电动力学

高等学校
教学用书

吴寿锽
丁士章 主编

西安交通大学出版社

电 动 力 学
吴寿锽 丁士章 主编
责任编辑 李亚东
西安交通大学出版社出版
（西安市咸宁路28号）
西安交通大学出版社印刷厂印装
陕西省新华书店发行 各地新华书店经售
开本 850×1168 1/32 印张 12.5 字数：317 千字
1988 年 1 月第 1 版 1988 年 6 月第 1 次印刷
印数：1——5000
ISBN7-5605-0091-9/O·15 定价：2.60元

编 者 的 话

电动力学是物理类各专业的重要基础理论课。编出一本深浅繁简比较适当，较能反映这一领域内教学与科研成果，易教易学的好教材，是一件极有意义的工作。编者们希望通过这本书的出版，能对电动力学教材的建设作出微薄的贡献。

在编写中，我们力图讲清主要的基本概念，把物理概念与数学工具的使用较好地结合起来，并尽量使教材正文内容与习题较好地“配套”，以便于教学。书中附有A、B两组习题和答案。对多数学生可只做A组习题，对于要求较高的学生可做两组习题。对个别章节，我们采取了一些尝试性的写法，效果如何，有待进一步教学实践的检验。

本书有较广的适用面。只要适当掌握有*号章节的取舍，以及选做习题的份量和难度，就可适用于重点院校和一般院校，适用于综合大学、理工科大学和师范院校。为了帮助学生较好地掌握和运用矢量分析、张量运算等对电动力学十分重要的数学工具，本书编入了较多的数学附录。编者还建议采用这本教材的学生选择若干典型的定理或关系式进行推导和演算，以便比较熟练地掌握这些数学工具。

本书是据根1980年高等学校理科物理教材编审委员会审订的电动力学教学大纲编写的，具体编写中的重要问题均由本书编委会集体讨论决定。编委会成员还分别提供了自己多年使用的讲义、教学指导书等资料，并且分工编写了本书的初稿。编委会成员（按姓氏笔划为序）有：丁士章（主编，第一、二章）、王勤诚（第五章）、忻正大（附录）、吴寿锽(主编、第六章、附录)、

李英华（第六章）、张维埙（第三章）、陈琪兮（第二章)、俞文光（第四、五章）、虞炎华（第七章）、詹养正（第一章）。初稿写出后，由吴寿锽、丁士章、俞文光负责统稿。吕学光、张炎勋也参加了编写过程中的许多工作。全书经西安交通大学赵富鑫教授详细审阅并提出了许多宝贵的修改意见。

由于水平与时间所限，这本教材肯定还有不少疏漏以至错误。编者们将继续进行修订，使它的质量得以逐步提高。在这过程中，衷心希望得到读者们的批评指正。

编　　者

1988年1月

引　言

自然界中的基本相互作用，可以分为四大类：(1)引力相互作用；(2)电磁相互作用；(3)弱相互作用；(4)强相互作用。电磁相互作用即为带电粒子与电磁场的相互作用，它的强度弱于强相互作用，而强于弱相互作用和引力相互作用。电动力学是在电磁学的基础上，进一步系统地研究电磁场的基本属性、它的运动规律以及它和带电物质之间的相互作用。

电动力学是人类对电磁现象长期进行观察、实验和在生产实践的基础上产生、发展起来的。13世纪以前，人们对电磁现象的认识仅仅是孤立地观察电作用和磁作用的现象，还谈不上有什么系统研究。直到16世纪，由于航海、军工等实际需要，促进了人们对电磁现象的研究。但这个阶段的研究基本上属于对宏观电磁现象进行某些定性总结，所用方法还比较原始。到18世纪中叶以后，资本主义在欧洲进一步巩固和发展，生产上由工场手工业向机器工业过渡，为电磁学的研究提供了必要的物质条件和提出了急需解决的研究课题。1785年法国物理学家库仑利用测量仪器对带电体之间的相互相用，作了定量的测量，建立了著名的库仑定律，开创了用近代的科研方法研究电磁现象的途径，促进了电磁学的发展。以后，人们系统研究了静电和静磁现象，总结出了一些实验定律。1820年7月21日，丹麦物理学家奥斯特发表了《关于磁针上电流碰撞的实验》的论文，发现了电流的磁效应。1831年8月26日，英国物理学家法拉第发现了电磁感应现象，1851年建立了电磁感应定律的数学表达式。法拉第还提出了场的概念，为建立电磁场的数学理论提供了物理依据。英国数学物理学家麦克

斯韦系统地总结了自 1785 年以来的电磁学实验和有关定律，在法拉第提出的场的物理观念基础上，于 1862 年提出“位移电流”的新概念，终于在1864年把电磁学规律统一起来，成为麦克斯韦方程组。它的原始形式有20个变量，20个方程，其中包括现在已不作为电磁场基本方程的公式，如库仑定律、欧姆定律、安培定律、毕奥-沙伐尔定律、位移电流、电流连续性方程等。麦克斯韦在理论上预言了电磁波的存在。直到1888年，德国物理学家赫兹在实验中发现了电磁波，证实了麦克斯韦理论的正确性，并于1890年把麦克斯韦方程组的原来形式，改造成为现在的通用形式。

电磁波的发现和现代无线电技术的广泛应用，进一步丰富了电磁场理论，使我们对电磁场的认识有了坚实基础。

在麦克斯韦方程组建立以后，经典电动力学的基本理论已达到完整境地。但是，人们对电磁场本质的认识却仍然包含着很大错误，即把电磁场理解为某种“绝对静止”地充满整个空间的，类似于弹性介质的“以太”的运动形态。但在对运动介质中电磁现象的进一步研究中，表明了这种理论存在的根本困难。1905年爱因斯坦否定了“以太”理论，提出了真空中光速不变和狭义相对性假设，建立了狭义相对论，使电动力学在新的时空理论基础上，发展成为完整的，适用于任何惯性系的理论。狭义相对论是现代物理学发展的重要基础理论之一，对物理学的发展具有深远的影响。

本世纪 20 年代，量子力学建立以后，电动力学又与量子理论结合起来，成为量子电动力学，成为研究微观世界电磁现象的有力工具。近年来的进一步研究，又发现了电磁相互作用与弱相互作用在本质上是统一的，建立了弱电统一理论，并得到了实验的初步证实。有关问题是现代物理学研究的重点之一，但在本课程中将不详细讨论。

电动力学和狭义相对论，是组成本课程的两个独立而又相关

的部分。学习本课程的目的主要是：(1)掌握电磁场的基本属性和它的运动规律，加深对电磁场本质的认识；(2)掌握分析和处理电磁场基本问题的能力，为今后学习和科学研究打好基础；(3)通过狭义相对论的学习，加深理解电磁场的本质和辩证唯物主义的时空观。

目　　录

第一章　电动力学基本方程

本章从电磁现象的实验定律，即场的叠加原理、库仑定律、毕奥-沙伐尔定律、电磁感应定律出发，进行概括、提高，得到电动力学基本方程，即电磁运动的基本规律。

在电磁运动中有电荷和电场、电流和磁场、电荷和电流、电场和磁场四对基本关系。通过对这些基本关系的考察分析，就可以比较全面地认识电磁运动的基本规律。

电磁场是物质存在的一种形态，它和其它物质形态一样按照一定的客观规律运动变化。电磁场这种物质形态具有自己的特点，它弥漫在空间中，并具有波动性和叠加性。所以，对电磁场运动状态的描写与对宏观质点的描写具有根本不同的方法。我们知道，一个质点的瞬时运动状态可以用三个坐标和三个速度(或动量)分量表示，但对于电磁场瞬时的运动状态却要用空间的矢量函数，即电场强度 $\boldsymbol{E}(x,y,z,t)$ 和磁感应强度 $\boldsymbol{B}(x,y,z,t)$ 来表示，它们将给出电磁场的能量、动量以及电磁场和电荷电流的相互作用等特性。电磁场的运动规律由场的运动方程，即麦克斯韦方程组来表示。电磁场对电荷电流的作用力则由洛伦兹力公式来表示。

§1　库仑定律　静电场的散度和旋度

1.1　库仑定律

库仑定律是由法国物理学家查理·库仑于 1785 年在实验中总结出来的。它描述了两个相对静止的点电荷之间的相互作用力的规律。是静电场理论的实验基础。其内容表述如下：

真空中静止点电荷 Q 对另一个静止点电荷 Q' 的作用力为

$$\boldsymbol{F}=\frac{QQ'}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\boldsymbol{r} \tag{1.1.1}$$

式中 r 为由 Q 到 Q' 的距离，ε_0 为真空介电常数，其值为

$$\varepsilon_0 \doteq 8.9\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/N\cdot m^2}$$

要注意，库仑定律只适用于真空中的两个静止点电荷之间的相互作用。在宏观理论中点电荷是一个极限概念。一般情况下，如果荷电体之间的距离比起荷电体本身的线度大得多时，即可把它们近似地看作点电荷。

如果一个点电荷 Q_0 同时受多个点电荷 $Q_1, Q_2, \cdots Q_n$ 的作用，实验表明，Q_0 所受到的合力为各个点电荷单独作用时的力的矢量和，即

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}&=\frac{Q_0Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_{01}^3}\boldsymbol{r}_{01}+\frac{Q_0Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{02}^3}\boldsymbol{r}_{02}+\cdots+\frac{Q_0Q_n}{4\pi\varepsilon_0 r_{0n}^3}\boldsymbol{r}_{0n}\\ &=\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_0Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_{0i}^3}\boldsymbol{r}_{0i}\end{aligned} \tag{1.1.2}$$

式中 $\boldsymbol{r}_{01}$，$\boldsymbol{r}_{02}$ 等分别为 Q_1，Q_2 等到 Q_0 的距离矢量。此式说明，静电力是具有叠加性的。

如果一个点电荷 Q 受到一个体电荷密度为 $\rho(\boldsymbol{x}')$的连续分布电荷的作用，则可将此连续分布的电荷，分成许多小电荷元 $\rho(\boldsymbol{x}')dV'$，这样(1.1.2)式可改写为

$$\boldsymbol{F}=\int_V\frac{Q\rho(\boldsymbol{x}')\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}dV' \tag{1.1.3}$$

式中 $\boldsymbol{x}'$为电荷元 $\rho dV'$ 的位置矢量。r为电荷元到点电荷的距离，$\boldsymbol{r}$ 的方向由电荷元指向点电荷。

库仑定律只是从现象上描述了两个静止点电荷之间作用力的大小和方向，但并未说明这种作用力的物理本质，于是历史上对库仑定律就有两种不同的解释。一种观点认为两个电荷之间的相互

作用力是直接的"超距"作用。即认为一个点电荷把作用力直接施于另一点电荷上，不需要通过任何中间的物质媒介，而且作用力的传递速度是无限大的，也就是说力的传递是瞬时的；另一种观点则认为相互作用是通过场来传递的，其传递速度是有限的，这种观点称为"近距"作用观点。这两种观点在静电学范围内是等价的，两者都能给出相同的结果。但是在运动电荷情况下，特别是电荷的运动状态及电磁场发生迅速变化的情况下，两种观点就不等价了。实验证明场的观点是正确的。

1.2 电场强度

现在，我们从场的观点出发来讨论库仑定律的含义。在一个电荷周围的空间内，存在着一种特殊物质，称为电场。如果在电场中放置另一电荷，则电场将给予该电荷以作用力，称为电场力。当电荷处在电场中不同地点时，所受的电场力是不相同的，而在电场中同一点，不同的电荷所受到的电场力也不相同，但电荷受到的电场力与电荷之比却是一定的。利用电场对场内电荷产生作用力的特征性质，可以描述电荷周围各点的电场。为此，引入电场强度的概念。

据根电磁学中关于电场强度的定义，电场中某点的电场强度，其数值和方向与放置在该点处的单位正试验电荷 Q' 所受的电场力相同，即

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{F}/Q' \tag{1.1.4}$$

显然，对于电场中每一点，都有一个确定的 $\boldsymbol{E}$，即 $\boldsymbol{E}$ 是电场中空间坐标的函数

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}(x,y,z)=\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x})$$

式中 $\boldsymbol{x}$ 为观察点的位置矢量。上述关于电场强度的定义，不仅对静电场适用，对交变场也适用。但这时 $\boldsymbol{E}$ 不仅仅是空间坐标的函数，而且还是时间 t 的函数，即

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x},t)$$

由库仑定律可以得到一个静止点电荷Q所激发的电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\frac{Q\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \tag{1.1.5}$$

由实验知道，电场具有叠加性，即多个电荷所激发的电场等于每个电荷所激发的电场的矢量和。设第i个点电荷Q_i到电场中某点P的距离为$\boldsymbol{r}_i$，则P点的总电场强度$\boldsymbol{E}$为

$$\boldsymbol{E}=\sum_i\frac{Q_i\boldsymbol{r}_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^3} \tag{1.1.6}$$

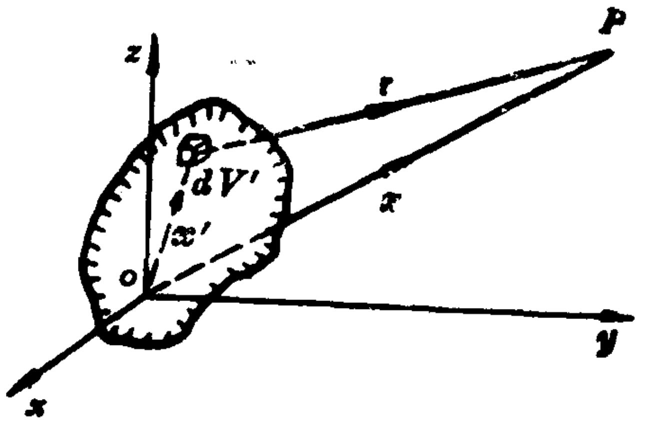

图 1·1

在许多情况下，电荷是连续分布在某一区域V内的，其分布密度为$\rho(\boldsymbol{x}')$，为了求电场中任一点P的电场强度，可把区域V分成无限多个体积元（图1－1）。设V内某点$\boldsymbol{x}'$上的体积元为dV'，dV'内所含电荷为dQ

$$dQ=\rho(\boldsymbol{x}')dV'$$

式中$\boldsymbol{x}'=x'\boldsymbol{e}_x+y'\boldsymbol{e}_y+z'\boldsymbol{e}_z$是体积元$dV'$的位置矢量，$\boldsymbol{e}_x$，$\boldsymbol{e}_y$，$\boldsymbol{e}_z$，分别为$x$，$y$，$z$三个坐标轴方向上的单位矢量。设$\boldsymbol{x}'$点到电场中任一点$P$的距离为$r$，根据场的叠加原理，$P$点的电场强度为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x})=\int_V\frac{\rho(\boldsymbol{x}')\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}dV' \tag{1.1.7}$$

式中积分范围包含电荷分布的整个区域。

若电荷为面或线连续分布，电荷分布密度分别用$\sigma(\boldsymbol{x}')$和$\lambda(\boldsymbol{x}')$表示，则电场强度原则上可由以下两式求出：

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x})=\int_S\frac{\sigma(\boldsymbol{x}')\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}dS' \tag{1.1.8}$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x})=\int_L \frac{\lambda(\boldsymbol{x}')\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}dl' \tag{1.1.9}$$

当然在一般情况下，计算是比较复杂的。在实际计算时常常要借助于其它一些方法。

根据库仑定律和场的叠加原理，可以得到表征静电场基本性质的两个重要定理，即高斯定理和静电场环路定理。下面分别进行讨论。

1.3 高斯定理和电场的散度

在电磁学中已知，高斯定理可表述为：在静电场中，通过任一闭合曲面S的电通量Φ，等于此曲面所包含的电荷Q的$1/\varepsilon_0$倍，即

$$\Phi=\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{Q}{\varepsilon_0} \tag{1.1.10a}$$

Q指S面内各电荷电量的代数和，面元矢量$d\boldsymbol{S}$取曲面的外法线方向为正方向。

下面，利用库仑定律和场的叠加原理对高斯定理进行证明。

先研究只有一个点电荷的情况。如图 1-2 所示，设封闭曲面内只有一个点电荷Q，根据(1.1.5)式和电磁学知识，通过面元$d\boldsymbol{S}$的电通量为

$$d\Phi=\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=E\cos\theta dS$$
$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta dS$$

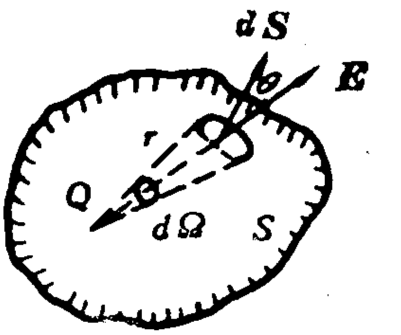

图 1-2

式中θ为$d\boldsymbol{S}$与$\boldsymbol{E}$之间的夹角，$dS\cos\theta$为面元$d\boldsymbol{S}$投影到以r为半径的球面上的面积。$dS\cos\theta/r^2$为面元$d\boldsymbol{S}$对点电荷Q所张的立体角元$d\Omega$，即 $d\Omega=\frac{dS\cos\theta}{r^2}$。它可取正值或负值，正负决定于$\boldsymbol{r}$与$d\boldsymbol{S}$之间的夹角。当点电荷在$S$面内时，$S$面对$Q$所张的立

体角为 4π。所以电场强度$\boldsymbol{E}$对闭合曲面S的电通量为

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\oint_S d\Omega=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

若点电荷Q在闭合曲面S之外。如图 1-3 所示，通过以Q为顶点与闭合曲面S相切的锥面，把S面分为S_1与S_2两部份，S_1与S_2对Q所张的立体角等值反号，总立体角为零。即

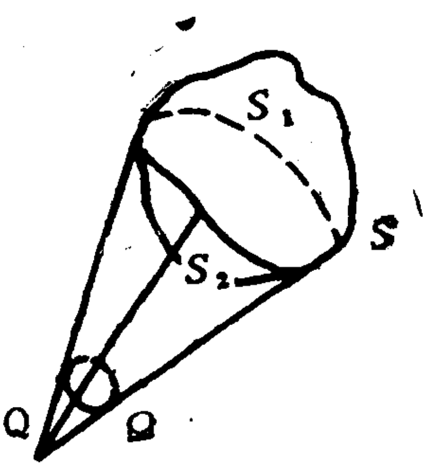

图 1-3

$$\oint_S d\Omega=0$$

故

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=0$$

即S面以外的电荷Q所发出的电力线，将先穿入S面，然后再穿出来，因而对该曲面的总电通量没有贡献。

在一般情况下，空间有多个点电荷，根据场的叠加原理有

$$\boldsymbol{E}_{总}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2+\cdots+\boldsymbol{E}_n$$

可以得到

$$\oint_S \boldsymbol{E}_{总}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i Q_i \qquad (\,Q_i\text{ 在 }S\text{ 内}\,)$$

如果电荷是连续分布的，且体电荷密度为ρ，则$\boldsymbol{E}$对闭合曲面S的通量为

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV \qquad (1.1.10b)$$

(1.1.10a)，(1.1.10b)式是高斯定理的积分形式。

利用数学中的高斯定理

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\int_V \nabla\cdot\boldsymbol{E}dV$$

可得

$$\int_V \nabla\cdot\boldsymbol{E}dV=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV$$

因为这个关系式对任意积分区域V都成立，所以该式两边的被积函数必定处处相等，即

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{1.1.11}$$

(1.1.11)式是高斯定理的微分形式。下面对高斯定理进行讨论。

(1) 高斯定理是从库仑定律出发，结合场的叠加原理得到的描述静电场基本性质的定理之一。虽然库仑定律只适用于静电情况，但实验表明高斯定理在普遍情况下也适用，因此可以把它推广，作为电动力学的基本方程之一。

(2) 积分形式的高斯定理，把闭合曲面上逐点的电场强度$\boldsymbol{E}$与该曲面所包围的总电荷Q联系起来。它指出通过任意闭合曲面的电通量，仅仅与该曲面所包围的总电荷有关，与曲面外是否有电荷和电荷如何分布无关。但要注意，闭合曲面上逐点的电场强度$\boldsymbol{E}$是总电场强度，即由闭合曲面S内的电荷产生的电场$\boldsymbol{E}_{内}$和S外的电荷产生的电场$\boldsymbol{E}_{外}$之和，即

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_{内}+\boldsymbol{E}_{外}$$

由于 $\oint_S \boldsymbol{E}_{外}\cdot d\boldsymbol{S}=0$，

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\oint_S \boldsymbol{E}_{内}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

所以，通过S面的电通量仅仅决定于S面内的总电荷Q。可见，即使通过闭合曲面的电通量为零，也不能断言该曲面上每一点处的电场强度为零。

(3) 微分形式的高斯定理描述了电荷与电场的局域关系。它指出空间某点电场强度$\boldsymbol{E}$的散度，只与该点的电荷密度有关，与其它地方的电荷分布无关。电荷只直接激发其邻近的场，而远处的场则是通过场本身的内部作用传递出去的。只要空间没有电荷分布，即$\rho=0$，则该处$\boldsymbol{E}$的散度为零．即$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=0$。在有电荷分布，即$\rho\neq 0$的地方，电场强度的散度不为零。通过数学中对矢量