

岩土塑性力学基础

郑颖人 龚晓南 编著



中国建筑工业出版社

岩土塑性力学基础

郑颖人 龚晓南 编著

中国建筑工业出版社

本书系统地介绍和综述了岩土塑性力学基本理论。根据岩土材料的力学特性和变形机理，创建了岩土塑性力学体系。本书内容新，收集了国内外近年来资料和作者的研究成果，反映了当代水平。此外，本书还对应变空间塑性理论，三维空间模型，多重屈服面理论等新的理论课题作了详尽的叙述和研究。

全书内容共分九章，前五章介绍了岩土塑性力学基本原理及其预备知识，第六章介绍了国内外一些有影响的岩土实用本构模型，最后三章叙述了针对岩土材料的极限承载力的计算方法。

本书可供岩土土建，采矿、铁道、水电及力学等专业科研，设计和教学人员参考，也可作为研究生教材。

岩土塑性力学基础

郑颖人·龚晓南 编著

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

开本：787×1092毫米 1/16 印张：20^{3/4} 字数：502千字

1989年8月第一版 1989年8月第一次印刷

印数：1—2,140册 定价15.55元

ISBN7-112-00379-2/TU·268

统一书号：15040·5517

Plastic Theory of Geotechnics

ZHENG YING-REN GONG XIAO-NAN

(Professor of Air Force (Associate Professor of
College of Engineering) Zhe-Jiang University)

China Building Industry Press

序 言

岩土塑性力学是塑性力学与岩土力学之间的一门边缘学科，也是当前一门新兴学科并受到广泛的关注和重视。岩土介质和其他固体介质如金属材料有着重大的差别，因此决不能照搬固体力学的一切手段去认识和解决岩土力学中的问题。岩土力学研究的主要途径应该是：以固体力学原理为主要框架，充分考虑岩土介质的特殊性，如多相构造、率性相关包括应变率、加载率相关等，路径相关包括应力路径和加载路径、时间效应、温度效应、胶结性质、节理裂隙以及各向异性等固有特性而发展独立的岩土力学理论。在方法上应沿着室内试验与现场试验观测相结合，理论分析与模型试验相互配合，相互验证和相互补充的道路前进。

大多数岩土介质均为非线性材料，因此必须建立非弹性变形下的本构关系，包括破坏与破坏后区性质的研究。岩土介质的力学响应与金属、合金及聚合物的响应完全不同，其主要原因是由于岩土介质的微观结构包括孔隙、裂隙、颗粒排列、胶结作用、分层效应，以及流体压力等因素所致。岩土介质的主要变形特性可概括为：（1）非弹性体积变化、剪胀剪缩性、由于裂隙及孔隙存在而导致的与压力相关的屈服特性；（2）由于内摩擦导致的非相关流动问题；（3）脆性应变软化。岩土介质内的裂隙与孔隙也能导致非线性弹性，同时卸载也可能是非线性的。岩土介质的本构关系种类虽多，但绝大多数均系从经典的塑性理论和粘塑理论脱胎而来。本构关系的研究应能揭示并反映岩土变形及破坏机制外，还应根据各种岩土材料的本构特性，包括变形、破坏及破坏后区的力学响应情况对岩土介质进行分类。除了经典的以应力函数表达的屈服条件或屈服面外，以应变表达的屈服条件和应变空间中屈服面的研究也受到密切注意。采用应变空间中的屈服面与屈服条件可以由伊留辛公式求出一个统一的加载条件与本构关系，这对稳定性岩土材料与非稳定性的软化材料均可适用。塑性流动法则与位势理论在岩土介质的应用尚须进一步研究，必须确定经典概念，如屈服面、流动法则与正交定律的适用范围，以及在变形研究的那些方面需要发展新的途径。有些研究者认为不一定存在明显的屈服面，也有些人认为单一的屈服面并不能描述岩土介质的变形行为，因此提出了多重屈服面的概念。有些研究者为了避免屈服面这种概念正在发展新的本构理论如内时理论等。有些学者认为塑性势是一种可有可无的概念，这是由于目前还未能进行塑性势的直接测试。

本书的主要特点有：（一）内容较新，反映了国内外最新研究水平，收集了国内外的最新研究成果。（二）形成广义的塑性力学体系。本书从纯力学角度强调形成较完善的新的力学体系。（三）内容较全面。本书既有新的岩土塑性力学的有关内容，也收集了国内外有影响的岩土本构模型，并对极限分析等传统塑性力学加以改造推广，形成适用于岩土介质的极限分析方法。（四）形成新的发展内容。本书对三维空间、应变空间、多重屈服面等岩土塑性理论及非关联滚动法则、岩土的耦合理论都有较大篇幅的介绍。

“岩土塑性力学基础”一书的出版必将推动我国的岩土本构理论的研究和教学工作，

随着现代化计算技术和试验设备的发展，这门学科将会达到一个更高的水平，也将为解决国民经济建设中的一些重大岩土工程问题作出较大的贡献。

中国科学院武汉岩土力学研究所

研究员、所长 袁建新

一九八七年三月

编 著 者 的 话

岩土塑性力学是一门新兴学科，也是建立岩土本构模型的基础，本书收集了国内外的有关资料，尤其是对国内（包括著者）的一些研究成果作了较详细的介绍，力求反映当前我国的岩土塑性力学水平和建立形成较完善的新的力学体系，希望本书能对我国的岩土力学工作者在岩土本构理论研究和教学工作方面有所帮助，这是我们编著者的最大愿望。

本书初稿于1983年六月在空军工程学院油印出版，初稿出版后曾先后在北京、西安、重庆等地作为岩土塑性力学学习班的教材，也被一些院校作为有关专业的研究生教材使用。1985年又在浙江大学编出了“土塑性力学”油印稿。这次正式出版时又在上述基础上作了较大的修订和补充。

本书编写过程中，曾得到国内著名岩土力学专家钱孝易教授，蒋彭年，沈珠江研究员及力学家熊祝华教授的热情鼓励和具体帮助。中国科学院岩土力学研究所袁建新所长为本书写了序言。李广信博士和梁力群硕士为本书提供资料，著者在此一并表示衷心的感谢。

本书共分九章，前五章和第六章部分内容由郑颖人执笔，其余由龚晓南执笔，全书由郑颖人负责统编。

鉴于岩土塑性力学本身尚不完善，以及我们的水平和经验有限，书中难免有错误和不当之处，恳请国内专家和读者批评指正。

郑颖人 龚晓南

于1987年3月

主要符号与说明

- | | |
|---|---|
| <p>A——硬化函数</p> <p>$[A_n]$——应力空间多重屈服面中的塑性系数矩阵</p> <p>$[B_n]$——应变空间多重屈服面中的塑性系数矩阵</p> <p>$C_{ijkl}, [C], [C_0]$——弹性柔度张量；弹性柔度矩阵</p> <p>$[C_{:,}]$——对称弹塑性柔度矩阵</p> <p>$[C_{;}]$——对称塑性柔度矩阵</p> <p>C——粘聚力</p> <p>C_{rs}——残余粘聚力</p> <p>C'——弱面的粘聚力</p> <p>C_0——初始屈服时粘聚力</p> <p>D——切线模量；单位体积能量耗散率</p> <p>$[D], [D_n]$——弹性刚度矩阵</p> <p>$[D_{np}]$——弹塑性刚度矩阵</p> <p>$[D_{:,}]$——对称弹塑性刚度矩阵</p> <p>D_0——弹性模量</p> <p>$[D_0]$——加载时刚度矩阵</p> <p>D_0——加载时弹性模量</p> <p>$[D_n]$——卸载时刚度矩阵</p> <p>D_n——卸载时弹性模量</p> <p>$\det[A_n]$——矩阵$\{A_n\}$的行列式</p> <p>$\det[B_n]$——矩阵$\{B_n\}$的行列式</p> <p>dV——体积改变</p> <p>dV_g——气相体积的改变</p> <p>dV_s——固体颗粒本身体积的改变</p> <p>dV_w——水体积的改变</p> <p>$d\lambda$——塑性因子</p> <p>$d\sigma^p$——相应体应变增量的塑性应力增量</p> | <p>$d\sigma^p$——相应剪应变增量的塑性应力增量</p> <p>E, E'——弹性模量</p> <p>E_H, E_1——沿水平层面加荷时的弹性模量</p> <p>E_i——初始弹性模量</p> <p>E_t——切线弹性模量</p> <p>E_{ur}——卸荷和重复加荷时的弹性模量</p> <p>E_v, E_2——沿垂直轴加荷时的弹性模量</p> <p>E_θ——与水平线成θ角方向的弹性模量</p> <p>e——孔隙率；偏应变</p> <p>e_0——初始孔隙率</p> <p>e'——塑性孔隙率</p> <p>F——应力空间屈服函数；体力</p> <p>f——应变空间屈服函数</p> <p>f_0——体积屈服面</p> <p>f_v——剪切屈服面</p> <p>G, G'——弹性剪切模量</p> <p>G_{HH}——沿层面方向加荷的剪切模量</p> <p>G_i——初始剪切模量</p> <p>G_p——塑性剪切模量，压硬模量</p> <p>G_s——弹塑性剪切模量</p> <p>G_t——切线剪切模量</p> <p>G_v, G_{vH}, G_2——垂直层面方向加荷的剪切模量</p> <p>$g(\theta_0)$——应力π平面上的屈服曲线形状函数</p> |
|---|---|

$g(\theta_s)$ ——应变 π 平面上的屈服曲线形状函数
 H ——硬化函数；硬化参量
 H' —— σ - ϵ' 平面上应力应变曲线的斜率
 H_s ——硬化参量或硬化参数
 h ——硬化函数
 I, I_s ——刚度指数
 I_1, I_2, I_3 ——应力张量的第一，第二和第三不变量
 I_1, I_2', I_3' ——应变张量的第一，第二和第三不变量
 $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3'$ ——应力球张量的第一，第二和第三不变量
 J_2, J_3 ——应力偏张量的第二和第三不变量
 J_2', J_3' ——应变偏张量的第二和第三不变量
 K ——体积模量；塑性模量；弹性体积模量
 K' ——弹性体积模量
 $[K]$ ——耦合矩阵
 K_p ——弹塑性体积模量
 K_s ——剪缩模量
 K_x, K_y, K_z —— x, y, z 方向的渗透系数
 K_s ——侧向变形系数
 K ——膨胀指数；渗透系数
 l, m, n ——方向余弦
 M, M_{os} —— q - p 平面上临界状态线投影的斜率
 M ——侧限变形模量
 M_H, M_V ——沿水平层面方向加荷和沿垂直轴加荷的侧限变形模量
 \underline{N} ——法向力
 $\underline{\bar{n}}_f$ ——载荷方向的单位矢量
 $\underline{\bar{n}}_q$ ——流动方向的单位矢量
 p ——平均应力；有效平均应

力；极限承载力
 p' ——有效平均应力
 p^+, p^- ——上限和下限极限承载力
 p_0 ——大气压
 p_s ——相应于正常固结线上与比容 v 相应的各向等压力
 p_N ——合应力
 p_0 ——初始屈服面上与比容 v 相应的各向等压力
 p^* ——极限荷载
 p_u ——孔隙压力最终值
 Q ——塑性势函数
 Q_k ——多重屈服面塑性势函数
 q ——广义剪应力；荷载密度
 q' ——有效广义剪应力
 q_{cs}, p_{cs}, v_{cs} ——临界状态线上的 q, p, v
 q_m ——三轴压缩时 ($\theta_s = 30^\circ$) 的 q 值
 R ——莫尔圆半径；椭圆长轴与短轴之比
 R_f ——破坏比
 R_p ——超固结比
 R_α, R_β ——滑移线 α 与 β 的半径
 r ——沿等倾线方向由坐标原点到该 π 平面的距离
 r_σ, r_ϵ ——应力空间和应变空间中 π 平面上的矢径大小
 S ——偏剪应力
 S_N ——表面力
 S_α, S_β ——曲线座标
 s, t ——莫尔应力圆的圆心座标和半径
 s', t' ——有效莫尔应力圆的圆心座标和半径
 T ——剪力
 u, v, w ——位移分量
 $\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$ ——位移速度分量

- u ——位移加速度
 u_a ——孔隙气压力
 u_r ——破坏时孔隙压力
 u_N ——边界位移
 $u_w; u$ ——孔隙压力
 v ——速度; 比容
 v_a, v_b ——滑移线 α 和 β 方向的加速度
 W ——重力; 能量耗散率
 W, w ——功
 W_D ——应力循环所作的外部功
 W^* ——弹性功
 W_I ——应变循环所作的外部功
 W', w' ——塑性功
 x, y, z ——座标轴
 Z ——体力
 α, β ——滑移线名
 $\alpha(\theta)$ —— π 平面上屈服函数的形状函数
 α_i ——移动张量
 β ——弱面与最小主应力的夹角
 β_1 ——弱面与给定座标轴之间的夹角
 $\beta_i; (\beta_i)_i$ ——弱面的最不利角度
 γ ——剪应变; 容重
 $\dot{\gamma}$ ——剪应变速率
 $\bar{\gamma}$ ——广义剪应变
 γ_c ——剪切流变
 γ^* ——弹性剪应变
 γ_{\max} ——最大剪应变
 γ' ——塑性剪应变
 $\bar{\gamma}'$ ——塑性广义剪应变
 $\gamma^s, \gamma^e, \gamma^n$ ——由 p, q, η 引起的塑性剪应变
 γ_s ——纯剪应变; 剪切变形屈服极限
 γ_x —— π 平面剪应变
 γ_8 ——八面体剪应变
 Δ ——平均塑性体应变
 e ——应变
 e^*, \tilde{e} ——欧拉和拉格朗日有限应变
 \dot{e} ——应变率
 e^* ——耦合应变
 e^* ——弹性应变
 e_H, e_v ——水平向和垂直向应变
 e_i ——应变强度
 e^I ——不可逆应变
 e_m ——平均应变
 e^* ——塑性应变
 \bar{e}^* ——塑性八面体剪应变
 e^R ——可逆应变
 e_v ——体应变
 e^e ——弹性体应变
 e^s ——塑性体应变
 e^p, e^q, e^η ——由 p, q, η 引起的塑性体应变
 e_8 ——八面体上的正应变
 e_x —— π 平面上的正应变
 e_r, e^e ——剪应变和弹性剪应变
 e^p, e^q, e^η ——由 p, q, η 引起的剪应变
 θ ——体应变; 应力洛德角; 第一主应力方向与 x 轴之间的夹角
 $\theta^p, \theta^e, \theta^n$ ——塑性应变增量洛德角
 θ^e ——塑性应力增量洛德角
 θ_e ——应变洛德角或弹性应变洛德角
 θ_s ——应力洛德角
 λ ——压缩指数; 拉梅常数
 μ ——洛德参数; 滑移线与第一主应力方向夹角; 摩擦系数
 μ_s, μ_e ——应变洛德参数和应力洛德参数
 $\mu_{s,e}^*$ ——塑性应变洛德参数

目 录

序言

编著者的话

主要符号与说明

第1章 基本概念.....1

- 1.1 岩土塑性力学研究对象及其发展历史.....1
- 1.2 金属和岩土材料的试验结果.....3
- 1.3 岩土塑性理论的基本假设与特点.....9
- 1.4 单向受力状态下岩土塑性力学的体系.....12
- 1.5 关于土体变形的微观机理.....14

第2章 应力-应变及其基本方程.....19

- 2.1 一点的应力状态.....19
- 2.2 应力张量分解及其不变量.....21
- 2.3 八面体应力、广义剪应力与纯剪应力.....23
- 2.4 应力空间与 π 平面上的应力分量.....25
- 2.5 洛德(Lode)参数与洛德角.....28
- 2.6 各剪应力与最大主剪应力的比较.....32
- 2.7 孔隙应力、有效应力与总应力.....33
- 2.8 应力路径.....34
- 2.9 一点的应变状态.....37
- 2.10 应变空间与应变 π 平面.....40
- 2.11 各种剪应变间的关系.....41
- 2.12 应变路径.....43
- 2.13 应变率、应变增量与应力增量.....45
- 2.14 有限变形.....47
- 2.15 应力和应变的基本方程.....49

第3章 屈服条件与破坏条件.....52

- 3.1 屈服条件与屈服面、破坏条件与破坏面.....52
- 3.2 屈瑞斯卡条件.....56
- 3.3 米赛斯条件.....57
- 3.4 广义米赛斯条件与广义屈瑞斯卡条件.....59
- 3.5 莫尔-库仑条件.....60
- 3.6 辛克维兹-潘德条件.....64
- 3.7 应变表述的屈服条件和应变空间中的

屈服面.....68

3.8 Lade屈服条件、Matsuoka-Nakai屈服条件及 π 平面上屈服曲线的形状函数.....73

3.9 层状弱面体的屈服条件.....75

3.10 各向异性的屈服条件.....82

第4章 加载条件与流动法则.....84

- 4.1 加载条件与后继屈服面的概念.....84
- 4.2 加卸载准则.....85
- 4.3 等向强化和随动强化模型.....88
- 4.4 岩土材料的临界状态线和状态边界面.....91
- 4.5 土的塑性特性与体积屈服面.....98
- 4.6 单硬化参量临界状态模型.....102
- 4.7 双硬化参量临界状态模型.....107
- 4.8 部分屈服面模型和多重屈服面概念.....109
- 4.9 德鲁克塑性公设.....111
- 4.10 伊留辛塑性公设.....114
- 4.11 塑性位势理论与流动法则.....116
- 4.12 考虑弹塑性耦合的广义流动法则.....121

第5章 本构关系与硬化定律.....123

- 5.1 广义虎克定律.....123
- 5.2 各向异性弹性应力-应变关系.....127
- 5.3 无静水压力影响的理想塑性材料的本构关系.....129
- 5.4 与广义米赛斯条件相关联流动法则.....135
- 5.5 米赛斯加载面的塑性增量的本构关系.....138
- 5.6 硬化定律.....141
- 5.7 弹塑性应力-应变的一般关系式.....144
- 5.8 理想塑性条件下几种屈服条件的增量本构关系.....152
- 5.9 应变空间中表述的应力-应变关系.....160
- 5.10 弹塑性耦合的应力-应变关系.....165
- 5.11 平面情况下层状材料的本构关系.....169
- 5.12 全量理论与非线性弹性理论.....170
- 5.13 多向受力状态下的岩土塑性理论体系.....175

第6章 几种岩土本构模型.....181

6.1 Duncan-Chang模型.....181	第8章 极限分析法.....250
6.2 Domaschuk—Valliappan模型...184	8.1 引言.....250
6.3 南京水利科学研究所非线性模型.....188	8.2 虚功方程和虚功率方程.....252
6.4 剑桥模型.....191	8.3 上限定理和下限定理.....256
6.5 Lade-Duncan模型.....200	8.4 塑性屈服中的能量消散率.....259
6.6 清华大学建议的弹塑性模型.....205	8.5 垂直边坡的临界高度.....267
6.7 南京水科院弹塑性模型.....212	8.6 条形基础极限承载力.....269
6.8 Dafalias-Herrmann (1980) 界面模型.....218	8.7 饱和粘土地基中圆桩的水平极限 承载力.....282
第7章 平面应变问题的滑移线法.....223	8.8 极限平衡法的基本概念.....289
7.1 应力方程.....223	第9章 轴对称问题.....291
7.2 应力方程的特征线(滑移线)解法.....224	9.1 轴对称问题的基本方程.....291
7.3 滑移线的基本性质.....229	9.2 圆柱形孔扩张理论.....292
7.4 简单滑移线场.....232	9.3 空间轴对称问题的应力方程 和速度方程.....297
7.5 速度场.....233	9.4 无支护井筒的极限深度(上限解).....302
7.6 应力间断线和速度间断线.....236	参考文献.....308
7.7 基本边值问题.....239	外国作者中译名.....313
7.8 应力方程的数值积分.....240	名词索引.....314
7.9 条形基础极限承载力问题.....243	

第1章 基本概念

1.1 岩土塑性力学研究对象及其发展历史

弹性力学中，应力应变关系服从线性关系，即虎克定律。对于实际材料，尤其是岩土类介质材料，上述关系只在一定范围内适用。当应力超过一定限度后，物体内部的变形将不恢复，我们称这种保留下来的永久变形为塑性变形。实际上，弹性变形阶段与塑性变形阶段是整个变形过程中的两个不同的阶段。弹性力学与塑性力学就是分别研究两个不同阶段的力学问题的科学。

一般情况下，受力物体中（例如机械零件、工程结构与工程岩土）应力分布是不均匀的。有的地方应力大，很早就达到弹性极限，而在其他地点应力还很低。因此如果单凭弹性分析进行设计或判断岩土工程的稳定性，那么或是材料利用率可能很低，或是需花费较多材料来维护岩土工程的稳定。实际上，（在超过弹性极限以后，大多数材料还能继续承担应力，只是对应的应变要大一些，而且留有残余变形。这部分非弹性变形改变了物体内部的应力分配，使物体的其他部分更多地参加到承担外载中去，从而提高了整个物体的承载能力。）例如隧洞稳定分析证明，随着围岩塑性区的扩大，维护围岩稳定所需的支护抗力 P_i 就可以愈小（图1-1），这正是充分利用了围岩的自承能力，从而降低了支护的负担，减薄了支护的厚度，基于这种塑性理论分析，促进了地下工程中现代支护（例如喷锚支护）的兴起，引起了支护理论的根本性的变革。同样，著名的挡土墙理论也是充分利用土体塑性阶段的承载力，以减薄挡土墙厚度的一个典型例子。塑性理论除了用以对受力物体进行分析外，还能用于加工工艺学中，例如，利用材料塑性性质使其成各种形状，就需要探讨在何种加工情况下最省力，以及最好地发挥其变形特性而不致破坏等问题。

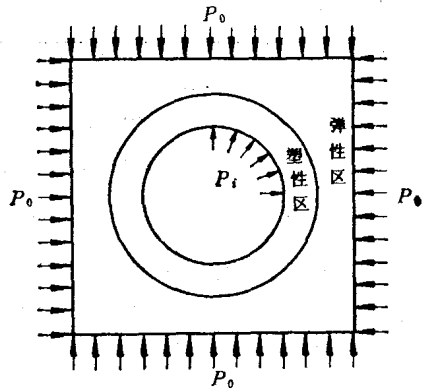


图 1-1 隧洞围岩受力状态

目前，塑性力学，尤其是岩土塑性力学已开始被作为用于研究自然界现象和规律的一种工具，例如，用于研究地球构造、地壳变形、地壳运动以及地震分析等问题。

弹性力学和塑性力学均是连续介质力学的分支，弹性力学是研究可变形固体力学两个变形阶段中前一阶段的力学问题，而塑性力学是研究后一阶段的力学问题。由于应力平衡方程和应变，位移的几何关系都是和材料性质无关的，所以弹塑性力学的差别主要在于应力和应变之间的物理关系，即本构关系或者叫做应力-应变关系。弹性力学中，材料的本构关系服从广义虎克定律，应力-应变关系是线性的。而塑性力学中，应力应变关系是非

线性的。然而,应力-应变关系的非线性并不是弹、塑性的最本质的差别,有些弹性材料也具有非线性性质。例如有一种非线性弹簧,它的力和位移之间的关系是非线性的,但是这种弹簧卸载后仍能恢复原状,因此它具有非线性弹性性质,而不具有塑性性质。塑性有别于弹性的最本质差别,除了存在不可逆的塑性变形外,还在于塑性变形中加载和卸载的规律不同,以及应力-应变关系还与应力历史和应力路径等有关。)

此外,处于弹性状态的材料,应力和应变之间的关系是一一对应的,知道了应力立即可求出应变。这种应力和应变之间能建立一一对应关系的称为全量关系。而当材料处于塑性状态时,由于塑性变形中加卸载的规律不一样,这时当应力 σ 已定时,由于加载路径不同,可以对应于不同的应变 ϵ 值如图1-2(a)所示。反之,当给定 ϵ 值时,也可对应于不同的 σ 值(图1-2(b))。这说明在进入塑性状态后,如不给定加载路径是无法建立应力-应变之间的全量关系的。因而,我们通常在塑性理论中建立应力增量与应变增量的增量关系,而只有在一些简单加载情况下(例如不卸载)才可建立全量关系。

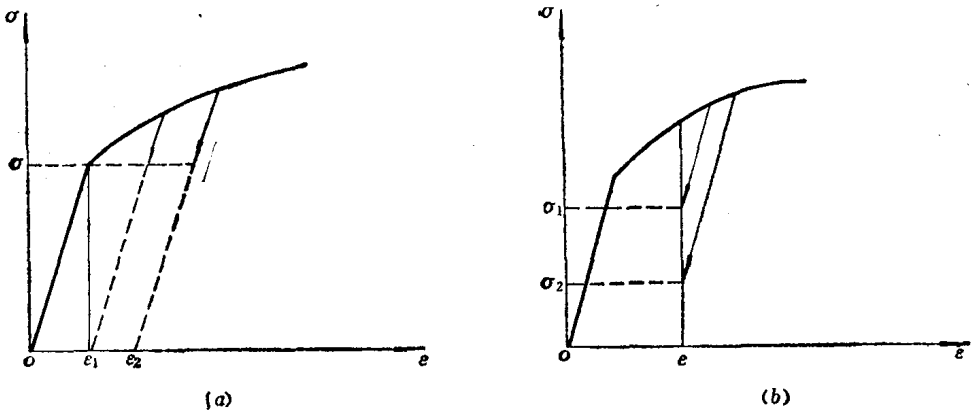


图 1-2 塑性状态下应力应变不对应
(a)同一应力对应不同应变; (b)同一应变对应不同应力

传统塑性力学是基于金属材料的变形机制而发展起来的。作为一门独立学科距今已有百余年的历史。一般认为是在1864年屈瑞斯卡(Tresca)公布了最大剪应力屈服准则开始的。随后1870年圣维南(Saint-Venant)提出了平面情况下联系应力和应变的方程组。他认识到应力和总塑性应变之间没有一一对应关系,因而假设应变率主轴与应力主轴重合。同年列维(Levy)又推广了圣维南的概念、列出了三维情况下的方程式。本世纪初提出了许多屈服条件,其中最重要的是1913年提出的米赛斯屈服条件。这一期间,米赛斯(Mises)还独立地提出了类似于列维的方程。1926年洛德(Lode)证实了列维-米赛斯方程在一级近似下是精确的。汉基(Hencky)于1924年提出了便于应用的全量理论。1930年路埃斯(Reuss)考虑了弹性分量,把普朗特(Prandtl)所得到的二维方程推广到三维方程,进一步完善了列维-米赛斯增量理论。1937年那达依(Nadai)考虑了加工硬化情况,建立了大应变情况下的应力-应变关系。此后,1944年伊留辛(Ильюшин)的小变形全量理论问世,提出了简单加载定理和卸载定理,并大量地应用这一理论求解边值问题。1951年德鲁克(Drucker)从稳定材料的定义出发,讨论了塑性势函数,提出了相关联流动法则。六十年代前后,德鲁克和普拉格(Prager)对三维应力状态提出了极值原理。由此又引出了上、下限定理。这样,传统塑性力学形成了比较系统的理论。

适用于岩土类介质材料的塑性力学起源很早,例如土力学中1773年库仑(Coulomb)提出的土质破坏条件,其后推广为莫尔-库仑准则。1857年,朗肯(Rankine)研究了半无限体的极限平衡,提出了滑移面概念。本世纪初Kötter(1903)建立了滑移线方法。Fellenius(1929)提出了极限平衡法。其后,索柯洛夫斯基(Sokolovskii)(1965)发展了滑移线法、求解土力学中各种稳定问题。太沙基(Terzaghi)(1943)等人则发展了Fellenius的理论。德鲁克和普拉格等人,在1952~1955年间发展了极限分析方法,其后W.F.Chen等人又在发展土的极限分析方面作过许多工作。可见,岩土材料的塑性解析方法也已有了较大的发展。不过,上述的滑移线法,极限平衡法及极限分析法,一般只限于求解岩土极限承载力,而且不考虑材料的实际应力应变关系,因而具有一定局限性。

岩土塑性力学的最终形成主要是在50年代末期以后,随着传统塑性力学,岩石力学,近代土力学及有限元法等数值计算方法的发展,使岩土塑性力学逐渐形成一门独立的学科。1957年,德鲁克等人首先指出了平均应力或体应变会导致岩土材料产生体积屈服,因而需在莫尔-库仑(Mohr-Coulomb)的锥形的空间屈服面上再加上一族帽型的屈服面,这是岩土塑性理论的一大进展。1958年,英国剑桥大学罗斯科(Roscoe)及其同事提出了土的临界状态概念,此后又提出了剑桥粘土的弹塑性本构模型(1963),从理论上阐明了岩土弹塑性变形的特性,开创了岩土实用计算模型。自70年代前后至今岩土本构模型的研究十分活跃。迄今,它仍然处于百花齐放,方兴未艾的阶段。与此同时,也正在注意到提出的各类岩土模型的验证工作,以辨其真伪和明确其适用范围。应该指出,电子计算技术和数值分析方法的发展对推动岩土塑性理论发展起着重要作用,例如英国辛克维兹(Zienkiewicz)等数值分析专家,在推动岩土塑性理论的进展作出了积极贡献。他提出了广义塑性力学的概念,建立了广义塑性理论的体制(1982)。他指出,相对于传统塑性力学而言,岩土类介质材料的塑性理论是一种广义的塑性理论,传统塑性理论只是其中一种特例。所以,也可把岩土塑性理论叫做广义塑性理论。

不过,目前的岩土塑性理论还远未发展完备,一些基本概念仍然不够清晰和统一。有些理论和假设,也还迫需试验加以验证。因此,岩土塑性力学是一门正在发展中的学科,有待于不断加深和完善。

岩土塑性理论的研究对象有两类:一类是把岩土视作组成地球外壳的地质体,它用以研究地壳的变形与流动。在这种情况下,还需考虑时间因素与温度因素。另一类是把岩土看作是工程材料,或是工程结构物的承载体,它研究岩土工程的承载力和稳定性,一般不需考虑温度因素和时间因素,但对某些岩土工程问题及对某些性质的岩土需考虑时间因素。我们把第一类岩土叫作地质岩土,而把第二类岩土叫作工程岩土,它亦可包含混凝土一类材料在内。后者正是本书中所研究的主要对象。

本书是从广义塑性力学基点出发的,除讲述岩土塑性理论内容外,也包含了传统塑性理论中的一些基本内容。

1.2 金属和岩土材料的试验结果

1.2.1 金属材料的基本试验

在传统塑性力学中,有两个基本试验,一个是金属材料的单向拉伸试验;另一个是材

料在静水压力作用下，物体体积变形的试验。这两个试验是建立传统塑性理论的基础。

1. 金属材料的简单拉压试验

图1-3示钢材圆柱形试件在常温静载下的一条典型应力-应变曲线。其中A点是材料的比例极限 σ_p ，B点是材料的弹性极限 σ_e 。对某些金属材料如低碳钢，这时出现一段应力不变而应变可以增长的屈服阶段，因此又称屈服应力 σ_s 。在比例极限以前，应力与应变成线性关系，可以严格用虎克定律表示，在A点以后应力与应变进入非线性阶段。在超过弹性极限以后，如果在任一点C处卸载，应力与应变之间，将不再沿原有曲线退回原点，而是沿一条接近平行于OA线的CFG线(图1-4(a))变化，直到应力下降为零，这时应变并不退回到零。OG是保留下来的永久应变，称为塑性应变，以 e' 表示。如果从G点重新开始拉伸，应力与应变将沿一条很接近于CFG的线G'F'C'变化，直至应力超过C点的应力以后才又发生新的塑性变形。表明经过前次塑性变形以后弹性极限提高了，新的弹性极限以 σ_s' 代表，为了与初始屈服应力相区别，称为加载应力($\sigma_s' > \sigma_s$)，这种现象称为加工硬化或应变硬化。对于低碳钢材料，在屈服阶段中，卸载后重新加载并没有上述强化现象，被称为理想塑性或塑性流动阶段。

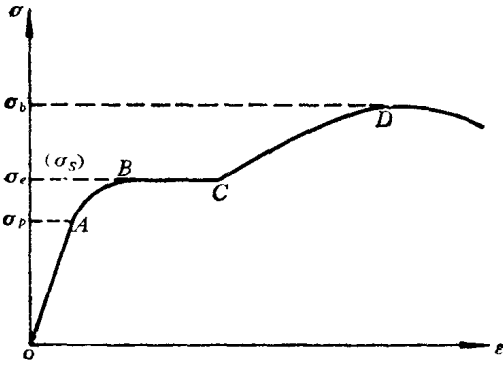


图 1-3 金属的应力-应变曲线

线段CFG和G'F'C'组成一个滞后回线，对于一般金属来说，其平均斜率和初始弹性阶段的弹性模量E相近，从而可将加卸载的过程理想化为图1-4(b)的形式，并取CG的斜率 = E。在CG段中变形处于弹性阶段，它和OA段的区别只是多了一个初始应变 e' ，总的应变是： $e = e' + e''$ ， $e'' = e - \frac{\sigma}{E}$ 在CG段中 e' 不变，在BCD曲线上(图1-3) e' 随应力而改

变，为了与初始屈服应力相区别，称为加载应力($\sigma_s' > \sigma_s$)，这种现象称为加工硬化或应变硬化。对于低碳钢材料，在屈服阶段中，卸载后重新加载并没有上述强化现象，被称为理想塑性或塑性流动阶段。

线段CFG和G'F'C'组成一个滞后回线，对于一般金属来说，其平均斜率和初始弹性阶段的弹性模量E相近，从而可将加卸载的过程理想化为图1-4(b)的形式，并取CG的斜率 = E。在CG段中变形处于弹性阶段，它和OA段的区别只是多了一个初始应变 e' ，总的应变是： $e = e' + e''$ ， $e'' = e - \frac{\sigma}{E}$ 在CG段中 e' 不变，在BCD曲线上(图1-3) e' 随应力而改

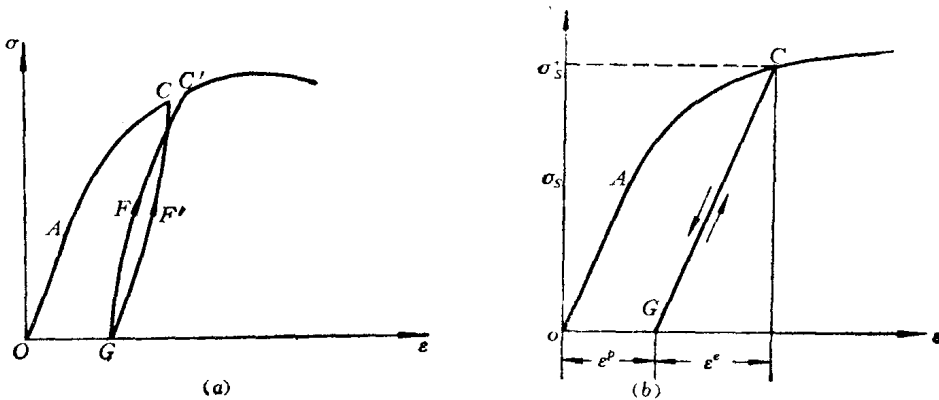


图 1-4 加卸载过程的应力-应变曲线

(a)实际状况；(b)理想化状况

变 $e' = e'(\sigma)$ 。

D点是载荷达到最高点时的应力，称为强度极限 σ_b 。在D点以后应力开始下降。

以上描述的是简单拉伸过程，单向压缩下一般也有类似情况，压缩时的弹性极限与拉伸时的弹性极限相近（图1-5（a）中B与B'两点）。

如果试验中，在卸去全部拉伸荷载之后，继续在相反方向加上压缩载荷，则从 σ - e 图上可以看到（图1-5（a））在 σ 轴的负方向，继续有一直线段GH，以对应于H点的应力为 σ_s' ，当压应力再增长时，将出现压缩的塑性变形。如果 $|\sigma_s'| < \sigma_s$ ，表明经过拉伸塑性变形后改变了材料内部的微观结构，使得压缩的屈服应力有所降低，同样在压缩时经过压缩塑性变形提高压缩的屈服应力后，拉伸的屈服应力也会有所降低，这种现象叫做包辛格（Bauschinger）效应，或简称包氏效应，这时 $\sigma_s' + |\sigma_s'| = 2\sigma_s$ ，有些材料并没有包氏效应，相反，由于拉伸而提高其加载应力时，在压缩时的加载应力也同样得到提高，如图1-5（b）所示，这时 $\sigma_s' = |\sigma_s'| > \sigma_s$ 。

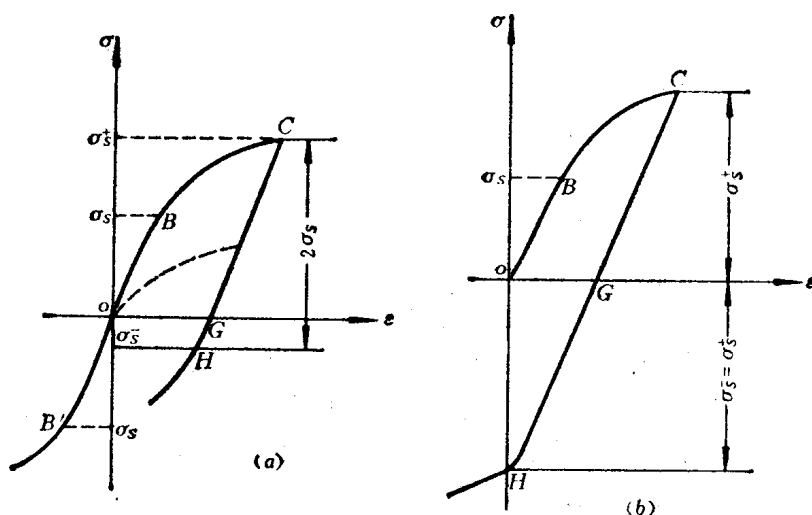


图 1-5 屈服应力的变化
(a)有包辛格效应 (b)无包辛格效应

2. 静水压力（各向均匀受压）试验结果

（Bridgman）通过试验曾对静水压力对变形过程影响作过比较全面的研究。

试验表明，在压力不太大的情况下，体积应变实际上与静水压力成线性关系。对于一般金属材料，可以认为体积变化基本上是弹性的，除去静水压力后体积变形可以完全恢复，没有残余的体积变形。因此，在传统塑性理论中常假定体积变形不产生塑性变形，而且在塑性变形过程中，体积变形与塑性变形相比，往往是可以忽略的，因此在塑性变形较大时，忽略体积变化，认为材料是不可压缩的假设是有实验基础的。

Bridgman和其他研究人员的实验结果确认，在静水压力不大条件下，静水压力对材料屈服极限的影响完全可以忽略。因此在传统塑性力学中，完全不考虑体积变形对塑性变形的影响。但也有一些金属例外，如铸造金属等，则不能忽略静水压力的影响。

1.2.2 岩石类介质的压缩试验结果

岩石类介质在一般材料试验机上不能获得全应力-应变曲线，它仅能获得破坏前期的应力-应变曲线，因为岩石在猛烈的破坏之后便失去了承载力。这是由于一般材料试验机的刚度小于岩石试块刚度的缘故。因此，在试验中，试验机的变形量大于试件的变形量，试