个顶点，其投影  $abcde$  在同一个顶点的投影  $b$  处，也向里凹进一个顶点。也就是说，空间的平面五边形，经过平行投影之后，其投影图不会变成四边形或三边形，也不会变成六边形或七边形等等。投影图中多边形的边数总是保持着与空间多边形相同的边数。这种几何特性，我们称为平行投影的亲似性。

## 二、在特殊情况下平行投影的几何特性

什么是特殊情况呢？这里指：

1. 当空间直线平行于投影方向时，直线的投影不再是直线而成为一个点。当空间平面与投影方向平行时，平面的投影成为一条直线，如图 0-9 所示。平行投影的这种性质，称为积聚性。

2. 当空间直线与投影面平行时，直线上线段投影的长度即为该线段的真实长度。当空间的平面图形与影投面平行时，平面图形的投影即为空间平面图形的真实形状和大小。平行投影的这个性质，称为存真性。如图 0-10 所示。

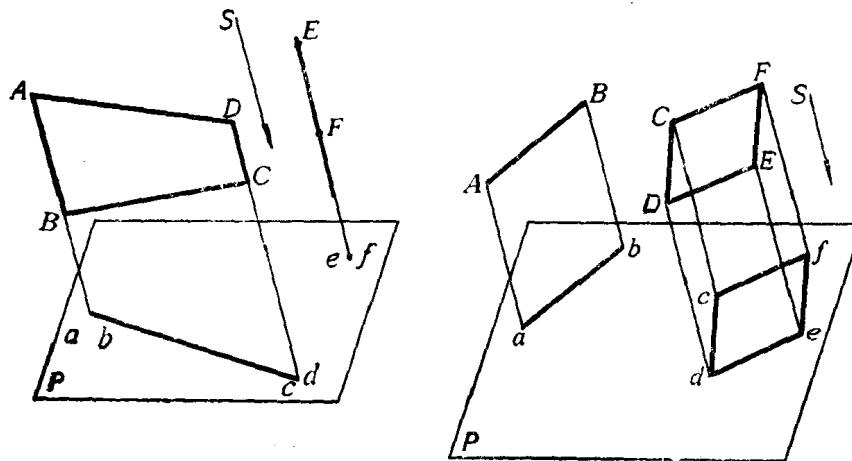


图 0-9

图 0-10

上述平行投影的几何特性，反映了空间几何元素与其投影之间的深刻的内在联系，又称为平行投影的几何不变性。它们是今后研究形体的投影，以及根据投影图来分析空间形体的形状、大小及位置关系的基本依据。在今后的学习中，有意识地运用这些特性，不仅可以帮助我们想象、从而觉察出空间形体和投影图之间的对应关系，还可以简化作图步骤。

由上述可知，当几何元素在空间的位置确定之后，只要给定投影方向以及投影面，就可以在投影面上得到该元素的唯一确定的投影。但是，如果我们已经知道了空间几何元素一个投影，能不能唯一确定几何元素在空间的位置呢？从上面的分析中不难看出，无论点的投影、直线的投影或者平面的投影，当只有一个投影面时，只根据它们的一个投影是不能唯一确定它们在空间的位置的。或者说，投影是不可逆的。如图 0-11 所示。当已知点的一个投影  $a$  时，对应这个  $a$  点，在空间可以有  $A_1, A_2, \dots, A_n$  许多点。因此，为了能唯一确定点在空间的位置，在工程上根据不同的情况，常采用不同的方法。本课程主要讨论其中的正投影法和轴测投影法。

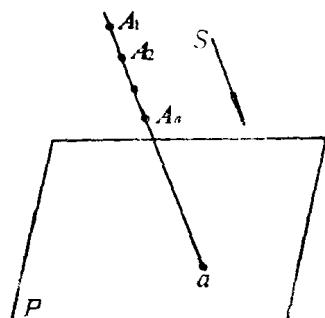


图 0-11

## § 0-4 正投影法和轴测投影法

### 一、正投影法

正投影法是一种多面投影图。例如，为了用点的投影图表达点在空间确定的位置，可以

设立两个互相垂直的投影面  $P$  和  $Q$ , 再把空间点分别向  $P$  面和  $Q$  面做正投影。如图 0-12(a)。

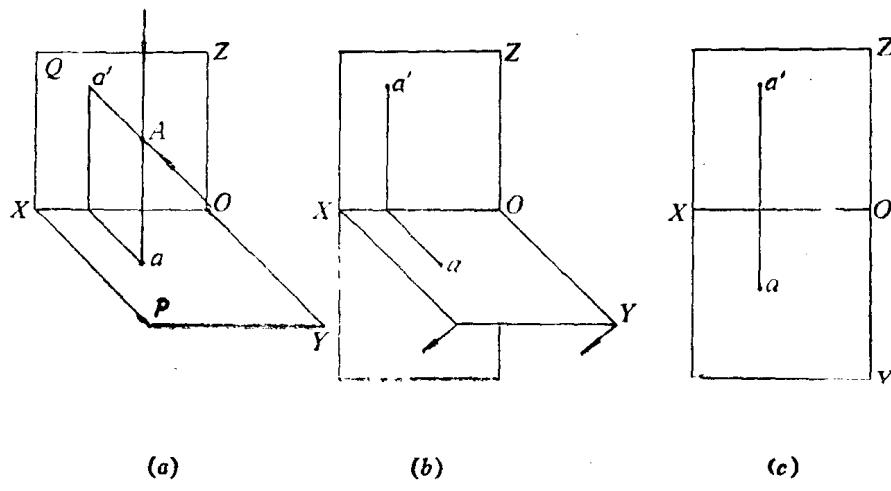


图 0-12

空间点  $A$  在  $P$  投影面上的投影用  $a$  表示, 在  $Q$  投影面上的投影用  $a'$  表示。为了讨论方便, 我们在  $P$  和  $Q$  平面上, 分别建立  $Y$  轴和  $Z$  轴, 并设  $P$  与  $Q$  平面的交线为  $X$  轴, 原点为  $O$ 。由于平面  $P$  垂直于  $Q$ , 而且投影线垂直于投影面(正投影)。则投影  $a$  可以反映  $A$  点的  $Y$  坐标及  $X$  坐标, 投影  $a'$  可以反映  $A$  点的  $Z$  坐标及与投影  $a$  相同的  $X$  坐标。显然, 只要  $A$  点的两个投影  $a$  和  $a'$  的位置一经确定,  $A$  点在空间的位置就被唯一确定了。但是, 这样的投影图是在  $P$  和  $Q$  两个平面上, 它们仍然是一个立体图。为了能在同一个平面上表达空间中这两个平面上的投影, 让  $Q$  平面保持不动, 把  $P$  平面绕  $X$  轴向下转  $90^\circ$  与  $Q$  平面重合, 如图 0-12(b), 展开后的投影图如图 0-12(c) 所示。在这个图中, 投影面  $Q$  和  $P$  已经同处于一个平面上, 它同时表达了空间  $A$  点在两个投影面上的投影, 它是从不同的投影方向, 向不同的投影面投影后分别画出的。因此它是一个多面投影图, 或者说它是一个综合图。显然, 这种多面投影图能够唯一确定几何元素在空间的位置。本书中所讨论的投影, 如无特殊声明, 均指用正投影法得到的几何元素的正投影图, 简称为“投影”。

## 二、轴测投影法

人们平时所说的立体图, 在画法几何中叫轴测投影图。它与正投影图不同, 它是将立体投影到单一的投影面上得到的投影图。因此, 轴测投影是一种单面投影。

如图 0-13 所示, 首先在立体上建立空间直角坐标系  $O-X Y Z$ , 立体在空间的位置便随之确定。然后选择投影方向  $S$  和投影平面  $P$ , 采用平行投影法将立体连同其上的坐标系一起

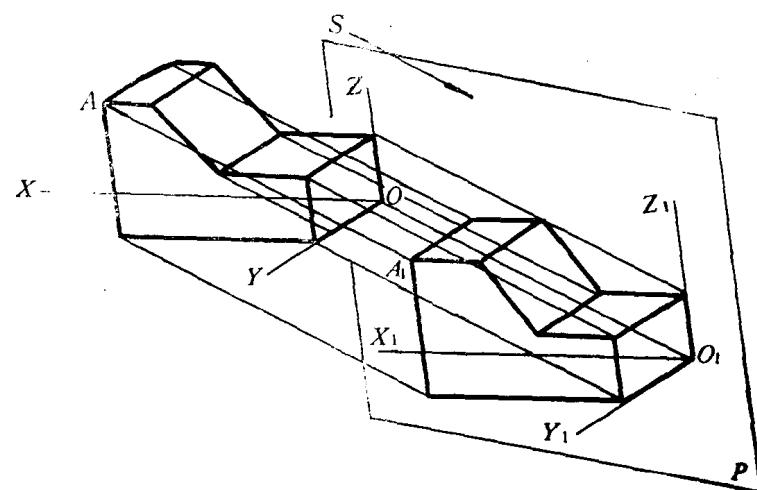


图 0-13

投影到  $P$  平面上，便得到了该立体的轴测投影图。在这样的投影图中，不仅有立体自身的投影，而且有反映立体各部分之间位置关系的坐标系。即  $O_1-X_1Y_1Z_1$ 。由于轴测投影图中的这个坐标系与立体上原来的坐标系  $O-XYZ$  之间有一定的比例关系，因而立体上凡与坐标轴平行的线段，在投影图中，根据平行性它们的投影也都具有相同的比例关系。根据这种比例，就可以在投影图中测量立体各轴向方向的尺寸，因而也就可以确定立体各部分的形状及相对位置。整个立体的形状也就确定了。由于这种投影图可以同时反映立体三个方向的形状，因此其立体感较强，这就是轴测投影法。读者可比较一下，正投影法与轴测投影法各自的特点。

## § 0-5 本课程的学习方法

如前所述，图示法和图解法是本课的两个主要任务。这两个问题都是在初等几何原理的基础上，根据平行投影的几何特性，用平行投影的方法，利用平面上的投影图来表达空间中几何形体的形状、大小及相对位置。因此要求读者必须具备初等几何、特别是立体几何方面的知识。在学习过程中，应该有意识地根据初等几何及画法几何的原理进行画法几何的投影作图。这种作图，就其方法来说，仍是一些最基本的平面几何作图。但是，这些图形所表达的意义，已经是画法几何的性质了。可见具备初等几何的知识是学好本课的前提条件。

当然，光有雄厚的初等几何知识还不能说就一定能学好画法几何。在学习中，还要紧紧抓住空间的几何元素与它们的投影之间的对应关系。这里涉及两个问题：第一，空间的几何元素是什么？有什么样的几何性质？例如，空间有两条直线，那么它们之间或者相交、或者平行、或者不在一个平面内。它们之间的三种位置关系又统称空间两直线的几何关系，或叫几何性质。第二，在不同的几何关系下，其投影规律是什么？怎样正确地画出其投影图。前者，我们又叫做空间分析，后者又叫做投影作图。由于用正投影法得到的投影图是一种多面图，因而在进行投影作图时，还应该注意各个投影面上投影图之间的对应关系。也就是说，既要弄清空间几何元素与它们的投影之间的投影对应关系，又要弄清投影图与投影图之间的投影对应关系。当我们理解并掌握了这些投影对应规律之后，就有可能比较容易地根据空间的几何元素或者由它们组成的若干几何形体画出它们的投影图。同时也可根据它们在不同投影面上的投影以及投影图之间的对应规律，想象出它们的空间形状、大小及其相对位置。这个过程，就是在很多画法几何书中都提到的从空间到投影面，再由投影面返回到空间的投影对应问题。也就是所谓空间想象或者空间思维过程。

怎样才能算理解和掌握了本课的基本原理及投影对应规律呢？这就需要通过一定数量的习题进行自我检查。学习本课必须认真而准确地完成一定数量的习题，才有可能掌握本课程中的基本概念、基本理论及基本内容；才有可能达到举一返三、融会贯通；才能使读者具有知识的储存、转移的能力，或者叫知识迁移的能力。从而达到开发读者的智力、培养读者的能力的目的。

# 第一章 点

## 内容提要及教学要求：

点是构成所有几何图形的最基本的元素。本章详细介绍了点在两投影面体系及在三投影面体系中的投影规律。点的投影对应规律是学习本课的基础。

学习本章，应弄清点的投影规律是什么，它是怎样得出的。应熟练地掌握点在三投影面体系中第一分角内各种位置的投影。并在头脑中建立、储存一个点向三投影面投影再把三个投影面展平成三面投影图的空间模型。能根据点的两个投影熟练地求出第三个投影，并能想象出空间点的位置。

绪论已提出几何元素的一个投影不能确定该元素在空间的位置。正投影法采用两个或多个投影面，作出几何元素在这些投影面上的投影图，再根据展开后的投影图确定几何元素的空间位置。点，是构成所有几何图形最基本的几何元素，也是最简单的几何图形。点的投影，也是投影图中最基本的元素。掌握了点的投影对应规律，就为学习本课的基本理论，基本内容及作图方法奠定了坚实的基础。

## § 1-1 点在两投影面体系中的投影

### 一、两投影面体系的组成

在空间取两个互相垂直的平面。一个处于水平位置，称水平投影面，以大写字母  $H$  表示。又称  $H$  投影面，或简称  $H$  面。另一个处于正立的位置，称正立投影面，以大写字母  $V$  表示。又称  $V$  投影面，或简称  $V$  面。 $H$  面与  $V$  面相交于一条直线称为投影轴，以大写字母  $X$  表示。设原点为  $O$ ，则投影面  $H$ 、 $V$  及投影轴  $OX$  组成了两投影面体系。如图 1-1 所示。

在两投影面体系中，整个空间被分成四个部分，每个部分空间称为一个分角或称为一个象限，并按图 1-1 规定的顺序划分为一、二、三、四个分角。

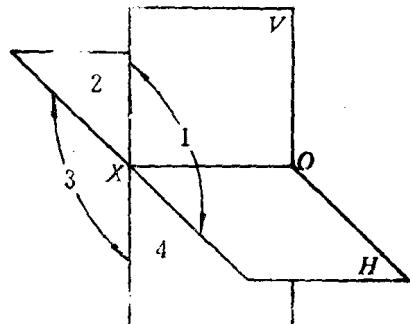


图 1-1 两投影面体系

### 二、在第一分角内点的两面投影图

设第一分角空间内有一个  $A$  点。自  $A$  点向  $H$  面做垂线与  $H$  面的交点（即垂足），即是  $A$  点在  $H$  面上的投影，以小写字母  $a$  表示。称  $a$  为  $A$  点的水平投影，或者叫  $A$  点的  $H$  投影。同法可得到  $A$  点在  $V$  面的投影，以右上角带撇的同一个小写字母  $a'$  表示。称  $a'$  为  $A$  点的正面投影，或者叫  $A$  点的  $V$  投影。如图 1-2 (a)。

由  $A$  点向  $H$  面和  $V$  面引出的两条垂线，确定一个矩形平面  $Aaa'a'$ 。该平面与  $OX$  轴交