

高等学校教材

材料力学

(II)

苟文选 主编

卫 丰 金保森 副主编

中
国
科
学
院

中
国
科
学
院

西北工业大学出版社

高等学校教材

11407/22

材 料 力 学

(Ⅱ)

苟文选 主编
卫 丰 金保森 副主编

编写组成员（以姓氏笔划为序）

卫 丰 王安强 王锋会 苟文选
张 光 张克实 金保森 耿小亮
黄 涛 矫桂琼 楚康鸿

西北工业大学出版社

内容摘要

作为模块化教材的拓展模块,本书包括能量法、超静定系统、动载荷、交变应力、扭转及弯曲问题的进一步研究、超过弹性极限后材料的变形与强度、材料力学行为的进一步认识、实验应力分析概况、计算机技术在材料力学中的应用等内容。各章后均配有适量的思考题及习题,书后附有参考答案。

本书可作为高等工科院校力学、机械及建工类专业的教材,亦可作为上述各类专业函授、电大的教材及科技工作者的参考书。

前　　言

根据教育部“面向 21 世纪力学系列课程教学内容与体系改革的研究与实践”项目及《国家工科基础课程——力学教学基地》建设的要求,我们组织编写了这套《材料力学》教材。

教材是课程教学内容和课程体系改革的核心。多年来,老师们在材料力学教材建设方面付出了辛勤的劳动。1991 年,张剑英教授等编写了《材料力学》教材。几经试用后,在广泛征求教师和学生意见的基础上,于 1994 年由郑斯滔教授主持,对 1991 年版《材料力学》教材作了重大修改并再版,同时编写了《材料力学解题指导》。这些教材与《材料力学四选一题集》、《材料力学实验》组成了一套完整的多学时材料力学课程教材体系。1997 年,根据原国家教委“面向 21 世纪力学系列课程教学内容与体系改革与实践”立项研究的要求,为适应新形势,组织了模块化教材的编写和教学实践,并取得了经验。这套教材就是在此基础上编写而成的。

新的模块化《材料力学》教材包括《材料力学》(I)基础模块、《材料力学》(II)拓展模块和《材料力学》(III)研究模块。《材料力学》(III)主要阐述材料力学中的新材料、新理论、新方法,适合采用讲座形式介绍。

在编写这套材料中,我们注重对学生分析问题和解决工程实际问题能力的培养;注意实验技能的训练,为此专列了“实验应力分析概况”一章;在实验方法及叙述中,尽可能与国标达到统一,使得设计及试验规范统一;为了加强对学生计算能力的培养,编写了“计算机技术在材料力学中的应用”一章;突破《材料力学》基础假

设的限制,除引用一些非线性例题以拓展知识面外,还撰写了“超过弹性极限后材料的变形与强度”,并对非连续体及各向异性体的力学性质作了简要的阐述。为了便于学生掌握教材内容,各章后配有思考题和习题。

《材料力学》(Ⅱ)的主要内容包括:能量法、超静定系统、动载荷、交变应力、扭转及弯曲问题的进一步研究、超过弹性极限后材料的变形与强度、材料力学行为的进一步认识、实验应力分析概况及计算机技术在材料力学中的应用等内容。作为拓展模块供力学、机械、建工等各专业选修。

本书第一、二、三章由卫丰编写,第四章由王锋会编写,第五章由苟文选、楚康鸿编写,第六章由张克实编写,第七章由矫桂琼编写,第八章由金保森、苟文选编写,第九章由张光、黄涛编写。

全书由苟文选任主编,卫丰、金保森任副主编。

郑斯滔教授在百忙中审校阅了全稿,并提出宝贵意见。原国家教委工科课程指导委员会委员、博士生指导教师俞茂宏教授担任本书的主审工作,并提出精辟珍贵的指导修改意见。西北工业大学出版社的领导和编辑们给予许多关怀和帮助,在此一并表示衷心的感谢。

面向 21 世纪力学系列课程教学内容和课程体系改革是一项重大课题,但限于编者的水平,教材中难免有疏漏和不妥之处,希望使用本教材的广大师生和读者提出批评意见,以利于教材质量的进一步提高。

编者

1999 年 12 月

力学使用的量和单位

分类	符 号	名 称	国际单位	备 注
外 力	F	集中载荷	N, kN	$1 \text{ kgf} = 9.81 \text{ N}$
	q	分布载荷集度	N/m, kN/m	$1 \text{ kgf/m} = 9.81 \text{ N/m}$
	M, M_e	外力偶矩	N · m, kN · m	$1 \text{ kgf} \cdot \text{m} = 9.81 \text{ N} \cdot \text{m}$
	F_{af}	附加力	N, kN	
	M_{af}, T_{af}	附加力偶矩	N · m, kN · m	
	F_R	约束反力	N, kN	
	$F_A (F_{Ax}, F_{Ay})$	A 点处的支座反力	N, kN	
内 力	F_d	动载荷	N, kN	
	F_N	轴力	N, kN	
	F_s, F_{sy}, F_{sz}	剪力	N, kN	
	M_y, M_z	弯矩	N · m, kN · m	
	T, T_x	扭矩	N · m, kN · m	
	\bar{F}_N	单位力引起的轴力	N, kN	
	\bar{F}_s	单位力引起的剪力	N, kN	
	$\bar{M}, \bar{M}_y, \bar{M}_z$	单位力引起的弯矩	N · m, kN · m	
	\bar{T}	单位力引起的扭矩	N · m, kN · m	
	M_e, T_e	弹性极限弯矩、扭矩	N · m, kN · m	
	M_p, T_p	塑性极限弯矩、扭矩	N · m, kN · m	

续表

分类	符 号	名 称	国际单位	备 注
应 力 、 应 变 、 位 移 力	σ	正应力	Pa, MPa	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$
	τ	切应力	Pa, MPa	$1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa}$
	σ_{\max}	最大正应力	Pa, MPa	$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$
	σ_{\min}	最小正应力	Pa, MPa	$1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$
	σ_m	平均应力	Pa, MPa	$1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$
	σ_a	应力幅	Pa, MPa	
	σ_r	循环特征为 r 的疲劳极限	Pa, MPa	
	σ_{-1}	对称循环的疲劳极限	Pa, MPa	
	σ_{st}	静应力	Pa, MPa	
	σ_d	动应力	Pa, MPa	
	$(\sigma-1)_d, (\tau-1)_d$	光滑试样的疲劳极限	Pa, MPa	
	$(\sigma-1)_k, (\tau-1)_k$	有应力集中的疲劳极限	Pa, MPa	
	ϵ	线应变		
	Δ, δ	广义位移	mm, rad	
	δ_{ij}	单位力引起的位移	mm, m	
	Δ_{st}	冲击点静位移	mm, m	
	Δ_a	动位移	mm, m	

续表

分类	符 号	名 称	国际单位	备 注
材 料 特 性 等	σ_u	极限应力	Pa, MPa	
	$[\sigma]$	许用应力	Pa, MPa	
	$[\sigma_t], [\sigma_c]$	拉伸、压缩许用应力	Pa, MPa	
	E	弹性模量(杨氏模量)	GPa	
	G	切变模量	GPa	
	$[\sigma_{-1}]$	对称循环的许用应力	Pa, MPa	
	N	累积循环次数、疲劳寿命		
	K	应力强度因子、应力集中因数	$N \cdot m^{-\frac{3}{2}}$	
	K_c, K_{lc}	平面应力、平面应变断裂韧度	$N \cdot m^{-\frac{3}{2}}$	
	A	弯曲中心		
	e	偏心距	mm	
	α_k	材料的冲击韧度	J/mm ²	
	K_a, K_t	有效应力集中因数		
	ϵ_a, ϵ_t	尺寸因数		
	β	表面质量因数		
	ψ_a, ψ_t	不对称循环敏感因数		
	n_o	构件的工作安全因数		

续表

分类	符 号	名 称	国际单位	备 注
材 料 特 性 等	W	功	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$
	V_s	应变能	J	
	v_s	应变能密度	J/mm^3	
	r	循环特征(应力比)		
	ω	角速度	rad/s	
	α	角加速度	rad/s^2	
	v	速度	m/s	
	a	加速度	m/s^2	
	g	重力加速度	m/s^2	
	K_d	动荷因数		
	E	能(量)	J	
	$E_p(V)$	势能,位能	J	
	$E_k(T)$	动能	J	

注: ① 国际单位中的空栏为“无量纲”。

② 主要使用的量和单位表的编写依据是“中华人民共和国国家标准 GB3100—93 国际单位制及其应用”, GB3101—93 中“有关量、单位和符号的一般原则”, GB3102.3—93 中“力学的量和单位”。对标准中无规定的符号, 使用依据是高等教育出版社“材料力学主要符号表”。

目 录

第一章 能量法	1
§ 1-1 杆件应变能的计算	1
§ 1-2 杆件应变能的普遍表达式	8
§ 1-3 卡氏定理	12
§ 1-4 莫尔积分	19
§ 1-5 图形互乘法	28
§ 1-6 虚功原理	34
§ 1-7 剪力对弯曲变形的影响	38
§ 1-8 功的互等定理和位移互等定理	40
思考题	42
习题	44
 第二章 能量法在超静定系统中的应用	49
§ 2-1 概述	49
§ 2-2 变形比较法	51
§ 2-3 力法的正则方程	61
§ 2-4 对称条件的应用	72
§ 2-5 三弯矩方程	81
思考题	88
习题	89

第三章 动载荷	95
§ 3-1 概述	95
§ 3-2 构件作等加速直线运动或匀速转动时的应力计算	95
§ 3-3 冲击时应力和变形的计算	102
§ 3-4 冲击韧度	115
§ 3-5 提高构件抗冲击能力的措施	117
§ 3-6 考虑被冲击物质量的冲击应力	118
思考题	122
习题	124
第四章 疲劳强度	130
§ 4-1 概述	130
§ 4-2 交变应力的循环特征	133
§ 4-3 疲劳极限	136
§ 4-4 影响疲劳极限的因素	140
§ 4-5 对称循环下构件的疲劳强度计算	148
§ 4-6 非对称循环下构件的疲劳强度计算	151
§ 4-7 弯扭组合作用下构件的疲劳强度计算	160
§ 4-8 抗疲劳设计	164
§ 4-9 提高构件疲劳强度的措施	167
思考题	169
习题	171
第五章 扭转及弯曲问题的进一步研究	176
§ 5-1 薄壁杆件的自由扭转	176
§ 5-2 开口薄壁杆件的弯曲切应力及弯曲中心	183
§ 5-3 平面曲杆的正应力	191

§ 5-4 用共轭梁法求梁的变形	200
§ 5-5 梁变形的普遍方程—奇异函数法	207
思考题	217
习题	218
第六章 超过弹性极限材料的变形与强度	223
§ 6-1 概述	223
§ 6-2 金属材料在简单拉压载荷下的塑性变形	224
§ 6-3 纯弯曲梁的塑性变形	228
§ 6-4 横力弯曲梁的塑性弯曲	232
§ 6-5 圆轴的极限扭矩	237
§ 6-6 简单桁架的弹塑性变形分析	240
思考题	245
习题	246
第七章 材料力学行为的进一步认识	247
§ 7-1 温度对材料力学性能的影响	247
§ 7-2 应变速率对材料力学性能的影响	248
§ 7-3 材料的粘弹性特性简介	249
§ 7-4 线弹性断裂力学简介	253
§ 7-5 复合材料力学简介	256
思考题	263
习题	263
第八章 实验应力分析概况	265
§ 8-1 概述	265
§ 8-2 电测法的基本原理	266
§ 8-3 应变测量与应力换算	272

§ 8-4 光弹性实验方法及平面偏振光	280
§ 8-5 平面受力模型在平面偏振光场中的效应	281
§ 8-6 平面受力模型在圆偏振光场中的效应	286
§ 8-7 材料条纹值的测定	290
§ 8-8 光弹性方法的应用	293
思考题	295
习题	295
第九章 计算机技术在材料力学中的应用	297
§ 9-1 概述	297
§ 9-2 平面图形几何性质计算	299
§ 9-3 应力状态分析	306
§ 9-4 圆轴弯扭组合的强度分析	313
§ 9-5 连续梁及三弯矩方程	320
§ 9-6 压杆的稳定性计算	326
习题	335
习题答案	337
参考文献	346

第一章 能量法

§ 1-1 杆件应变能的计算

所有的弹性体在外力作用下都要发生变形，如外力从零开始缓慢地增加到某一数值，弹性体的变形也从零开始增大到相应的某一值。在变形过程中略去动能、热能等其它能量的损耗，可以认为，在弹性范围内外力所作的功 W ，全部转变为储存于弹性体内的应变能 V_s ，即

$$W = V_s \quad (1-1)$$

在弹性范围内，应变能和外力功是可逆的。即当外力缓慢地解除时，应变能又可全部转变为功。利用能量法来研究刚架、桁架、曲杆等的变形，解决超静定问题，稳定和冲击问题等都非常简便。由于能量法便于应用计算机求解，因此越来越受到重视。

本章介绍应用能量法分析弹性体位移的有关原理和方法。如无特殊说明，仅限于线弹性问题。

首先讨论基本变形下杆件应变能的计算。

一、轴向拉伸或压缩

在线弹性（应力-应变关系服从胡克定律）范围内，外力在杆件上所做功数值上等于储存于杆内的应变能。在《材料力学》(I)的 § 2-10 中已经证明，三角形 OAB 的面积（图 1-1(b)）在数值上等于外力作的功，即

$$W = \frac{1}{2} F \Delta l \quad (1-2)$$

因

$$F_N = F \quad \Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

由式(1-1), 得应变能为

$$V_s = W = \frac{1}{2} F \Delta l = \frac{F_N^2 l}{2EA}$$

当外力比较复杂, 沿杆轴线的轴力 F_N 为变量, 或杆的横截面面积沿轴线是变量时, 先求出长为 dx 微段内的应变能为

$$dV_s = \frac{F_N^2(x)}{2EA(x)} dx$$

积分求出整个杆件的应变能

$$V_s = \int_l \frac{F_N^2(x)}{2EA(x)} dx \quad (1-3)$$

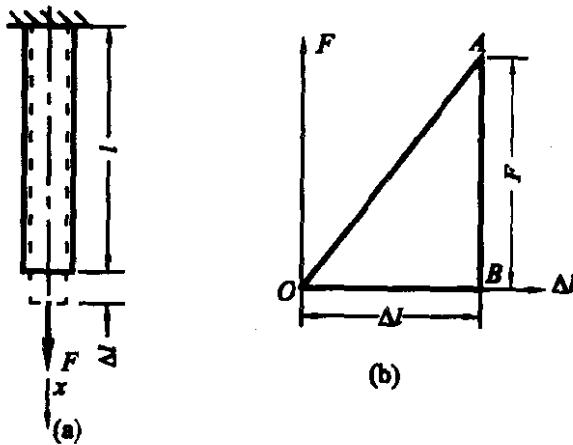


图 1-1

二、扭转

圆轴扭转时(图 1-2(a)), 在线弹性范围内, 如扭矩从 0 增加到最终值 T , 则扭转角也从 0 增加至 φ , 它们之间的关系也是一条斜直线, 如图 1-2(b) 所示。与拉伸相似可以证明, 在变形过程中,

扭矩所做的功在数值上等于三角形 OAB 的面积, 即

$$W = \frac{1}{2}T\varphi \quad (1-4)$$

因

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p}$$

扭转应变能为

$$V_s = W = \frac{1}{2}T\varphi = \frac{T^2l}{2GI_p} \quad (1-4a)$$

如沿杆的轴线扭矩或极惯性 I_p 为变量, 则上式变为

$$V_s = \int_l \frac{T^2(x)}{2GI_p(x)} dx \quad (1-5)$$

式(1-4a) 和式(1-5) 均对圆轴而言, 对非圆截面杆的扭转, 仅需将上两式中的 I_p 换成 I_n 即可。

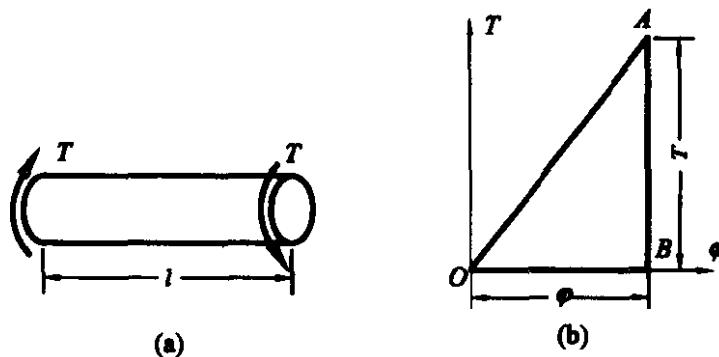


图 1-2

三、弯曲

图 1-3(a) 所示为一等截面梁, 在两端作用弯矩 M , 梁的变形为纯弯曲。如以 θ 表示两端截面间的相对转角。由几何关系

$$\theta = \frac{l}{\rho}$$

根据弯曲变形方程

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_z}$$

可得

$$\theta = \frac{Ml}{EI_z}$$

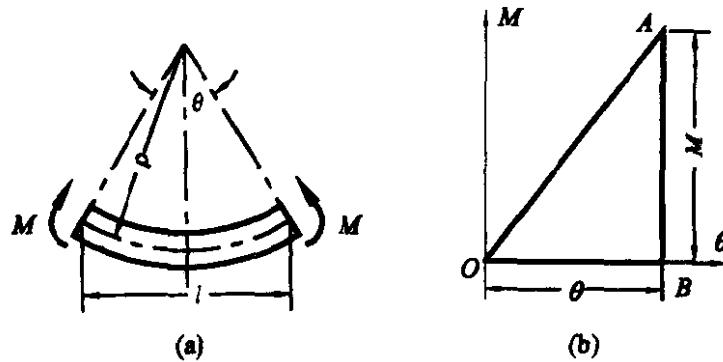


图 1-3

在弹性范围内,如弯矩从零开始缓慢增加到最终值 M ,则 M 与 θ 的关系也是一条斜直线(图 1-3(b))。弯矩所做的功,在数值上等于三角形 OAB 的面积,即

$$W = \frac{1}{2}M\theta \quad (1-6)$$

纯弯曲时的应变能为

$$V_s = W = \frac{1}{2}M\theta = \frac{M^2 l}{2EI_z}$$

若沿梁的轴线弯矩不为常数,即横力弯曲的情形,应分别计算弯曲和剪切相对应的应变能。今取 dx 长的一微段(图 1-4(b)),在其左右两端横截面上的弯矩分别为 $M(x)$ 和 $M(x) + dM(x)$ 。省略增量 $dM(x)$ 后,可得弯矩在相应的弯曲变形 $d\theta$ 上做的功(图 1-4(c))为

$$dW = \frac{1}{2}M(x)d\theta$$

dx 微段内的应变能为

$$dV_s = dW = \frac{1}{2}M(x)d\theta = \frac{M^2(x)dx}{2EI_z}$$