高等院校

普通物理解题指导丛书

电磁学解题指导

江西人民出版社

高等院校普通物理解题指导丛书

电磁学解题指导

陈士亮　　涂怡如
钟士科　　吴大江　编

江西人民出版社

一九八三年·南昌

内　容　提　要

全书分为十九章，共收集了静电场、静电场中的导体、电介质、稳恒电流、稳恒磁场、电磁感应和暂态过程、磁介质、交流电、电磁场与电磁波、电磁学单位制等方面的题目900余道。

本书可作为高等院校、电视大学、职工大学理工科学生及自学青年的学习参考书，也可作为大专院校普通物理教师的教学参考资料。

高等院校普通物理解题指导丛书

电磁学解题指导

陈士亮　涂怡如
钟士科　吴大江　编

江西人民出版社出版

（南昌市第四交通路铁道东路）

江西省新华书店发行　　江西新华印刷厂印刷

开本 787×1092　1/32　印张 24.5　字数 56 万

1983年2月第1版　　1983年2月第1次印刷

印数 1—7,000

统一书号：15110·414　　　　定价：2.50元

前　言

为了帮助高等院校理工科学生和正在自学大学普通物理学的读者学习，并为大专院校普通物理教师提供一些教学参考资料，江西大学和江西师范学院物理系，以及江西工学院物理教研室的部分教师，共同编写了一套高等院校普通物理解题指导丛书。这套丛书包括《力学解题指导》、《分子物理和热力学解题指导》、《电磁学解题指导》、《光学解题指导》和《近代物理解题指导》。

这套丛书的选题原则是：以加强基本训练为主，也适当收集一些难度较大的、反映现代科学技术内容的新题目，以适应不同读者的需要。编写方式是：每本书中的各章均包括四个部分：第一部分主要陈述本章解题所需的重要概念和关系式，以便读者查阅；第二部分是典型例题，每题都详尽地分析了题意，指明了解题思路，介绍了各种解题方法，并对解题结果进行了必要的说明和讨论；第三部分是题解，其中包含有各种类型的题目，并根据各题难易程度的不同，或作详细解答，或作简单演算；第四部分是练习题，附答案。

本书是丛书中的一种。全书分十九章，共选有电磁学方面的各种题目900余道。这些题目主要选自国内各通用教材，以及美、英、日、苏等国的有关参考书。其中，第一章至第十六章由陈士亮、涂怡如同志编写；第十七章由吴大江同志编写；第十八、十九两章由钟士科同志编写。

本书承蒙中国科学院研究生院物理教研室副教授李毓昌、

江西教育学院熊亚特、周起芳和江西省教育厅教研室胡次瑗同志审校。在此谨向他们表示感谢。

由于我们水平有限，经验不足，书中难免存在缺点和错误，诚恳地希望读者批评指正。

编　者

1982年元月

目　　录

第一章 库 仑 定 律

一、重要概念和关系式

1．点电荷：当带电体的大小和带电体间的距离相比很小时，这种带电体被看作是点电荷。这时带电体的形状和电荷的分布无关紧要。

2．库仑定律：两个点电荷 q_1 和 q_2 之间的相互作用力的大小，同 q_1 与 q_2 的乘积成正比，同它们之间距离 r 的平方成反比；作用力的方向沿着它们的联线，同号电荷相斥，异号电荷相吸。

$$\mathbf{F}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}$$

式中 $\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}$ 库仑/牛顿・米^2。

特别要强调的是，库仑定律只适用于点电荷。多个点电荷对一个点电荷的作用力，应分别计算出每一个点电荷对它的作用力，然后求其矢量和。

二、典 型 例 题

【例题 1】 两个带正电的点电荷 q_1 和 q_2，分别放置在 Y 轴的 $y=a$ 和 $y=-a$ 处，第三个带正电的点电荷 q_0 放置在点 $P(x, y)$。求 q_0 所受的力。

题意分析：

点电荷 q_1、q_2 和 q_0 的电量和位置都已知，求作用在 q_0 上的合力。

解题思路：

运用库仑定律，分别求出每一点电荷对 q_0 的作用力，再用平行四边形法则或正交分量解析法求出合力。

解法：

q_1 对 q_0 作用力的大小

$$F_1=\frac{q_1q_0}{4\pi\varepsilon_0r_1^2}$$

q_2 对 q_0 作用力的大小

$$F_2=\frac{q_2q_0}{4\pi\varepsilon_0r_2^2}$$

$\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 的方向如图 1－1 所示。

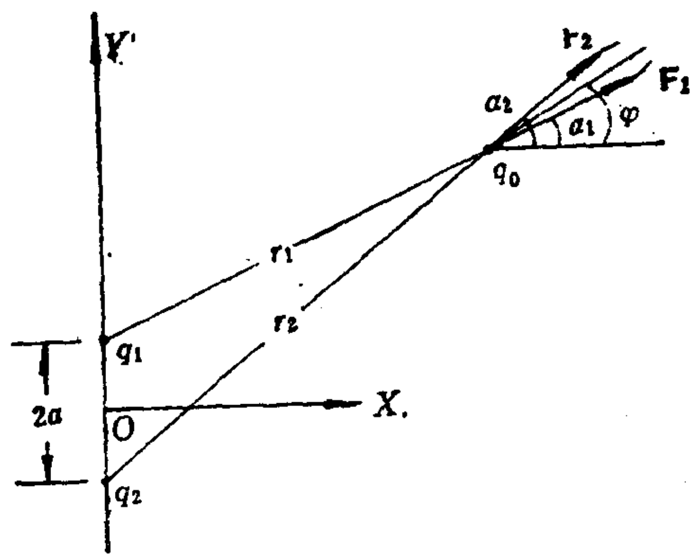

图 1－1

用正交分量解析法求合力

$$F_x=F_{1x}+F_{2x}=F_1\cos\alpha_1+F_2\cos\alpha_2$$

$$F_y=F_{1y}+F_{2y}=F_1\sin\alpha_1+F_2\sin\alpha_2$$

由图 1－1 可知：

$$\sin\alpha_1 = \frac{y-a}{r_1} \qquad \sin\alpha_2 = \frac{y+a}{r_2}$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{x}{r_1} \qquad \cos\alpha_2 = \frac{x}{r_2}$$

$$r_1 = \sqrt{x^2+(y-a)^2} \qquad r_2 = \sqrt{x^2+(y+a)^2}$$

$$F_x = \frac{q_1 q_0 x}{4\pi\varepsilon_0[x^2+(y-a)^2]^{\frac{3}{2}}} + \frac{q_2 q_0 x}{4\pi\varepsilon_0[x^2+(y+a)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$F_y = \frac{q_1 q_0 (y-a)}{4\pi\varepsilon_0[x^2+(y-a)^2]^{\frac{3}{2}}} + \frac{q_2 q_0 (y+a)}{4\pi\varepsilon_0[x^2+(y+a)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{F_y}{F_x} \qquad \therefore \varphi = \mathrm{tg}^{-1}\frac{F_y}{F_x}$$

φ 为合力 **F** 与 X 轴之间的夹角。合力的大小

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

说明：

（1）通过本例题，要求熟练地运用库仑定律求点电荷（或点电荷与点电荷系）之间的作用力；

（2）力是矢量，在运算过程中必须记住：(a)求合力时，须用平行四边形法则或正交分量解析法；(b)最后的答案必须有力的大小和方向（方向用力与某轴的夹角表示）；

（3）当 q_0 放在原点时，即 $x=0$、$y=0$，且 $q_1=q_2$ 时，则 $F=0$；

（4）当 q_0 放在 X 轴上，即 $y=0$ 时，则

$$F_x = \frac{q_1 q_0 x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{q_2 q_0 x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$F_y = \frac{q_0 a}{4\pi\varepsilon_0(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}(q_2-q_1)$$

若 $q_2=q_1=q$，则

$$F_x = \frac{qq_0x}{2\pi\varepsilon_0(x_2+a_2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$F_y = 0$$

(5) 当 q_0 放在X轴上，且 $q_1=q_2=q$，求 q_0 放在何处所受作用力最大。

$$\frac{dF}{dx}=\frac{qq_0}{2\pi\varepsilon_0}\ \frac{d}{dx}\left[\frac{x}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$=\frac{qq_0}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}-\frac{3x^2}{(x^2+a^2)^{\frac{5}{2}}}\right]$$

$$=0$$

$$a^2-2x^2=0$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{2}\,a}{2}$$

图 1—2 表示力随 x 变化的曲线。

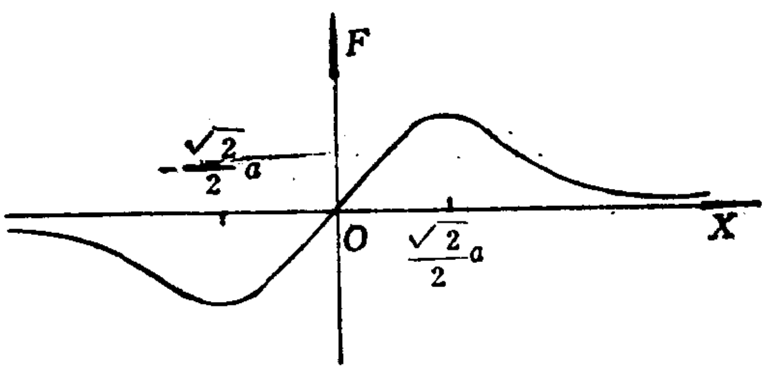

图 1—2

(6) 若 $q_1=-q_2=q>0$，则：

对任意一点(x，y)，

$$F_x=\frac{q_1q_0x}{4\pi\varepsilon_0[x^2+(y-a)^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{q_2q_0x}{4\pi\varepsilon_0[x^2+(y+a)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$F_y=\frac{q_1q_0(y-a)}{4\pi\varepsilon_0[x^2+(y-a)^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{q_2q_0(y+a)}{4\pi\varepsilon_0[x^2+(y+a)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

对在X轴上的任意一点，

$$F_x=0$$

$$F_y=-\frac{qq_0a}{2\pi\varepsilon_0(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

对在Y轴上的任意一点，

$$F_x=0$$

$$F_y=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0(y-a)^2}-\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0(y+a)^2}$$

（7）q_0放在何处才能使它所受的力为零？很显然，只有当q_0置于y轴上时，所受的合力才为零。以下根据几种不同的情况进行讨论：

如图1—3所示，q_1、q_2同号，数值不等时，

$$\frac{q_1q_0}{4\pi\varepsilon_0(a-y)^2}=\frac{q_2q_0}{4\pi\varepsilon_0(a+y)^2}$$

$$q_1(a+y)^2=q_2(a-y)^2$$

只有q_1、q_2、a和y满足上一方程时，q_0所受的力才为零。这时$-a<y<a$。

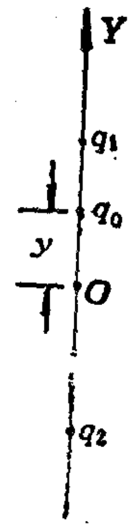

图1—3

q_1和q_2同号等值时，由上式可知，q_0在原点受力为零。

q_1和q_2异号不等值时，q_0必须放在两点电荷之外，且靠近电量小的一端。

q_1和q_2异号等值时，除了无限远之外，在有限区间不存在这样的点。

【例题 2】 两个小球，各带电量 2.0×10^{-7} 库仑，可在如图 1—4 所示的无摩擦的棒上自由滑动。若每球的质量为0.10克，求它们的平衡位置及棒上的反作用力。

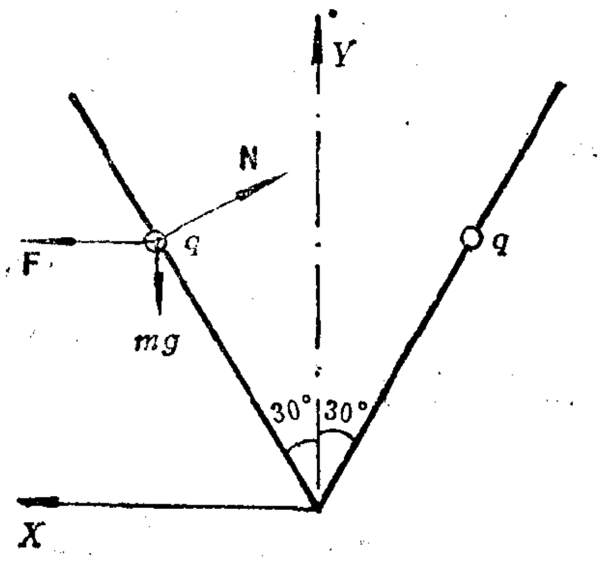

图1—4

题意分析：

小球处于静力平衡，求小球的平衡位置和棒对小球的作用力。

解题思路：

这是静力平衡问题，可按下述步骤求解：

(1) 分析小球的受力情况，画出受力图；

(2) 选择坐标系；

(3) 列出平衡方程式。

解法：

受力分析和坐标系如图 1—4 所示。

$$\Sigma F_x = 0 \qquad F - N\cos 30^\circ = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \qquad N\sin 30^\circ - mg = 0$$

$$F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$r^2 = \frac{q^2 \sin 30^\circ}{4\pi\varepsilon_0 mg\cos 30^\circ} = \frac{(2.0\times10^{-7})^2}{4\pi\times8.85\times10^{-12}\times10^{-4}\times9.8\sqrt{3}}$$

$$= 24\times10^{-2}\ (\text{米}^2)$$

$$r = 0.49\ (\text{米})$$

$$R = \frac{r}{\cancel{2}\sin 30^\circ} = 0.49\ (\text{米})$$

$$N=\frac{mg}{\sin 30^\circ}=1.96\times10^{-3}\text{（牛顿）}$$

说明：

一个带电体有时不仅受到库仑力的作用，而且还受到弹性力、重力等作用，并处于平衡状态。处理这一类问题，完全与解力学中的平衡问题一样，即按本题的解题思路求解。

—

【例题 3】 两无限长平行直导线均匀带电，线电荷密度分别为$\pm\lambda$，两线相距为a。试求两线单位长度间的相互作用力。

题意分析：

已知电荷连续分布，求单位长度导线上所受的力。

解题思路：

带电体不是点电荷，不能直接运用库仑定律。将两带电体分割成无限多点电荷dq_1和dq_2，根据库仑定律

$$d\mathbf{F}=\frac{dq_1dq_2}{4\pi\varepsilon_0r^3}\mathbf{r}$$

然后求积分。注意：这是矢量积分，必须先变成标量积分才能进行运算。

解法：

将两导线分割为无限多线段元，在其中分别任取dx_1和dx_2。所带电量分别为$dq_1=\lambda dx_1$和$dq_2=-\lambda dx_2$，并视为点电荷，应用库仑定律

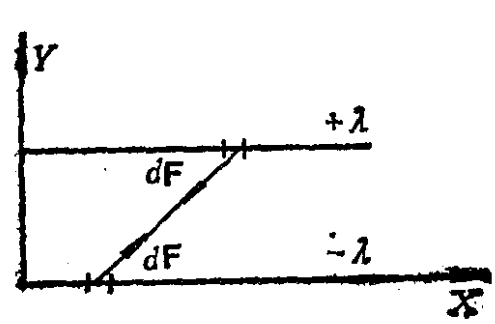

图 1－5

$$d\mathbf{F}=\frac{dq_1dq_2}{4\pi\varepsilon_0r^3}\mathbf{r}$$

$$= \frac{-\lambda^2 dx_1 dx_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}$$

$$dF_x = dF\cos\alpha$$

$$dF_y = dF\sin\alpha$$

从图1—5上可看出，由于对称性，X方向的合力为零。

$$F_L = F_y = \int dF_y = -\frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0}\iint\limits_{LL}\frac{dx_1 dx_2}{r^2}\sin\alpha$$

$$= -\frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}dx_2\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{a\,dx_1}{[a^2+(x_2-x_1)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$= -\frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 a}[\sqrt{L^2+a^2}-a]$$

导线为无限长时，单位长度导线上所受的力

$$F = \lim_{L\to\infty}\frac{F_L}{L} = -\frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 a}\lim_{L\to\infty}\frac{\sqrt{L^2+a^2}-a}{L}$$

$$= -\frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

式中负号表示吸引力。

说明：

（1）通过本例题，要求掌握连续带电体（非点电荷）之间的相互作用力的求法；

（2）在求带电体之间的相互作用力时，先要判断带电体是否能作为点电荷处理。若带电体不能当作点电荷看待，则必须用上述方法求解。切忌不加分析地滥用库仑定律而求出错误的答案；

（3）矢量积分在电磁学解题中用得很多，必须熟练地掌握。运算中要注意：(a)将矢量积分化为坐标轴上的分量式进