



高等学校教材
专科适用

电 磁 学

东北水利水电专科学校 蒋永林

高等学校教材(专科适用)
电
磁
学

第
二
版

441

385



0441

J385

0618558

高等学校教材

||||| 专 科 适 用 |||||

电 磁 学

东北水利水电专科学校 蒋永林

Y024/15



21113000010089

水利电力出版社

(京)新登字115号

内 容 提 要

本书系高等学校发电厂及电力系统专业的专科学教材,也可供职工大学和业余大学电类专业作为教材或教学参考书使用,对有关工程技术人员也有一定参考价值。本书共分七章,包括:静电场、恒定电场、恒定磁场、电磁感应、恒定磁通的磁路、交流铁芯线圈以及电磁场与电磁波等内容。

根据专科学校教学的特点,本书以“必须、够用”为原则,力图简明扼要、重点突出、概念准确、通俗易懂、理论联系实际。

高 等 学 校 教 材 专 科 适 用 电 磁 学

东北水利水电专科学校 蒋永林

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路8号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 12.25印张 276千字
1991年10月第一版 1991年10月北京第一次印刷

印数 0001—3700 册

ISBN 7-120-01329-7/TM·376

定价3.25元

前 言

本书是高等学校发电厂及电力系统专业专科用教材。本书是根据能源部高等专科电力工程类教学组1989年5月郑州会议制定的“电磁学课程的基本要求”和讨论通过的“电磁学编写大纲”而编写的。

根据专科学校教学的特点，本书以“必须、够用”为原则，并力图简明扼要、重点突出、概念准确、通俗易懂、理论联系实际。

为了帮助学生掌握所学内容，提高分析问题和解决问题的能力，本书每章末均有思考题和计算题，供教学中选用。在附录中还编有矢量代数摘要，以供参考。

本书由东北水利水电专科学校蒋永林副教授编写，北京电力专科学校郑云龙高级讲师主审。

本书在编写过程中得到了各级领导、兄弟学校和校内许多同志的支持和帮助，在此向他们表示衷心的感谢。

由于编写时间仓促，编者水平有限，书中难免有不当或错误之处，欢迎使用本书的师生和读者批评指正。

编 者

1990年5月于长春

目 录

前 言	
绪 论	1
第一章 静电场	3
第一节 电荷 库仑定律	3
第二节 静电场 电场强度	6
第三节 电力线 电通	13
第四节 高斯定理及其应用	16
第五节 静电场力所作的功 电位与电压	23
第六节 等位面 电场强度与电位的关系	29
第七节 静电场中的导体	32
第八节 电介质中的静电场 电位移	37
第九节 电容	44
第十节 电场的能量	49
习题	52
第二章 恒定电场	58
第一节 电流密度	58
第二节 恒定电场中的基本定律	59
第三节 导体中恒定电场与介质中静电场的相似性	61
第四节 电阻计算 接地电阻	62
习题	64
第三章 恒定磁场	65
第一节 磁感应强度	65
第二节 磁感应线 磁通	69
第三节 毕奥-萨伐尔定律及其应用	72
第四节 安培环路定律及其应用	77
第五节 磁场对载流导线的作用力	83
第六节 均匀磁场对平面载流线圈的作用	87
第七节 磁场对运动电荷的作用	90
第八节 磁介质中的磁场 磁场强度	96
第九节 铁磁质	104
习题	111
第四章 电磁感应	116
第一节 电磁感应的基本定律	116
第二节 在磁场中运动的导线内的感应电动势	122

第三节	在磁场中转动的线圈内的感应电动势	125
第四节	涡旋电场	128
第五节	涡流	130
第六节	自感 互感	132
第七节	螺线环和双线架空输电线的电感	137
第八节	磁场的能量	139
习题		141
第五章	恒定磁通的磁路	145
第一节	磁路 磁路定律	145
第二节	恒定磁通无分支磁路的计算	149
第三节	恒定磁通分支磁路的计算	153
第四节	电磁铁的电磁吸力	156
习题		159
第六章	交流铁芯线圈	162
第一节	交流铁芯线圈	162
第二节	交流电磁铁	170
第三节	交、直流励磁的磁路	172
习题		174
第七章	电磁场与电磁波	175
第一节	位移电流	175
第二节	电磁场理论的基本内容 麦克斯韦方程组的积分形式	177
第三节	电磁振荡	179
第四节	电磁波	182
第五节	电磁波谱	185
习题		187
附录	矢量代数摘要	188

绪 论

，电磁学是研究电现象和磁现象以及它们之间相互关系的一门课程。

电磁学的应用范围极其广泛，与理工科各专业的关系都十分密切，它已成为工程技术和科学研究的基础，所有电类专业无不以本课程作为专业理论的基础。电磁学既不研究某个具体的电工装置，也不讨论某个电子器件，而是研究在它们之中所发生的共同的电磁现象和电磁过程。电磁学是发电厂及电力系统专业的一门重要专业基础课，学习本课程的目的为学习后续课（电机学、电力系统分析等）和从事实际工程技术工作打下必要的理论基础。电磁学的内容概括地可分为场和路两大部分，所谓场是指电场和磁场；所谓路是指电路和磁路。由于本专业单独开设《电路》课程，所以本书主要研究电磁场和磁路等方面的基本理论。

现代人类已经掌握了大量的电与磁的知识，这些知识是人们在长期的生产实践和科学实验中建立和发展起来的，是人们长期劳动的结晶。

远在公元前7世纪，希腊学者就已发现用毛织物摩擦过的琥珀能够吸引某些轻微的物体。我国古籍中也有“琥珀拾芥”的记载。到了18世纪，人们才发现电有两种，称为“正电”和“负电”，并且发现了两个带有同号电的物体互相排斥，带有异号电的物体互相吸引的规律。1785年，库仑（Coulomb）用实验方法在量值上确定了电荷间的相互作用力，电荷的概念才有了定量的意义。库仑定律是静电学的基础。

磁现象是我国最早发现的，在公元前二百余年，《吕氏春秋》中就有了“磁石召铁”的记载。在《韩非子》一书中也记载着“以端朝夕”和“司南”，就是将磁石应用于校正时间和指示方向。在宋代沈括所著的《梦溪笔谈》中有“方家以磁石磨针锋，则能指南，然常微偏东，不全南也”的记载，这不仅说明了指南针的制造，而且当时已经发现了地磁偏角。

到了19世纪初，资产阶级已在欧美一些国家取得了政权，打破了封建制度对生产力的束缚，科学技术得到了迅速的发展，电磁现象的研究也呈现蓬勃的景象。1819年，奥斯特（H.C.Oersted）发现了电流对磁针的作用力；1820年，安培（A.M.Ampere）确定了电流与电流之间的相互作用力，从此人们才认识到磁现象与电现象的内在联系。1826年，欧姆（G.S.Ohm）通过实验得出了著名的欧姆定律。法拉第（M.Faraday）对电磁现象的研究做出了特殊贡献，他在1831年发现了电磁感应现象，电磁感应定律是电工技术的重要理论基础。在电磁现象的研究上，楞次（Э.Х.Ленц）也发挥了巨大的作用，他在1833年创立了确定感应电流方向的楞次定律。1844年他还与焦耳（J.P.Joule）分别独立地发现了电流热效应，称为焦耳-楞次定律。麦克斯韦（C.Maxwell）于1865年在前人和自己工作的基础上，建立了系统而严密的电磁场理论，揭示了电场和磁场之间的联系。他从理论上推测到电磁波的存在，为无线电的发展奠定了理论基础。赫兹（Hertz）在1888年用电

磁振荡器产生电磁波的实验，证实了麦克斯韦的理论。波波夫 (А.С.Попов) 在1895年完成了无线电报的发射和接收实验，为无线电技术的发展开辟了道路。

随着电磁学理论的建立和发展，各种电机、电器相继发明并被使用。例如：1832年希林格发明了电报，1834年雅可比制造出世界上第一台电动机，1873年洛迪琴发明了电照明，1876年贝尔发明了电话，1888年以后多里沃-多勃罗沃尔斯基发明和制造出三相异步电动机、三相变压器并创立了三相交流系统。到了20世纪，由于生产技术和电磁学理论的日趋完善，单机容量从数万到百万千瓦以上的功率巨大的电站以及110kV以上的高压输电线和330kV以上的超高压输电线（目前已达1200kV）逐渐建立起来，形成了强大的电力系统。在工农业生产、交通运输和日常生活等各个领域，也日益广泛地应用了电能，并逐步实现电气化。与此同时，无线电和电子技术、自动化和遥控技术以及电子计算机技术等都得到了飞跃的发展。

可见，生产技术的发展促进了电磁学的发展，反之，电磁学的发展又推动了生产技术的发展。

第一章 静 电 场

本章主要研究静电场的基本性质和规律, 以及静电场与导体、电介质间的相互作用。首先我们将研究真空中的静电场, 然后研究静电场中的导体和电介质中的静电场。

第一节 电 荷 库 仑 定 律

一、电荷

我们把两种不同材料的物体, 例如丝绸和玻璃棒, 相互摩擦后, 它们都能吸引羽毛、小纸片等轻微物体。这时, 我们称这两个物体处于带电状态, 它们分别带有**电荷**。处于带电状态的物体称为**带电体**。使物体带电的过程称为**起电**。上述用摩擦使物体带电的方法, 称为**摩擦起电**。要使物体带电, 除上述摩擦起电外, 也可利用接触起电、静电感应等方法。实验证明, 不论用何种方法起电, 物体所带的电荷只有两种, 一种是**正电荷**, 另一种是**负电荷**。带同号电荷的物体互相排斥, 带异号电荷的物体互相吸引。这种相互作用力称为**电性力**, 或称**库仑力**、**静电力**。根据带电体间的相互作用力的大小, 我们能够确定物体所带电荷的多少。表示物体所带电荷多少的物理量称为**电量**, 常用符号 Q 或 q 表示。在法定计量单位中, 电量的单位是库仑, 简称库, 符号为 C 。正电荷的电量以正值表示, 负电荷的电量以负值表示。

常见的宏观物体都是由分子、原子组成的。原子是由一个**带正电**的原子核和若干个绕核运动的**带负电**的电子组成。原子核又由带正电的质子和不带电的中子组成。一个质子所带的正电电量和一个电子所带的负电电量大小相等, 此电量的大小通常用 e 表示, 见表 1-1。原子内的电子数和原子核内的质子数相等, 所以整个原子呈**电中性**。在通常情况下, 由于物体内各原子是电中性的, 整个宏观物体也处于电中性状态, 物体表现为不带电。由于外来原因, 当原子失去一个或若干个电子时, 则原子内的正电荷多于负电荷, 就显现为带正电。反之, 当原子获得额外电子时, 则原子内的负电荷多于正电荷, 就显现为带负电。在这两种情况下, 对整个物体来说, 都呈现带电现象。例如, 用丝绸摩擦玻璃棒时, 由于摩擦增强了两物体接触处的原子的热运动, 使玻璃棒中束缚较弱的一些电子从原子中

表 1-1 电子、质子、中子的电量和质量

	电 子	质 子	中 子
电 量	$-e$	$+e$	0
质 量	m	1836 m	1836 m

其中: $e = 1.60 \times 10^{-19} C$ $m = 9.11 \times 10^{-31} kg$ 。

挣脱出来而转移到丝绸上。结果，失去电子的玻璃棒就带正电，而获得电子的丝绸就带负电。

从上述的物质结构理论可知，在所有不带电的中性物体中，都有等量的正、负电荷同时存在。使物体带电，实质上就是使物体上的正、负电荷分离或转移，从而使两个物体分别带上等量的正、负电荷。如果再将该两物体接触而使正、负电荷互相中和，物体又都呈现中性，但两物体的电荷总量不变。所以说，在一隔离的系统内，无论进行怎样的物理过程，系统内电量的代数和总是保持不变。这就是电荷守恒定律。

电子所带的电量 e ，是目前测量到的最小电荷单位，称为基本电荷。带电体的带电总量总是这个基本电荷的整数倍，这种电荷的不连续性称为电荷的量子化。电荷的量子就是 e 。然而在探讨宏观带电现象时，由于带电体所带的电量远远大于基本电荷的电量，所以在分析宏观带电体的电量变化时，可以认为电荷是连续变化的。

二、库仑定律

一般地说，两个带电体之间的相互作用，除了和它们所带的电量有关外，还和它们的大小、形状、电荷在带电体上的分布以及周围介质的性质等有关，情况很复杂。所以在静电现象的研究中经常用到点电荷的概念。点电荷是从实际中抽象出来的带电体的理想模型。在电学中，当所研究的带电体的线度，远小于带电体间的距离时，我们就可把这些带电体看作点电荷。点电荷本身不一定是体积很小的带电体，只是它本身的几何线度和它到其它带电体的距离相比是微不足道的，因而它的形状和大小可以忽略不计，而用一个几何上的点来表示它在空间的位置。

库仑从实验结果总结出两个静止的点电荷相互作用的基本规律，称为库仑定律。库仑定律可陈述如下：

在真空中， q_1 和 q_2 两个静止的点电荷之间的相互作用力的方向沿着它们的连线，作用力的大小 f 和电荷所带的电量 q_1 与 q_2 的乘积成正比，而和它们之间距离 r 的平方成反比，即

$$f = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

式中 K 是比例系数，其值决定于式中各量的单位。

如图 1-1 所示，若以 $\mathbf{r}$ 表示由 q_1 到 q_2 的矢径，其大小为 r ，方向从 q_1 指向 q_2 ，则电荷 q_2 受到 q_1 的作用力 $\mathbf{f}$ 的大小和方向可用矢量形式的库仑定律来表示，即

$$\mathbf{f} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{r}^0$$

式中 $\mathbf{r}^0 = \mathbf{r}/r$ 是沿 $\mathbf{r}$ 方向的单位矢量。若 q_1 与 q_2 同号，乘积 $q_1 q_2 > 0$ 时， $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{r}^0$ 方向相同，表示 q_1 和 q_2 之间的作用力是斥力，如图 1-1(a) 所示；若 q_1 与 q_2 异号，乘积 $q_1 q_2 < 0$ 时， $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{r}^0$ 方向相反，表示 q_1 和 q_2 之间的作用力是引力，如图 1-1(b) 所示。

利用上式，同样可求电荷 q_2 对 q_1 的作用力 $\mathbf{f}$ 。这时，只需把式中 $\mathbf{r}^0$ 理解为从 q_2 指向 q_1 的单位矢量就可以了。

在法定计量单位中，电量的单位为库 (C)，距离的单位为米 (m)，则力的单位是

牛顿, 简称牛, 符号为N。这时, 库仑定律中的比例系数由实验测定为

$$K = 8.9880 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

计算时常取近似值 $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ 。

在法定计量单位中, 通常引入一个新的恒量 ϵ_0 来代替K, 令

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

这样, 真空[●]中的库仑定律便成为

$$f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1-1)$$

式中恒量 ϵ_0 称为真空中的介电常数, 其数值为

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= \frac{1}{4\pi K} = \frac{1}{4\pi \times 8.9880 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2} \\ &\approx 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2) \end{aligned}$$

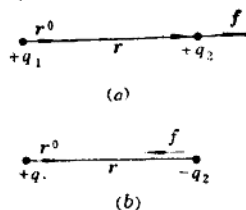


图 1-1 点电荷 q_1 对点电荷 q_2 的作用力
(a) q_1 、 q_2 同号; (b) q_1 、 q_2 异号

应该指出, 在上式中引入因子 4π 后, 虽然使库仑定律的形式变得复杂一些, 但是以后可以看到, 由此而推导出来的一些常用的公式中, 却不出现因子 4π , 因而使获得的公式具有简单的形式。

库仑定律是静电学的基本定律, 它只适用两个点电荷相互作用时的情况。对于两个以上点电荷相互作用时可用静电力的叠加原理。实验证明: 两个以上的点电荷相互作用时, 其中每个点电荷所受的总静电力, 等于其它点电荷单独存在时作用在该点电荷上的静电力的矢量和。这就是**静电力的叠加原理**。也就是说, 不管周围有无其它电荷存在, 两个点电荷间的相互作用力总是符合库仑定律的。当带电体不能看作点电荷时, 就不能直接应用库仑定律。这时我们可把带电体分成无限多个单元, 使每一个单元都足够小, 以致可以把它们看成点电荷。然后应用库仑定律和静电力的叠加原理就可求出带电体间的相互作用力。

【例题 1-1】 在氢原子内, 电子和原子核间的距离为 $r = 0.529 \times 10^{-10} \text{ m}$ 。试计算氢原子内电子与原子核之间的静电力和万有引力, 并比较两者的大小。

解 查表1-1知电子的质量为 $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, 氢原子核的质量为 $M = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, 电子和原子核所带的电量相等, 为 $q_1 = q_2 = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$, 但符号相反。按库仑定律计算, 电子与原子核之间的静电力为

$$\begin{aligned} f_s &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{-(1.60 \times 10^{-19})^2}{(0.529 \times 10^{-10})^2} \\ &= -8.23 \times 10^{-8} \text{ (N)} \end{aligned}$$

式中负号表示引力。再按万有引力定律计算, 电子与原子核之间的万有引力为

$$\begin{aligned} f_m &= G \frac{mM}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{9.11 \times 10^{-31} \times 1.67 \times 10^{-27}}{(0.529 \times 10^{-10})^2} \\ &= 3.63 \times 10^{-47} \text{ (N)} \end{aligned}$$

由此得静电力与万有引力的比值为

● 本书中凡对电荷周围的介质情况未加说明时, 均指真空而言。

$$\frac{f_e}{f_g} = 2.27 \times 10^{39}$$

可见在原子内，电子与原子核之间的静电力远大于万有引力，因此，在处理电子和原子核之间的相互作用时，只需考虑静电力，万有引力可以忽略不计。

【例题 1-2】 如图1-2所示，两小球的质量均为 $m = 0.1 \times 10^{-3} \text{ kg}$ ，分别用两根长度为 $l = 1.20 \text{ m}$ 细丝线悬挂着。当两球带有电量相等的同性电荷时，因互相排斥而分开，在彼此相距为 $d = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$ 处达到平衡。求每个小球上的电量。

解 从小球的受力情况分析来看，每个小球各受重力 $W = mg$ ，悬线拉力为 T ，静电斥力为 $f = q^2 / 4\pi\epsilon_0 d^2$ 。由于两小球处于平衡状态，根据牛顿第二定律，对其中任一小球，在垂直方向和水平方向分别有

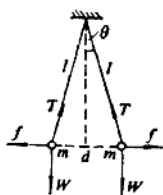


图 1-2 例题1-2图

$$W - T \cos \theta = ma = 0$$

$$f - T \sin \theta = 0$$

由以上两式可得

$$f = W \tan \theta = mg \tan \theta$$

在 θ 角很小的情况下， $\tan \theta \approx \sin \theta = d/2l$ ，由此得

$$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} = mg \frac{d}{2l}$$

$$q = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 mg d^3}{2l}}$$

或

代入已知数据，得

$$q = 2.38 \times 10^{-8} \text{ (C)}$$

第二节 静 电 场 电 场 强 度

一、静电场

库仑定律只能说明两个点电荷之间的相互作用力的大小和方向与哪些因素有关，至于这种力是怎样产生的，库仑定律本身并不能作出解释。关于这个问题，在电磁学的历史上，曾有不同的看法。在很长一个时期内，人们认为带电体间的相互作用是“超距作用”，也就是说，一个带电体所受的电性作用力是由另一个带电体直接给予的。这种作用既不需要中间物质传递，也不需要时间，而是由一个带电体立即到达另一个带电体，可表示如下：

电荷 $\longleftrightarrow$ 电荷

到19世纪初，法拉第提出了新的观点，他认为静电力也是一种物质间的相互作用，即认为在带电体的周围存在着一种特殊的物质，这种特殊的物质称为电场。处于该带电体周围任何地方的其他带电体所受的静电力是由这个电场给予的。也就是说，电荷与电荷之间是通过电场这种特殊物质而相互作用的。例如，两个电荷 q_1 和 q_2 之间的相互作用，是由于场源电荷 q_1 周围存在的电场对电荷 q_2 有力的作用；同时，场源电荷 q_2 周围存在的电场也对

电荷 q_1 有力的作用，这种作用可表示如下：

$$\text{电荷} \longleftrightarrow \text{场} \longleftrightarrow \text{电荷}$$

近代物理证实这种观点是正确的，而且理论和实验还证实了电场与分子、原子等微粒组成的实物一样，具有能量、动量和质量。因此电场是一种物质已无可置疑。但是这种物质与我们所理解的由分子、原子等微粒所构成的实物物质，在表现的形态上是不相同的。

如上所述，当有带电体存在时，其周围就存在着电场，相对于观察者为静止的带电体周围所存在的电场，称为静电场。静电场的重要对外表现是：

(1) 引入电场中的任何带电体都受到电场力的作用；

(2) 当带电体在电场中移动时，电场力就对它作功。

下面，我们将从电场力和电场力作功这两个方面，分别引入电场强度和电位两个概念，来描述电场的性质。

二、电场强度

我们首先根据静电场的第一种表现来研究静电场的性质。为了定量的了解电场中任一点（简称场点）电场的性质，通常取一个电量为 q_0 的试验电荷来进行研究。试验电荷是一个足够微小的点电荷。所谓足够微小，首先，试验电荷所带的电量必须很小，当把它引入电场时，不会对原有电场有任何显著的影响；其次，试验电荷的几何尺寸必须很小，当把它放入电场中时，占有确定的位置。

实验指出，把试验电荷 q_0 （设 q_0 为正电荷）放入电场中的不同地点时，如图1-3中的a、b、c位置， q_0 所受力的方向和大小逐点不同。但在电场中每一给定点处， q_0 所受力的方向和大小却是完全一定的。如果在电场中某给定点处改变试验电荷的电量，如 q_0 、 $2q_0$ 、 $3q_0$ 、

…，就会发现，试验电荷所受力的方向仍然不变，但力的大小却随试验电荷的电量成正比的改变，相应地为 f 、 $2f$ 、 $3f$ 、…。由此可见，试验电荷在电场中某点所受的力，不仅与试验电荷所在点的电场性质有关，而且还和试验电荷本身的电量有关。但是，由于电场对试验电荷的作用力的大小与试验电荷的电量成正比，即

$$\frac{f}{q_0} = \frac{2f}{2q_0} = \frac{3f}{3q_0} = \dots = \text{常矢量}$$

其比值与试验电荷的电量大小无关，而仅仅与试验电荷所在点的电场性质有关。所以，我们可用试验电荷所受的力与试验电荷所带的电量之比，作为描述静电场中给定点的客观性质的一个物理量，称为电场强度，简称场强，场强是矢量，用符号 E 表示，也称 E 矢量，即

$$E = \frac{f}{q_0} \quad (1-2)$$

可见，电场中某点的电场强度，在大小和方向上等于位于该点的单位正电荷所受的力。

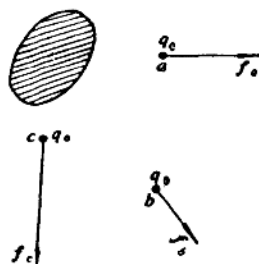


图 1-3 试验电荷 q_0 在电场中受力的情况

在法定计量单位中，力的单位为牛(N)，电量的单位为库(C)，则电场强度的单位是牛顿/库仑，简称牛/库，符号为N/C，也可用伏/米(V/m)。以后会看到，二者是等同的。在电工计算中常采用后者。

应该指出，只要有电荷存在，就有电场存在。电场是客观存在的，与是否引入试验电荷无关。引入试验电荷只是为了检验电场的存在和量度电场的客观性质。

如果已知电场中某点的场强 E ，则放在该点的电荷 q 所受的电力 f ，可根据场强的定义式(1-2)求得，即

$$f = qE \quad (1-3)$$

从上式可知，正电荷 q 所受的电力 f 的方向与场强 E 的方向相同，负电荷 q 所受的电力 f 的方向与场强 E 的方向相反。

三、点电荷电场中的场强

设在真空中放置一点电荷 q (图1-4)，试计算与 q 相距为 r 处一点 P 的电场强度。设想在 P 点放一试验电荷 q_0 ($q_0 > 0$)，根据库仑定律，试验电荷 q_0 所受的力为

$$f = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} r^0$$

式中 r^0 是由点电荷 q 到场点 P 的矢径 r 方向上的单位矢量。按场强的定义， P 点的场强为

$$E = \frac{f}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} r^0 \quad (1-4)$$

上式表明，在点电荷的电场中，任一点 P 的场强 E 的大小与场源点电荷电量 q 的大小成正比，与点电荷 q 到该点的距离 r 的平方成反比。场强 E 的方向在 q 和 P 的连线上，其指向取决于场源电荷 q 的正负。若 q 为正电荷，其方向与 r^0 的方向相同，若 q 为负电荷，其方向与 r^0 的方向相反。

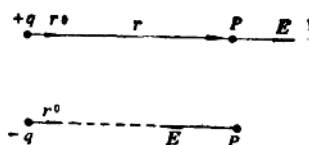


图 1-4 点电荷的场强

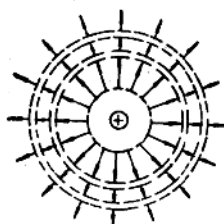


图 1-5 球对称的电场

可见，在点电荷 q 的电场中，以点电荷 q 为中心，以 r 为半径的球面上，各点的场强大小均相同。场强的方向如图1-5所示，若 q 为正电荷，场强的方向沿半径向外；若 q 为负电荷，场强的方向沿半径指向中心。通常说，具有这样特点的电场是球对称的。

四、场强叠加原理

设电场是由 n 个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 共同产生的，若在电场中 P 点处放一试验电荷 q_0 ，根据静电力叠加原理，试验电荷所受的力 f ，等于各个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 单独存

在时的电场对试验电荷 q_0 的作用力 f_1 、 f_2 、 $\dots$ 、 f_n 的矢量和,即

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \dots + \mathbf{f}_n$$

将上式两端除以 q_0 ,得

$$\frac{\mathbf{f}}{q_0} = \frac{\mathbf{f}_1}{q_0} + \frac{\mathbf{f}_2}{q_0} + \dots + \frac{\mathbf{f}_n}{q_0}$$

根据场强定义,上式右端各项分别是各个点电荷在同一点 P 处产生的场强,即 $E_1 = f_1/q_0$, $E_2 = f_2/q_0$, $\dots$, $E_n = f_n/q_0$ 。左端表示这些点电荷同时存在时在该点产生的总场强,即 $E = f/q_0$ 。于是得

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i \quad (1-5)$$

上式表明,电场中任一点的总场强,等于各个点电荷在该点各自产生的场强的矢量和。这就是场强叠加原理。它是电场的基本性质之一。利用场强叠加原理和点电荷的场强公式,可以计算任意点电荷系或带电体的场强。所谓点电荷系,就是由若干个点电荷组成的集合。而带电体也可以看作是由许多点电荷所组成的点电荷系。

在电荷连续分布的情况下,常引入电荷密度的概念。若电荷连续分布在细长的线上,则定义电荷线密度 λ 为

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}$$

式中 dq 为线元 dl 上的电量。在法定计量单位中,电荷线密度的单位是库仑/米,简称库/米,符号为 C/m 。

若电荷连续分布在一个平面或曲面上,则定义电荷面密度 σ 为

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}$$

式中 dq 为面积元 dS 表面上的电量。在法定计量单位中,电荷面密度的单位是库/米² (C/m^2)。

若电荷连续分布在一个体积内,则定义电荷体密度 ρ 为

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}$$

式中 dq 是体积元 dV 内的电量。在法定计量单位中,电荷体密度的单位为库/米³ (C/m^3)。

下面介绍一下电偶极子。设有两个大小相等的正负电荷($+q$ 和 $-q$),相距为 l ,若较讨论中所涉及的距离小得多时,则这一电荷系统称为电偶极子。连结两电荷的直线称为电偶极子的轴线,取从负电荷到正电荷的矢径 l 的方向作为轴线的正方向。电量 q 与矢径 l 的乘积定义为电矩,电矩是矢量用 $\mathbf{p}$ 表示,即

$$\mathbf{p} = ql$$

在静止的电偶极子周围,存在着静电场。电矩 $\mathbf{p}$ 是表征电偶极子性质的物理量。电偶极子是一个重要的概念,在研究电介质的极化、电磁波的发射和接收等问题时,都要用到电偶极子的概念。

【例题 1-3】 试计算电偶极子轴线上各点和中垂线上各点的场强。

解 如图1-6(a)所示 我们首先计算电偶极子轴线的延长线上某点A的场强 E_A 。令电偶极子轴线的中心O到A点的距离为 r ($r \gg l$)， $+q$ 和 $-q$ 在A点所产生的场强为 E_+ 和 E_- ，同在轴线的延长线上，而方向相反，大小分别为

$$E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(r - \frac{l}{2}\right)^2}, \quad E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(r + \frac{l}{2}\right)^2}$$

求 E_+ 和 E_- 的矢量和就相当于求代数和，场强的方向如图所示，A点的总场强 E_A 的大小为

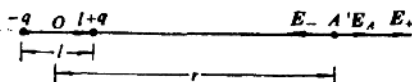
$$\begin{aligned} E_A &= E_+ - E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right] \\ &= \frac{2qrl}{4\pi\epsilon_0 r^3 \left(1 - \frac{l}{2r}\right)^2 \left(1 + \frac{l}{2r}\right)^2} \end{aligned}$$

由于 $r \gg l$ ，故

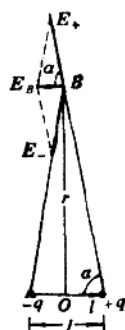
$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2P_e}{r^3}$$

E_A 的方向与电矩 P_e 的方向一致。上式表示成矢量形式为

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2P_e}{r^3}$$



(a)



(b)

图 1-6 例题1-3图

其次，计算电偶极子中垂线上某点B的场强 E_B 。如图1-6(b)所示，令中垂线上B点到电偶极子的中心O的距离为 r ($r \gg l$)。 $+q$ 和 $-q$ 在B点所产生的场强 E_+ 和 E_- 的大小分别为

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \frac{l^2}{4}}, \quad E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \frac{l^2}{4}}$$

它们的方向分别在两个电荷到B点的连线上，指向如图所示。设连线与电偶极子轴线之间的夹角为 α 。

由于 E_+ 和 E_- 在垂直方向的分量等值反向，相互抵消，故B点的总场强的大小为

$$E_B = E_+ \cos\alpha + E_- \cos\alpha$$

因为

$$\cos\alpha = \frac{l}{2\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}}$$

所以

$$E_s = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

由于 $r \gg l$, 则

$$\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \approx r^3$$

将此式代入上式, 得

$$E_s = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{p_s}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

E_s 的方向与电矩 p_s 的方向相反。上式表示成矢量的形式为

$$\mathbf{E}_s = -\frac{\mathbf{p}_s}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

式中负号表示 E_s 和 p_s 方向相反。

图 1-7 例题1-4图

【例题 1-4】 设有一均匀带电直线, 长度为 L , 总电量为 q , 线外一点 P 离直线的垂直距离为 a , P 点和直线两端的连线与直线之间的夹角分别为 θ_1 和 θ_2 , 如图1-7所示。求 P 点的电场强度。

解 为了求得 P 点的场强, 我们将直线上连续分布的电荷分割成无限多个电荷元 dq , 求出每一电荷元在 P 点的场强 dE , 然后根据场强迭加原理, 求 P 点的总场强。

今取 P 点到直线的垂足 O 为原点, 取坐标轴 OX 、 OY 。在带电直线上离原点 O 为 l 处取长度元 (或称线元) dl , dl 上的电量为 dq 。由于是均匀带电直线, 电荷线密度 $\lambda = q/L$, 所以 $dq = \lambda dl$ 。

设 dl 到 P 点的距离为 r , 则 dq 在 P 点处产生的场强 dE 的大小为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2}$$

dE 的方向如图, dE 与 X 轴正向间的夹角为 θ , dE 沿 X 轴 Y 轴的两个分量分别为

$$dE_x = dE \cos\theta, \quad dE_y = dE \sin\theta$$

根据图中的几何关系, 得

$$l = a \tan\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -a \cot\theta$$

而

$$dl = a \csc^2\theta d\theta$$

又

$$r^2 = a^2 + l^2 = a^2 + (-a \cot\theta)^2 = a^2 \csc^2\theta$$

所以, 由以上各式, 得

$$dE_x = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta = \frac{\lambda a \csc^2\theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 a^2 \csc^2\theta} \cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \cos\theta d\theta$$

$$dE_y = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin\theta = \frac{\lambda a \csc^2\theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 a^2 \csc^2\theta} \sin\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \sin\theta d\theta$$

分别对以上两式积分, 得