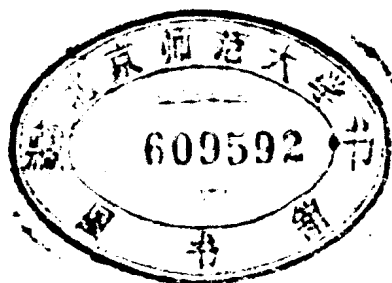


逻辑与数学教学

寿望斗 编著



科学出版社

1979

内 容 简 介

逻辑学是研究人类正确思维的规律和形式的科学。要完整地、循序渐近地思考,就必须正确地了解、掌握和使用思维的形式,并遵守正确的思维规律。本书简明扼要地介绍一些必要的逻辑知识。

本书以初等数学为例,通俗易懂地阐述了逻辑在数学教学中的应用,以及怎样培养学生的逻辑思维能力,并纠正他们经常犯的逻辑错误等。

本书可供中学教师和师范院校师生做教学参考书,亦可供干部、知识青年学习使用。

逻辑与数学教学

寿望斗 编著

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1979 年 3 月第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1979 年 3 月第一次印刷 印张: 4 1/4

印数: 0001—501,850 字数: 82,000

统一书号: 13031·955

本社书号: 1353·13—1

定 价: 0.33 元

目 录

第一章 绪论	1
§ 1. 思维	1
§ 2. 逻辑学	3
§ 3. 逻辑的意义及其与数学教学的关系	5
§ 4. 逻辑的方法	7
第二章 逻辑思维的初步规律	11
§ 5. 关于逻辑规律的一般概念	11
§ 6. 同一律	13
§ 7. 矛盾律	17
§ 8. 排中律	20
§ 9. 充足理由律	24
第三章 概念	30
§ 10. 概念与观念	30
§ 11. 思维与语言、概念的名称	34
§ 12. 概念的外延与内涵	35
§ 13. 种概念与类概念	38
§ 14. 概念的定义	40
§ 15. 下定义的规则	44
§ 16. 概念的分类	47

§ 17. 分类的规则	51
§ 18. 数学概念的教学法要点	53
第四章 判断	59
§ 19. 判断的性质与结构	59
§ 20. 判断的分类	61
§ 21. 判断中名词的外延	66
§ 22. 判断间的关系	70
§ 23. 数学命题	77
§ 24. 命题的条件	82
第五章 推理	86
§ 25. 演绎推理	86
§ 26. 三段论法的公理	89
§ 27. 三段论法的规则	91
§ 28. 三段论法的格与式	98
§ 29. 假言推理和选言推理	101
§ 30. 归纳推理	104
§ 31. 类比推理	108
§ 32. 推理方法在数学中的应用	110
第六章 论证	114
§ 33. 关于逻辑论证的一般概念	114
§ 34. 论证的规则	117
§ 35. 直接论证——分析法与综合法	119
§ 36. 间接论证——反说证明和选择证明	122
§ 37. 数学归纳法	126

第一章 绪 论

§1. 思 维

一人清晨起来，开门向外一望，看见屋顶湿了，道路也湿了，草木的叶子尽都湿了。他就马上会想到：“唔，昨天夜里又下过雨啦！”

这是一个思考过程的例子。

人类对于自然或社会现象的认识，是从感觉开始的。感觉的发生，是物质世界的各物体或现象直接作用于感觉器官的结果。

感觉就是物质对象的个别特性在我们意识中的反映。

但人所反映的不仅是对象的个别性质，而且也反映整个的物体和现象，因而就产生了知觉。例如我们接触到某个对象，比方说黑板时，我们不仅感觉到它是黑的、坚硬的、长方形的、可以在它上面用粉笔写字的等个别特性，而且在我们的意识中，对这些个别特性的感觉，也是联结为对象的一个统一的形象，使我们获得黑板这个整体的知觉。

知觉就是各个物体或现象作为一个整体在我们意识中的反映。

感觉和知觉是我们关于周围世界的知识的本源。但感觉

和知觉只是认识现实的初步的、而且是最简单的形式,它们是个体对象的直觉形象。为了认识事物的内部联系,认识事物和现象的发展和变化的规律,人们就须把这些事物和现象的感觉和知觉在自己的头脑中加工,来补充感官的活动。即把重要的、本质的东西抽出来,把事物和现象的联系和关系反映出来。也就是经过一番像毛主席所说的“去粗取精、去伪存真、由此及彼、由表及里的改造制作工夫”,使认识从低级的感性阶段上升到高级的理性阶段。

在我们的头脑中的这种活动,是认识发展中的一个新阶段,名为思维。

思维是人类所特有的一种高级的心理活动,它是人类大脑反映客观事物的一般特性、以及客观事物间相互关系的一种过程。

现在我们来讨论思维的特征:

在上面所举的例子中,大家都很清楚,当昨天夜里下雨的时候,这个人正在酣睡之中,他没有看到雨滴,也没有听到雨声,而今天早晨又早已雨止云散,天气晴朗了,可见这个人并没有直接知觉到雨。但是,因为他知道“雨”和“屋顶道路等的变湿”有着因果关系,所以能够依据他所见到的屋顶道路等变湿了的事实,作出“昨晚下雨”这个论断来。换句话说,他是通过思维活动而间接地认识到雨的。

于是可知,思维是客观世界的事物和现象的间接的认识过程。这是思维的第一个特征。

但仅只观察到有一次下雨曾招致屋顶道路等变湿,还是

不能作出任何结论来的,还必须知道这种关系具有一般性质,即每次下过足够的雨量之后,屋顶道路等必然变湿。换句话说,就是这个人必须概括他自己长期所观察的结果。

在一切思维过程中,我们是在反映着各种事物和现象的一般特性,这种特性不仅存在于一个对象中,而且也存在于整群相类似的对象中。

于是可知,思维是现实底概括的认识过程。这是思维的第二个特征。

总起来说,思维是现实底间接的、概括的认识过程。

思维并不是感觉和知觉的简单的总合,而是比感性认识更完善的新的认识形式。其所以更完善,不仅是因为思维的客体可能是在某一个时候感性认识所难于达到的遥远的对象,主要的还因为思维能够深入事物的本质,认识现象的规律。就是说,更深刻地、更完全地反映现实。正因为这样,所以思维使我们能够知道我们所没有直接观察过的事物,还使我们能够预见事件的进程和我们自己动作的结果。

§2. 逻辑学

在日常生活和教学工作中,在科学研究和学术论文中,随时随地都需要有一种正确的思维。所谓正确的思维,就是一种确定的、首尾一贯的、无矛盾的、有根据的思维。也就是合乎规律的思维。

如上节所述,思维是人类大脑对客观事物的特性以及客

观事物间相互关系的一种反映过程，而客观事物都是有规律地运动着、联系着的，所以思维也必然具有规律性，乃是十分明显的。

但人类的思维活动及其规律是复杂的、多样的、有着一个发展历程的，因而实际上就存在着初步的思维及其规律，和发展到高级阶段的思维及其规律。这是因为现实世界的一切事物，既在运动变化，又有着相对静止的状态。事物的相对的稳定性是事物所固有的，而反映到我们的思维中来，便是思维的初步规律。思维的初步规律就是形式逻辑，这就是通常所谓逻辑学的研究对象。至于高级的思维规律就是辩证逻辑，那就成为唯物辩证法这门科学所研究的对象了。

逻辑思维的基本规律有四个，即同一律、矛盾律、排中律和充足理由律。这些规律将于第二章中详细讨论。

逻辑学除了研究思维的规律之外，还研究思维的形式。思维的形式就是概念、判断和推理，我们将在后面分别专章论述。总括的说：

逻辑学是研究人类正确思维的初步规律和形式的科学。

为什么这一门科学叫它做逻辑学呢？原来逻辑二字是 *logic* 的译音，光就这两个字的字面上来讲，是没有什么意义的。而 *logic* 一词导源于希腊文 *logos*，有“思维”及“表达思考的言辞”之意，因此过去曾经有人把它意译做“论理学”，或“理则学”等。现在这些名词都不用了，而普遍地采用逻辑这个音译的名词了。

§3. 逻辑的意义及其与

数学教学的关系

逻辑的形式与规律是在实践中获得的。人类亿万次地实践,反复地证明着辩证逻辑和形式逻辑的真理性。由此可知,逻辑的形式与规律具有固定不变性,具有永恒性。无论古今中外的人,都是依照同样的一种逻辑规律来作论断,都是在同样的一种逻辑形式中来进行思考的。如果没有对于一切人都是一样、都是必须遵循的逻辑规律和形式,人们就不能彼此理解,就不能互相交际了。

形式逻辑提供了正确思维的规律和形式。为要严整地、循序渐进地思考,就必须正确地使用思维的形式,并遵守正确的思维规律。如果有人不遵守它们,就会破坏思维,引起思维中的混乱。这样的人,不仅其思想是没有条理的,而且其行动也不会是有条理的,因为人的行动总是通过思想的。

自然,没有学过逻辑学的人也可能作出合乎逻辑的论断,好像没有学过语法的人也能够实际应用语言一样。这是因为任何人都可以在实践中自发地蓄积下来一些逻辑能力,因而能够在一定程度上使用思维的形式和遵守思维的规则。但是,正如研究语法可以提高我们口头的和书面的表达技能一样,研究逻辑学,自觉地通晓逻辑,也可以提高我们的思维技能。

由此可见,我们应该懂得逻辑,应该发展自己的逻辑思维

的技能，并且能够在实践中正确地加以运用。

发展学生的逻辑思维，是中学数学的教学目的之一。数学教师有责任在教学过程中培养和发展学生的逻辑思维力和判断力。因此数学教师更有必要懂得逻辑。

逻辑是客观实在的最一般的规律的反映，因此它是可以运用于一切具体科学——特别是数学——的思维方法。反过来，在各科数学里，都有着丰富的逻辑因素。

培养和发展学生的逻辑思维是非常必要的。知识是正确认识的成果，而正确的思维又是达到正确认识所必不可少的手段。只有培养学生的逻辑思维，才能保持和巩固他们既有的认识，并在发展前途上不断的修正错误，辨明真理，提高认识，使他们获得越来越丰富的科学知识。

然而应该指出，思想的内容，具体的知识，始终是正确思维中最主要、最基本的东西。因此不应当以为单靠逻辑的知识就能够学会正确地去思考。逻辑只能在我们掌握新知识的过程中有所帮助，却并不能够代替依靠别的科学研究，依靠积极参加生产和社会工作所能获得的知识。

还应该指出，通过数学教学培养逻辑思维，并不等于说我们要在数学课中专门讲授逻辑这门科学的知识，而是要在讲述数学的过程中，能够随时体现出教材内在的逻辑性来。

虽然没有必要而且也不应该在数学课中讲授逻辑学，但是，为了更好地发挥教材内在的逻辑性，培养学生的逻辑思维能力，并使讲解新课、论证定理、以及揭露并纠正学生所犯的逻辑错误时具有更大的说服力，教师自身就应该研究逻辑学，

应该掌握一定的逻辑知识。逻辑学能够帮助我们更迅速更深刻地去了解教材，去解答问题，去论证自己的论断，以及去严谨而前后一贯地叙述自己的思想——不论是口头的或者是书面的。逻辑学会帮助我们去找出和分出所研究的材料中主要的和基本的东西，更好地去通晓它们的内容。

本书的目的在于扼要地介绍一些必要的逻辑常识，并说明逻辑在数学教学中的应用，以及怎样在数学教学中发展学生的逻辑思维，其中所举例子大都取材于初等数学，借以提供给自学逻辑学的数学教师同志们作为初步的参考读物。

§4. 逻辑的方法

为要认识客观世界的事物和现象的一般特性、关系和规律性，我们必须使用一系列的逻辑方法。思维的这些主要方法就是比较、分析与综合、抽象与概括。兹分述于下：

(一) 比 较

比较法是用以确定客观世界的事物和现象的相似之点和不同之点的逻辑方法。

事物的认识是这样开始的，即我们由感官来感受并互相比较它们，确定这个事物同其他事物的差异之点和类似之点。

我们不仅在直接知觉所有事物的那种场合应用比较法，我们也常常以别的事物做媒介来比较这些事物的异同。例

如,比较地球和太阳的成分,我们是借助光谱来进行的;昨天和今天空气的温度,我们是由温度计的指示来比较的。在数学中也有同样的情形,譬如要比较 AB 两个角,我们时常取第三个角 C 作媒介,如果 $\angle A = \angle C, \angle B = \angle C$, 那末就可确定 $\angle A = \angle B$ 。

无论怎样,要使比较的结果获得正确的结论,应当遵照比较的规则:

(1) 比较的对象必须是实际上彼此有联系的。风马牛不相及的东西是不能互相比较的。例如把斤和尺、智慧和苹果等来比较,那是毫无意义的。

(2) 必须选择确定的标准。没有标准就不能比较。例如要比较两个学生的计算技能,可以依照演算的快慢以及算得对不对、好不好、合理与否等作为标准。前者是量的指标,后者是质的指标,两者应当互相补充,缺少任何一项,就不能得出完全正确的结果。

(3) 应当根据同一种属性,在同一种关系上来比较两个或几个对象。例如,黑板的“硬度”同粉笔的“颜色”是无法比较的。两支粉笔在日光下都是白色的,如果把一支放在日光下,另一支放在红光下来比较,结果就不正确了。

(4) 应当根据对象的本质属性来比较。例如,根据地理位置等属性来比较两个国家的社会制度,是不能得出正确结论的。因为地理环境不是决定社会制度性质的本质属性。

总而言之,只有选取比较的标准,根据同一的属性,特别是同一的本质属性,将两个或几个在实际上互相联系的对象

来做比较，才可以获致正确的比较结果。

比较是处理感性材料的初步的、必要的手续。通过比较，可以使接近的对象集拢来，不相干的对象离开去。

(二) 分析与综合

分析是在思想中分解着一个物体或一个对象，将它的个别的部分、特征和性质分辨出来。

综合是在思想中把对象的各个组成部分、特征联合起来成为一个整体。

分析和综合，最初是在实践的活动中发生着的。并且是在实践活动的基础上发展着的。要想能够在心里分辨出某个复杂机器的个别部分，或是在心里由个别的部分合成一个整体的机器，就必须对于实际上拆卸和安装这类机器有过足够的实践。一个人如果从来没有实际上拆卸和安装过闹钟，他就决然不能“在头脑中”作这样的事情。

分析与综合是两个彼此密切联系着的逻辑方法。如果对象没有经过分析，就不可能综合。对象经过分析之后，才能区别开哪些是可以不管的，哪些是非管不可的；哪些是共同的，哪些是个别的，等等。但在分析的结果中，我们所获得的只是关于对象的各个部分的知识，并没有得到所研究对象的完整的知识。必须再加以综合，才能更明确地、更深入地认识到这个对象的统一的整体。

经过分析与综合，我们对于对象的认识已经提高一步了。

但这还只是对于感性材料的较低级的加工。较高级的加工，则是抽象与概括。

(三) 抽象与概括

抽象是在思维中仅只区分出对象的本质特性，而将其余非本质的、不重要的特性抽离开去的方法。

抽象的结果，叫做抽象化。

概括是在思维中将同一种类的对象的共同的本质属性集中起来，结合为一般的类的属性。

抽象与概括是一个统一的、不可分割的过程。在抽绎对象的特性时，我们同时也就已经在反映对象的一般特性。

抽象与概括，都可能是正确的，也可能是不正确的。正确的抽象反映着事物所包含的内容。例如，“几何图形”这一个抽象概念，就反映物质世界的对象的一种具体特性，即它们的形式。对于某一类事物或现象，如果仅有表面的考察，而没有对于它们的特性作深刻的研究、正确的认识，那就会造成不正确的所谓“仓卒的概括”。

正确地抽象和概括的结果，把感性材料中的杂质舍弃了，非本质的甚至偶然的属性摆脱了，而本质的、精华的东西被留下来并且集中起来了。这样我们就做完了一番“去粗取精，去伪存真，由此及彼，由表及里”的功夫，因而我们的认识就大大地提高了，更全面地更深入地把握事物的本质了，不再是笼统的、朦胧的，带有片面性和表面性的了。

第二章 逻辑思维的初步规律

§5. 关于逻辑规律的一般概念

我们都已知道，思维是物质世界的对象和现象在人类头脑中的反映。人们必须遵循着一定的逻辑规律来思考，才能正确地反映现实，才能正确地认识周围世界，才能掌握科学真理。正确思维的基本规律，早在公元前四世纪的时候，已经由希腊大哲学家亚里士多德规定下来了。这些规律就是同一律、矛盾律和排中律。后来，到十七世纪之末，德国哲学家莱布尼兹又增入了一条充足理由律。

这四条形式逻辑的思维规律，同一切自然规律一样，并不是什么人杜撰出来的，而是有它们的客观现实的基础的。若以为思维规律只是思维形式的规律，与客观现实无关，那就是唯心主义的理论。

辩证唯物论者认为在我们周围世界中的一切事物，都处在永恒地和不断地运动、变化与发展之中。运动是物质底本质的、固定不变的性质。世界是运动着的物质。但同时也承认在运动过程中，任何事物都可能有一定的相对稳定的状态。当事物处于相对稳定状态的时候，就保持着一定的质态不变。一个个体，例如某一个塔，它从建成到倾塌，一直保持着相对稳

定状态，以它的一定的质态和其他的事物相区别。一类的物体，例如人类。从形成人类以来，一直到现在，所有的人都有着某些共同的特征，这些特征构成人类的质态，跟其他的动物区别开来。

人们可以想像：假如客观事物只有瞬息万变的运动，没有相对静止的性质，那末我们将无法区别日月星辰，花草树木，以及其他形形色色的万事万物了。所有的事物和现象对于我们将是漆黑一团，而我们对于它们将是“什么也不能说”了。这样，就不会有什么客观世界，也不会有什么客观世界与主观世界的关系，更不会有什么概念、判断、推理这些思维形式了。然而，事实上我们终究有了这一切，这就证明了客观事物在其发展变化中是有它的相对稳定的性质的。

我们要研究物质运动的过程，就必须先把握过程中间的事物，确定这些事物的质态。为要把握运动发展的规律，就得先把握相对稳定的状态。为要把握全面联系、相互作用的整体，先得把握这个整体里面的一个一个方面的特点和特征。这些相对稳定的事物，这些事物的质态和特征，当然是有它的相对的确定性和同一性的。因此，反映到我们的思维里面，就有了同一律。而矛盾律和排中律，则只是同一律的换一种说法而已。

再说，客观世界是一个紧密联系着的统一的整体。在这里面，事物与事物之间，现象与现象之间，都是相互依存，相互制约着的。这就是说它们之间有着千丝万缕的联系，特别是因果联系，更是本质的、必然的，因而是最主要的一种联

系。俗语说：“无风不起浪”，这意思就是说，世界上没有无缘无故发生的事情，也没有无原因的现象。客观事物和现象的这种因果联系性，就以充足理由律的形式反映在人类的思维中。

逻辑思维的初步规律，表现了思维的根本特点：确定性、无矛盾性、一贯性和充分根据性。因而它们都是正确思维所必需的条件。为了正确地认识客观世界和正确地表达自己的思想，人人都必须遵守这些最起码的规则。

在这一章里，我们将要逐一讨论逻辑思维的初步规律，用具体例子来说明各个规律的内容与意义。这里面所讲到的有些部分，假使在初读时还不能够完全了解，那末不妨暂时略读过去，等到学完后面各章之后，再返回来重读一遍，便可以透彻地理解了。

§6. 同 一 律

同一律的形式是“甲是甲”。它的基本内容是：

在进行论断和推理的过程中，每个概念都应当在同一的意义上使用。

这个规律要求我们：每个概念应当指的是同一个对象，而且在同一时间内和同一关系下，它的意义应当是确定的、同一的。

因此，用同一个概念去表达两个不同的对象；或者，用两个不同的概念去表达同一个对象，都是违反同一律的要求的，