

TM301.3-43
7741

182678

普通高等学校电力工程类专业教学指导委员会推荐使用教材

高等学校教材

电机瞬态分析

华中理工大学 马志云 主编

中国电力出版社

内 容 提 要

本书是一本关于交流电机基本理论及其瞬态行为分析的教材，着重讨论基本数学模型及其分析方法。

全书共分六章，其中第一、二章以凸极同步电机为研究对象，在相坐标系下建立了基本方程式，讨论了交流电机的基本电磁关系及电感系数，在此基础上导出了同步电机的派克方程。在第四章内，讨论了电机瞬态分析常用的坐标系统、变换关系及相应的基本方程式。在第三、五、六章内，研究了同步电机及感应电机一些典型的运行问题，包括稳态运行、三相突然短路、异步启动以及稳定性等问题，并结合不同的运行问题，分别介绍了采用不同坐标系统分析电机电磁暂态和动态过程的方法。各章后均附有习题。

本书是电机及其控制、电力系统及其自动化等专业的本科生教材，也可供有关专业的研究生和科技人员参考使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

电机瞬态分析/马志云主编. -北京: 中国电力出版社, 1998

高等学校教材

ISBN 7-80125-495-3

I. 电… II. 马… III. 电机-分析-高等学校-教材 IV. TM301.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 19160 号

中国电力出版社出版

(北京三里河路 6 号 邮政编码 100044)

水电印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

1998 年 5 月第一版 1998 年 5 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 9.25 印张 207 千字

印数 0001—1360 册 定价 10.00 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换)

41 6000

前 言

随着科学技术的发展,电机的应用领域日益广泛,再加上电力电子技术及电机控制理论的发展和应用,使电机的运行条件更为复杂,对电机稳态和瞬态运行性能的要求也不断提高。同时计算技术的发展和计算机的广泛应用,又为电机瞬态分析提供了有利的条件,使人们可以进一步认识和掌握电机瞬态运行的规律,为电机瞬态分析不断增加新的研究内容和成果。电机瞬态分析已经成为电机设计和运行以及电机控制方面的人员不可缺少的基本知识。

随着大学教学改革的深入、专业方向的拓宽,专业课学时已大幅度减少,因此需要一本既注重基础理论,又能够反映现代研究方法与成果的电机瞬态分析教材。

本书是结合以上要求,根据全国高等学校电力工程类专业教学指导委员会电机学教学组 1995 年在杭州召开的会议上讨论通过的编写大纲,并结合作者多年的教学、科学研究工作经验编写而成的。本书在编写体系上贯彻从特殊到一般的认识规律,既突出基础理论,坚持严格的数学推导,又注重物理过程的分析。各章内容既有一定的联系,又具有相对的独立性,各专业可根据具体情况取舍。

本书由华中理工大学马志云教授担任主编,周理兵副教授参加编写。第一章至第四章由马志云教授编写,第五章、第六章及各章习题由周理兵副教授编写,在编写过程中还得到了华中理工大学电机教研室王琳博士及熊永前博士的协助。

本书由上海交通大学李仁定教授主审,李教授对本书稿作了详细审阅,提出了很多宝贵意见。这里,谨向李仁定教授表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中难免存在缺点和错误,敬请读者批评指正。

编 者

1998 年 1 月

目 录

前 言	
绪 论	1
第一章 交流电机在相坐标系统中的方程式	3
第一节 概述	3
第二节 凸极同步电机在相坐标系统中的电压方程式	3
第三节 凸极同步电机的自感系数和互感系数	9
第四节 交流电机在相坐标系统中的状态方程式	13
第五节 交流电机电磁转矩和转子运动方程式	15
小结	17
习题	18
第二章 交流电机在 d 、 q 、 0 坐标系统中的方程式	19
第一节 概述	19
第二节 交流电机在 d 、 q 、 0 坐标系统中的电压方程式和磁链方程式	19
第三节 同步电机的标么值系统	24
第四节 交流电机基本方程式的标么值形式及运算电抗、等效电路、电磁转矩	29
第五节 同步电机的物理模型	40
第六节 交流电机的动态方程式	43
小结	45
习题	45
第三章 同步电机的稳态运行和突然三相短路	47
第一节 概述	47
第二节 凸极同步电机对称稳态运行	47
第三节 同步电机突然三相短路电流	52
第四节 同步电机空载突然三相短路转矩	61
第五节 同步电机的瞬变电势与超瞬变电势	67
小结	71
习题	72
第四章 电机中常用的坐标系统	73
第一节 概述	73
第二节 恒相幅值和恒功率变换	73
第三节 α 、 β 、 0 坐标系统	77
第四节 复数的 1 、 2 、 0 及 F 、 B 、 0 坐标系统	79
第五节 d_c 、 q_c 、 0 及 F_c 、 B_c 、 0 坐标系统	83
小结	85

习题 85

第五章 同步电机某些运行状态分析 87

第一节 概述 87

第二节 同步电机的稳态异步运行 88

第三节 同步电动机的异步启动 94

第四节 同步电机的静态稳定 100

第五节 同步电机的稳态小值振荡 107

第六节 同步电机的动态稳定计算 116

小结 118

习题 120

第六章 感应电机某些运行状态分析 121

第一节 概述 121

第二节 感应电机在 F、B、0 坐标系统的基本方程 121

第三节 感应电机稳态运行 125

第四节 感应电机突然三相对称短路 127

第五节 感应电动机的启动分析 130

第六节 感应电动机转子磁场定向矢量控制的数学模型 134

小结 136

习题 137

附录 A 三相系统常用的三角恒等式 138

附录 B 拉普拉斯反变换表 140

附录 C 海氏运算法 141

参考文献 142

绪 论

电机是实现机电能量转换的机械，是电能生产和使用的重要设备，是电力系统中的主要组成部分。在自动控制系统中，电机也是一种主要的执行元件，电机在各领域中都具有广泛的应用。因此，了解和掌握电机在稳态和瞬态情况下的运行性能和分析方法十分重要。

电机在正常运行工况下的启动和切除、负载突然变化、控制系统的动作或事故状态下的突然短路故障等，均将引起电机的瞬态过程。这一过程虽然是很短暂的，但如果缺乏完善的预防措施，就可能导致供电中断、设备损坏等不良后果。例如，在突然三相短路时，短路冲击电流的瞬时值对感应电机来说可达其额定电流值的 10 倍以上，汽轮发电机则可能达到其额定电流值的 20 倍左右；同步电机突然单相短路电流的瞬时值比三相短路电流还要大 30%~40%。

电机在瞬态过程中，除了出现短路冲击电流外，同时还产生很大的脉动转矩，可能引起电机的机械振动或轴系的扭振，直接危及电机的安全运行。

在控制与调节系统中，各元件及整个系统的动态特性是其重要指标。电机作为其中的重要元件，了解和掌握其瞬态特性及其分析方法也是十分必要的，而且，坐标变换也是现代交流电机控制技术的理论基础。

由此可见，研究和掌握电机的瞬态分析不仅可以合理设计和制造电机，而且可以正确选择电机运行时必需的控制和保护设备，从而提高电机及其系统的运行性能和可靠性。

电机的瞬态过程是相当复杂的，其中包括电磁、机械以及热方面的瞬态过程，它们之间是相互影响的。再加上由于磁路饱和的影响，电机在瞬态过程中的参数也是变化的，这些都给电机瞬态过程的准确计算带来困难。本书着重研究电机电磁和机械方面的瞬态过程。

电机瞬态过程的研究已有很长的历史，其主要研究方法是从“路”的观点出发，将电机中的电系统视为由一些具有电磁耦合的线圈所组成的电路，从而建立其数学模型。在一定的假设条件下，经过坐标变换获得新坐标系统下的方程，然后根据运行条件进行求解和分析。

以前主要是利用解析法，对电机的一些较简单的电磁瞬态过程作一些分析计算。70 年代以来，随着计算技术的发展和计算机的广泛应用，电机瞬态问题的研究方法逐步利用计算机数值仿真技术，根据实际运行过程和运行条件进行数值计算和性能仿真。数值仿真计算虽然可以计算和分析复杂的电机瞬态问题，获得较准确的数值结果，但是这种方法不能给出一般的表达式，因而不便于分析瞬态过程中各变量与参数间的变化规律。因此解析法仍是一种重要的分析方法，但通常只能在一定的假设条件下求解一些简单的瞬态问题。

本书将从凸极同步电机入手，导出交流电机在实际相坐标系统中的基本方程式，详细讨论坐标变换的条件和方法，进而导出派克方程和其它坐标系统下的方程。对同步电机及

感应电机的一些问题，如突然短路、异步运行等，分别采用不同坐标系统下的方程进行分析和研究，并结合一些具体问题分别介绍解析法和数值计算法的实际应用，系统地介绍研究电机瞬态问题所必须具备的一些基本概念和分析方法。在全书的讨论和分析过程中，注重严格的数学推导和物理概念的分析。

本课程是在学完工程数学、电路理论及电机学等课程之后的一门专业课。要求学生重点了解和掌握电机瞬态的一般规律和分析方法，即能够正确地列写电机的基本方程式，并根据不同问题进行求解，但不要只陷入繁琐的数学推导，要学会运用工程观念对不同问题采用不同的简化方法，并对计算结果进行合理的分析与讨论。

第一章 交流电机在相坐标系统中的方程式

第一节 概 述

交流电机是将机械能转换为电能（发电机）或将电能转换为机械能（电动机），以实现机电能量转换的主要设备。在交流电机中，三相同步电机和三相感应电机的应用最普遍。从结构上看，这两类电机的定子没有什么区别，三相绕组对称地分布在由环形铁心构成的定子圆周上，绕组轴线互差 120° 电角度，从磁路方面看也是对称的。感应电机的转子是圆柱形，定、转子间形成均匀气隙，在转子槽中或放置着多相对称的鼠笼条，或放置着三相对称的绕线式绕组，从绕组和磁路两方面而言均构成了对称系统。同步电机的转子有两种：一种是凸极式的，其转子与定子间形成不均匀气隙，在转子磁极上装有集中式的励磁绕组，在磁极表面，通常还有用导条和端环构成的阻尼绕组，转子结构从绕组和磁路两方面看，只是分别对直轴和交轴而言才是对称的。另一种是圆柱形（隐极式）的，定、转子间气隙均匀，通常励磁绕组嵌在转子槽中，绕组轴线在直轴上，可以由实心转子起到阻尼绕组的作用，也可以另装阻尼绕组。转子结构从电路方面看，分别对转子直轴和交轴对称，从磁路方面看，由于气隙均匀，可近似认为对任意轴线都是对称的。

从电路观点看，电机是由具有电磁耦合关系的绕组组成的，如定子的相绕组、转子的励磁绕组和阻尼绕组，均可视为电路中的一个回路。因此，可用电路的基尔霍夫定律写出相应回路的电压方程式进行分析和计算。与静止电路相比，由于电机的定、转子回路间存在着相对运动，使部分回路的电感值随转子位置的不同而改变，是转子位置角的函数，也是时间的函数；另外，由于转子是旋转的，要完整地描述电机的运行状态和行为，除了电路方程外，还必须考虑反映转子运动状态的转子运动方程式。这样一套包括电压方程式、转子运动方程式的微分方程组能够正确描述电机中的变量，如电压、电流、磁链、转矩和转速等及其相互联系、相互制约的关系。这些方程式具有特别重要的作用，它是我们研究各种运行状态和行为的基础。

基于上述考虑，在研究交流电机的电磁关系时，本书把具有一般结构特性的凸极式同步电机作为重点讨论对象，其它结构的电机可作为凸极式同步电机的特例来处理。本章主要讨论三相凸极同步电机的基本电磁关系，首先从实际的 a 、 b 、 c 相坐标系统建立电机的电压方程式，得到一组时变系数的微分方程组，再建立电机的转子运动方程式，与电压方程式一起构成相坐标系统中的基本方程式。本章还对电感系数进行了必要的讨论。

第二节 凸极同步电机在相坐标系统中的电压方程式

交流电机的电路是具有铁心，且定、转子电路间有相对运动的电路，但在研究电磁关

系时，许多研究和分析静止电路的基本定律和法则仍是适用的。

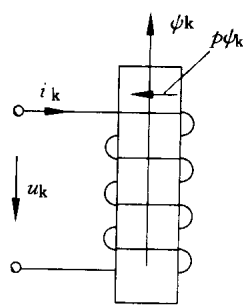


图 1-1 电路中 ψ_k 、 i_k 、 u 正方向的规定

现以一个最简单的电路来阐明如何根据最基本的电磁感应定律、基尔霍夫定律列写电路的基本方程式。众所周知，电路中电流、电压正方向的规定不同，得出的磁链、电压方程式中各项的符号亦不同，特别在研究电机瞬态问题的有关书籍和文献中，常有不同的正方向规定。因此，必须掌握在规定的正方向下，用最基本的定律来正确地列写电路方程式的方法。现以图 1-1 的电路为例加以说明。

根据惯例，一个线圈轴线的正向即是该线圈磁场轴线的正方向，如果电流、电压的正方向规定方法为：①产生正向磁链的电流方向为电流的正方向；②回路两端的电压正方向与电流正方向如图 1-1 所示，即符合电动机惯例。根据上述正方向的规定，可写出该回路的磁链方程式为

$$\psi_k = L_k i_k \quad (1-1)$$

从最基本的电磁感应定律可知，当磁链 ψ_k 正向增长时，感生电动势 $p\psi_k$ 的方向是阻止磁链增长的，其方向如图 1-1 所示，这是电位升高的方向（如果画出电压降落的方向则应相反），也即与电流正方向相反，因此可画出其等效电路图如图 1-2 所示。根据基尔霍夫第二定律可写出其电压方程式为

$$u_k = p\psi_k + i_k r_k \quad (1-2)$$

式中 u_k 、 ψ_k 、 r_k 、 i_k ——回路端电压、磁链、电阻和电流；

p ——算子， $p = \frac{d}{dt}$ 。

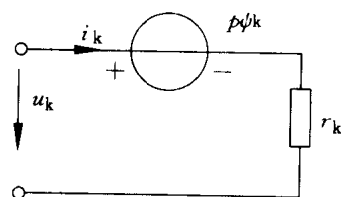
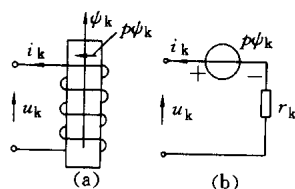
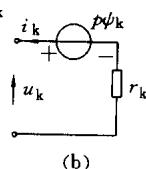


图 1-2 等效电路



(a)



(b)

图 1-3 ψ_k 、 i_k 、 u_k 正方向的规定及等效电路之一

(a) ψ_k 、 i_k 、 u_k 正方向的规定；

(b) 等效电路图

如果改变电流正方向的规定，即规定产生负值磁链的电流方向为正方向，而电压正方向仍按电动机惯例加以规定，如图 1-3 (a) 所示，则磁链方程式 (1-1) 将变为

$$\psi_k = -L_k i_k \quad (1-3)$$

根据电磁感应定律可知，当 ψ_k 正向增长时，感生电动势 $p\psi_k$ 的方向仍是阻止磁链增长，如图 1-3 (a) 所示，但因电流正方向已改变，故电动势的方向与电流的正方向相同，画出其等效电路图如图 1-3 (b) 所示。根据基尔霍夫第二定律可写出电压方程式

$$u_k = -p\psi_k + i_k r_k \quad (1-4)$$

分别比较磁链方程式 (1-1) 与式 (1-3) 及电压方程式 (1-2) 和式 (1-4) 可知：当改变电流正方向的规定而仍按电动机惯例规定电压的正方向时，磁链与电流间关系式的符号将改变，电压方程式中与磁链有关的项即磁链变化率项的符号也将发生改变。

如果电流的正方向规定不变，仍如图 1-1 所示，即产生正向磁链的电流方向规定为电

流的正方向, 仅改变电压正方向的规定, 即回路电压正方向与电流正方向改为如图 1-4 (a) 所示, 即符合电源 (发电机) 惯例。与图 1-1 相比, 仅改变了电压正方向的规定, 显然, 该回路的磁链方程式不变, 仍为式 (1-1)。此时相应的等效电路图则如图 1-4 (b) 所示。根据基尔霍夫第二定律写出的电压方程为

$$u_k = - p\psi_k - i_k r_k \tag{1-5}$$

比较电压方程式 (1-2) 与式 (1-5) 可知: 当电流的正方向不变, 仅改变电压正方向的规定时, 电压方程式等式右边各项的符号均改变。

以上讨论了在规定的电流、电压正方向下, 根据电磁感应定律和基尔霍夫第二定律列写磁链方程式、电压方程式的方法。

在分析凸极同步电机运行问题时, 首先需要列出定子和转子绕组的电压方程式和磁链方程式。在列写方程式前, 为了简化分析, 作出如下假定:

- (1) 电机铁磁部分的磁路为线性, 即不计饱和、剩磁、磁滞和涡流的影响;
- (2) 电机的定、转子齿槽效应应用气隙的卡氏系数表征, 即认为定、转子表面光滑, 只是气隙增大了一些;
- (3) 定子三相绕组对称, 转子结构分别对直轴和交轴对称。

由于假定磁路为线性, 可应用叠加原理, 即某绕组交链的总磁链等于各绕组电流分别产生并与之交链的磁链的代数和。实际电机饱和的影响, 可根据电机的运行条件, 近似地采用选择适当参数值的方法加以修正。

一、凸极同步电机的电压方程式

在列写方程式之前, 必须规定有关各量的正方向。图 1-5 示出一台三相凸极同步电机, 图中标出了各量的正方向。

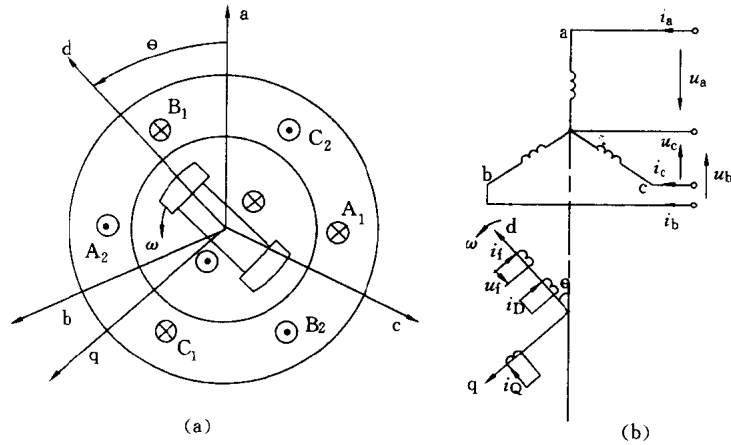


图 1-5 凸极同步电机各量正方向的规定

(a) 同步电机绕组轴线、电流的正方向; (b) 同步电机各量的正方向

(一) 定子绕组

如图 1-5 所示, a、b、c 轴线分别表示定子 a、b、c 三相实际绕组轴线的正方向, 也即各相绕组磁链的正方向; 产生正向磁链的电流方向为电流的正方向; 电压正方向与电流正方向符合电动机惯例。

在上述规定的正方向下, 如前所述可写出定子 a、b、c 三相绕组的电压方程式为

$$\left. \begin{aligned} u_a &= p\psi_a + r_s i_a \\ u_b &= p\psi_b + r_s i_b \\ u_c &= p\psi_c + r_s i_c \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

式中 u 、 ψ 、 i ——端电压、磁链、电流的瞬时值;

a、b、c——表示 a 相、b 相、c 相绕组量的下标;

r_s ——定子绕组相电阻。

(二) 励磁绕组

选择转子磁极中心线为直轴 (纵轴) d 轴, 其正方向如图 1-5 (a) 所示, 交轴 (横轴) q 轴沿转子旋转方向领先直轴 $\pi/2$ 电弧度。d 轴的正方向也即励磁绕组的磁链的正方向; 规定产生正向磁链的电流方向为励磁绕组电流的正方向; 端电压的正方向符合电动机惯例, 如图 1-5 (b) 所示。

根据上面所规定的各量的正方向, 可写出励磁绕组的电压方程式

$$u_f = p\psi_f + r_f i_f \quad (1-7)$$

式中 u_f 、 ψ_f 、 i_f ——励磁绕组的端电压、磁链、电流的瞬时值;

r_f ——励磁绕组的电阻。

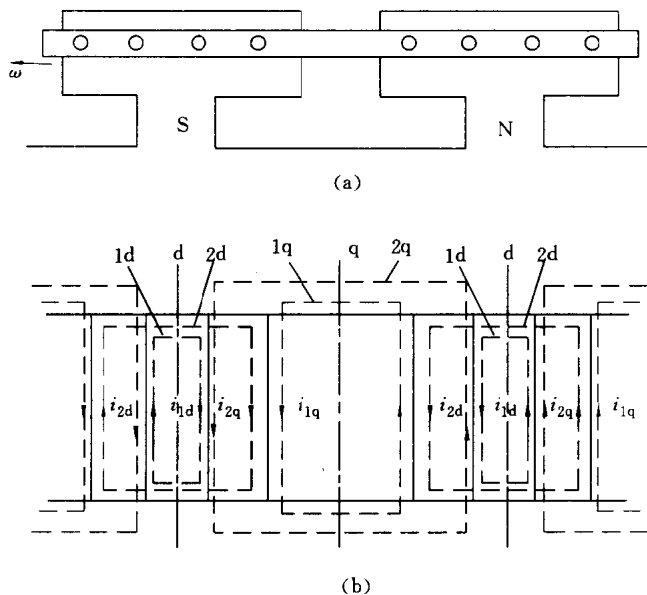


图 1-6 凸极同步电机的阻尼绕组

(a) 阻尼绕组结构图; (b) 阻尼绕组电流回路图

(三) 阻尼绕组

凸极同步电机的阻尼绕组一般由安装在磁极极靴上的阻尼条和阻尼环组成，阻尼条由阻尼环部分短接或全部短接起来，阻尼条的分布对直轴或交轴而言通常都是对称的。这些阻尼条形成一个网状的电路，其中，电流回路的选择方法可以是任意的，但为了方便起见，电流回路的选取一般均对称于直轴或交轴。图 1-6 表示每极有四根阻尼条的阻尼绕组，其中回路 1d、2d 对称于直轴，其回路电流分别为 i_{1d} 、 i_{2d} ，回路 1q、2q 对称于交轴，其回路电流分别为 i_{1q} 、 i_{2q} ，阻尼条中的实际电流为相应的直轴和交轴回路电流的代数和。当只考虑气隙磁场空间分布的基波时，这种划分电流回路的优点是由于直轴回路及交轴回路在空间位置上互差 $\pi/2$ 电弧度，而转子结构对直轴或交轴又是对称的，因而在直轴回路及交轴回路之间没有互感及互电阻，进而可把实际的阻尼绕组看成是两组假想的阻尼绕组，即直轴阻尼绕组及交轴阻尼绕组。

在实际的凸极同步电机中，常具有多个阻尼条，对应地也有多个直轴阻尼回路 1d, 2d, ..., nd 和多个交轴阻尼回路 1q, 2q, ..., mq 等。按前述励磁绕组各量正方向的规定方法来规定阻尼绕组的正方向，则直轴及交轴阻尼绕组的电压方程式为

$$\left. \begin{aligned} 0 &= p\psi_{1d} + r_{11d}i_{1d} + r_{12d}i_{2d} + \cdots + r_{1nd}i_{nd} \\ 0 &= p\psi_{2d} + r_{21d}i_{1d} + r_{22d}i_{2d} + \cdots + r_{2nd}i_{nd} \\ &\vdots \\ 0 &= p\psi_{nd} + r_{n1d}i_{1d} + r_{n2d}i_{2d} + \cdots + r_{nnd}i_{nd} \\ 0 &= p\psi_{1q} + r_{11q}i_{1q} + r_{12q}i_{2q} + \cdots + r_{1mq}i_{mq} \\ 0 &= p\psi_{2q} + r_{21q}i_{1q} + r_{22q}i_{2q} + \cdots + r_{2mq}i_{mq} \\ &\vdots \\ 0 &= p\psi_{mq} + r_{m1q}i_{1q} + r_{m2q}i_{2q} + \cdots + r_{mmq}i_{mq} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

式中

ψ 、 i ——回路的磁链和电流的瞬时值；

1d、2d、...、nd、1q、2q、...、mq——表示所属回路；

r_{ij} ——当 $i=j$ 时，为 i 回路的电阻；当 $i \neq j$ 时，为 i 回路与 j 回路的互电阻。

上述方法是根据阻尼条的实际分布情况来划分阻尼回路的。根据式 (1-8) 可将各阻尼回路的电流、磁链都分别计算出来，进一步可给出每一根阻尼条的实际电流，但是计算工作量较大。在不需研究阻尼绕组内部情况的条件下，可将实际的直轴及交轴的多个回路的阻尼绕组分别用一个直轴及交轴的等效阻尼绕组 D 和 Q 来代替，从而大为简化分析计算工作。这样虽会给计算带来一些误差，但在工程计算中是允许的，也是常用的一种方法。简化的直轴及交轴等效阻尼绕组的电压方程式为

$$\left. \begin{aligned} 0 &= p\psi_D + r_D i_D \\ 0 &= p\psi_Q + r_Q i_Q \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

式中 ψ 、 i 、 r ——磁链、电流及电阻；

D、Q——表示所属回路

将三相凸极同步电机在 a、b、c 相坐标系下的电压方程式 (1-6)、式 (1-7) 及式

(1-9) 用矩阵形式表示为

$$U = p\Psi + RI \quad (1-10)$$

式中

$$\begin{aligned} U &= [u_a \ u_b \ u_c \ ; \ u_f \ 0 \ 0]^T = [U_{abc} \ U_{fDQ}]^T \\ I &= [i_a \ i_b \ i_c \ ; \ i_f \ i_D \ i_Q]^T = [I_{abc} \ I_{fDQ}]^T \\ \Psi &= [\psi_a \ \psi_b \ \psi_c \ ; \ \psi_f \ \psi_D \ \psi_Q]^T = [\Psi_{abc} \ \Psi_{fDQ}]^T \\ R &= \begin{bmatrix} r_s & & & & & \\ & r_s & & & & \\ & & r_s & & & \\ \hline & & & r_f & & \\ & & & & r_D & \\ & & & & & r_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{abc} & 0 \\ 0 & R_{fDQ} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

从上述绕组的电压方程式可看出，每个电压方程式均由两项构成，一项为与绕组交链的总磁链随时间变化而产生的感应电动势 $p\psi$ ；另一项为电流通过绕组电阻产生的电阻压降 ri 。上述绕组的特点是不管绕组本身是旋转的或静止的，但绕组的轴线与构成该绕组的线圈元件间相对静止。这类绕组轴线与构成该绕组的线圈元件间相对静止的绕组称为“静止绕组”。

二、磁链方程式

上面电压方程式中，与每个绕组交链的总磁链为绕组自身电流产生的磁通与该绕组自身相交链的自感磁链，及其他绕组电流产生的磁通与该绕组相交链的互感磁链的代数和。这些磁链与电流及电感系数的关系用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \hline \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} & M_{af} & M_{aD} & M_{aQ} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} & M_{bf} & M_{bD} & M_{bQ} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} & M_{cf} & M_{cD} & M_{cQ} \\ \hline M_{fa} & M_{fb} & M_{fc} & L_f & M_{fD} & 0 \\ M_{Da} & M_{Db} & M_{Dc} & M_{Df} & L_D & 0 \\ M_{Qa} & M_{Qb} & M_{Qc} & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ \hline i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

式中 L 为自感系数， M 为互感系数，各下标字母分别表示所属绕组。相应的互感系数是可逆的，即

$$\begin{aligned} M_{ab} &= M_{ba}, & M_{bc} &= M_{cb}, & M_{ca} &= M_{ac}, \\ M_{af} &= M_{fa}, & M_{bf} &= M_{fb}, & M_{cf} &= M_{fc}, \\ M_{aD} &= M_{Da}, & M_{bD} &= M_{Db}, & M_{cD} &= M_{Dc}, \\ M_{aQ} &= M_{Qa}, & M_{bQ} &= M_{Qb}, & M_{cQ} &= M_{Qc}, \\ M_{fD} &= M_{Df} \end{aligned}$$

式 (1-11) 可写成

$$\begin{bmatrix} \Psi_{abc} \\ \Psi_{fDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{abc} \\ I_{fDQ} \end{bmatrix} \quad (1-12)$$

式中 L_{ss} 、 L_{rr} ——定、转子电感系数矩阵；

L_{sr} 、 L_{rs} ——定、转子互感系数矩阵。

此外，由于交轴阻尼绕组 Q 与直轴阻尼绕组 D 和励磁绕组 f 的轴线在空间上相差 $\pi/2$ 电弧度，因而交轴阻尼绕组 Q 与直轴阻尼绕组 D 及励磁绕组 f 间的互感系数为零。

式 (1-11) 中的各个自感及互感系数是研究其运行状态和行为的重要依据，了解它们的物理意义和特征十分重要，下面将分别对各类电感系数进行讨论。

第三节 凸极同步电机的自感系数和互感系数

从电机学中可知，线圈的自感系数为线圈内通过单位电流所产生的自感磁链，其大小与该线圈匝数的平方及自感磁通所经磁路磁导的乘积成正比；两个线圈之间的互感系数为线圈1内通过单位电流所产生的与线圈2相交链的互感磁链，其大小与两线圈匝数的乘积成正比，并与互感磁通所经磁路的磁导成正比。在凸极同步电机中，当转子旋转时，由于部分绕组之间的相对位置或对应磁路的磁导随转子位置改变而变化，因之，相应的自感系数或互感系数将是转子位置角 θ 的函数，即是时间 t 的函数。下面以凸极同步电机为例，具体分析各绕组自感系数和互感系数的变化规律。

一、定子绕组自感系数

首先分析定子 a 相绕组的自感系数 L_{aa} 。当绕组匝数一定时， L_{aa} 的大小主要决定于磁路磁导的大小。当 a 相绕组轴线与磁极轴线 d 轴重合，即 $\theta=0$ 时， a 相绕组磁场对应磁路的磁导最大，因而自感系数亦达到最大值 L_{aad} ；当转子旋转到 $\theta=\pi/2$ 电弧度时， a 相轴线与转子 q 轴重合，对应磁路的磁导最小，自感系数为最小值 L_{aaq} ；当转子位置角 $\theta=\pi$ 电弧度时，对应磁路的磁导和自感系数又达到最大值。由于转子分别对 d 轴、 q 轴对称，自感系数 L_{aa} 以 π 电弧度为一个周期，因此， a 相绕组自感系数随 θ 角的变化用余弦级数形式表达如下

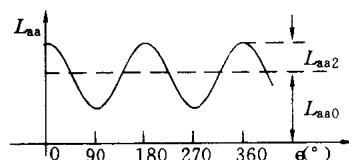


图1-7 a 相绕组自感系数

$$\left. \begin{aligned} L_{aa} &= L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2\theta + L_{aa4}\cos 4\theta + \dots \\ \text{同理可得} \quad L_{bb} &= L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + L_{aa4}\cos 4\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \dots \\ L_{cc} &= L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + L_{aa4}\cos 4\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

上式说明自感系数的计算是很复杂的，详细的计算方法可参考有关文献。就通常设计的电机而言，只需考虑气隙的基波磁动势和气隙的基波磁场，这样可使电感系数计算大为简化，带来的误差在工程计算中是允许的。下面进一步分析仅考虑基波磁动势和基波磁场时 a 相自感系数 L_{aa} 的表达式。

a 相绕组的自感系数 L_{aa} 由与不通过气隙的漏磁场对应的漏电感 L_{aa1} 和与通过气隙的主磁场对应的主电感 L_{aa0} 构成。 L_{aa1} 仅与漏磁场的分布情况及磁路性质有关，而与转子位置无

关，一般是一常数。主电感 L_{aa0} 由于 a 相主磁场磁路的磁导随转子位置改变而变化，因而是位置角 θ 的函数。在计算自感磁链时，需按以下步骤进行：

当 a 相绕组有效匝数为 W 时，通过单位电流产生的基波磁动势为 $F_{a1} = W$ ，其轴线即为 a 轴，首先将磁动势分解到磁导为恒值的直轴和交轴上，即 $F_{a1d} = W \cos \theta$ ； $F_{a1q} = -W \sin \theta$ 。由于直轴、交轴磁导为恒值，分别为 Λ_d 、 Λ_q ，则 a 相磁动势在直轴及交轴产生的基波磁通大小分别为

$$\phi_d = F_{a1d} \Lambda_d = W \Lambda_d \cos \theta; \phi_q = F_{a1q} \Lambda_q = -W \Lambda_q \sin \theta$$

它们与 a 相绕组交链的自感磁链等于相绕组的有效匝数 W 与直轴、交轴磁通在 a 轴上的分量乘积的代数和，即

$$\Psi_{aa0} = W(\phi_d \cos \theta - \phi_q \sin \theta) = W^2 \Lambda_d \cos^2 \theta + W^2 \Lambda_q \sin^2 \theta$$

a 相绕组通过单位电流时产生的通过气隙的自感磁链即主电感的表达式为

$$L_{aa0} = L_{aad} \cos^2 \theta + L_{aaq} \sin^2 \theta = \frac{1}{2}(L_{aad} + L_{aaq}) + \frac{1}{2}(L_{aad} - L_{aaq}) \cos 2\theta$$

a 相绕组的自感系数 L_{aa} 为漏电感 L_{aa1} 与主电感 L_{aa0} 之和，即

$$\left. \begin{aligned} L_{aa} &= L_{aa1} + L_{aa0} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta \\ L_{bb} &= L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{cc} &= L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

式中

$$L_{aa0} = L_{aa1} + \frac{1}{2}(L_{aad} + L_{aaq})$$

$$L_{aa2} = \frac{1}{2}(L_{aad} - L_{aaq})$$

比较式 (1-14) 与式 (1-13) 可知，当只考虑空间基波磁场时，凸极同步电机三相定子绕组的自感系数只有常数项和位置角 θ 的二次项，其他高次谐波项不存在，这将给以后的分析计算带来很大的方便（参阅第二章）。a 相绕组自感系数 L_{aa} 随 θ 角的变化曲线如图 1-7 所示。

隐极同步电机和感应电机都具有均匀的空气隙，故有

$$L_{aad} = L_{aaq}, L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{aa0}$$

即各相绕组的自感系数与位置角无关，为一恒值常数。

二、定子两相绕组间的互感系数

定子三相绕组结构相同，但绕组轴线在空间上互差 $2\pi/3$ 电弧度，a 相绕组通过单位电流所产生的与 b 相绕组相交链的互感磁链，即为 a、b 相的互感系数 M_{ab} 。互感系数也由两部分构成，一部分为与不通过气隙的漏磁通相对应的互漏感系数 M_{ab1} ；另一部分为与通过气隙的主磁通相对应的互感系数 M_{ab0} 。前者为恒值常数，后者随转子位置改变而变化。上面已求出仅考虑空间基波磁场分布时，由 a 相绕组单位电流产生的直轴磁通 ϕ_d 及交轴磁通 ϕ_q ，它们与 b 相绕组相交链的互感磁链，等于相绕组有效匝数 W 与它们在 b 轴上分量乘积的代数和，即

$$\begin{aligned}\psi_{ab\delta} &= W \left[\phi_d \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right] - W \left[\phi_q \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ &= W^2 \Lambda_d \cos \theta \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + W^2 \Lambda_q \sin \theta \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right)\end{aligned}$$

所以, a 相绕组通过单位电流时产生的通过气隙的磁通与 b 相绕组相交链的互感磁链, 即 a、b 相间的互感系数

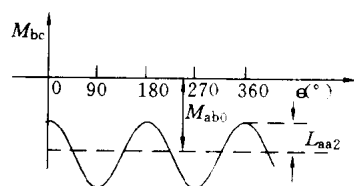
$$\begin{aligned}M_{ab\delta} &= L_{aad} \cos \theta \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + L_{aaq} \sin \theta \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ &= -\frac{L_{aad} + L_{aaq}}{4} + \frac{L_{aad} - L_{aaq}}{2} \cos \left(2\theta - \frac{2\pi}{3} \right)\end{aligned}$$

a、b 相间的互感系数 M_{ab} 应为互漏电感系数 $-M_{abl}$ 与互电感系数 $M_{ab\delta}$ 之和, 即

$$\left. \begin{aligned}M_{ab} &= -M_{abl} - \frac{L_{aad} + L_{aaq}}{4} + \frac{L_{aad} - L_{aaq}}{2} \cos \left(2\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ &= -M_{ab0} + L_{aa2} \cos 2 \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \text{同理可得} \quad M_{bc} &= -M_{ab0} + L_{aa2} \cos 2\theta \\ M_{ca} &= -M_{ab0} + L_{aa2} \cos 2 \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right)\end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

$$\text{式中 } M_{ab0} = M_{abl} + \frac{L_{aad} + L_{aaq}}{4} \approx \frac{L_{aa0}}{2}。$$

由于三相绕组轴线间夹角为 $2\pi/3$ 电弧度, 其值大于 $\pi/2$ 电弧度, 两相间互感磁链为负值, 故互感系数均为负值。定子绕组 b、c 相间的互感系数 M_{bc} 随 θ 角变化的曲线如图 1-8 所示。 $\theta=0$ 时, b、c 相间的互感系数的绝对值最小;



小; $\theta=\pi/2$ 电弧度时, 互感系数的绝对值最大。定子两相间的互感系数的变化周期与定子相绕组自感系数的周期一样, 为 π 电弧度。

当考虑气隙空间磁场的高次谐波时, 除 2θ 的余弦项外, 尚存在 $4\theta, 6\theta \dots$ 等的余弦项, 即

$$\left. \begin{aligned}M_{ab} &= -M_{ab0} + M_{ab2} \cos 2 \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + M_{ab4} \cos 4 \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \dots \\ M_{bc} &= -M_{ab0} + M_{ab2} \cos 2\theta + M_{ab4} \cos 4\theta + \dots \\ M_{ca} &= -M_{ab0} + M_{ab2} \cos 2 \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + M_{ab4} \cos 4 \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \dots\end{aligned} \right\} \quad (1-16)$$

三、定、转子绕组间的互感系数

(一) 定子绕组与励磁绕组间的互感系数

励磁绕组通过单位电流时所产生的与定子 a 相绕组交链的互感磁链即为定子绕组与励磁绕组间的互感系数 M_{af} 。当励磁绕组 d 轴与 a 相绕组轴线重合 ($\theta=0$) 时, 互感磁链为正的最大值; 转子 d 轴旋转 $\pi/2$ 电弧度后, 即 $\theta=\pi/2$ 电弧度时, 两轴线正交, 互感磁链为零; 当 $\theta=\pi$ 电弧度时, 互感磁链为负的最大值; $\theta=3\pi/2$ 电弧度时, 互感磁链又为零。因此, 在一般情况下有

$$\text{同理} \quad \left. \begin{aligned} M_{af} &= M_{fa} = M_{af0} \cos \theta + M_{af3} \cos 3\theta + \dots \\ M_{bf} &= M_{fb} = M_{af0} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + M_{af3} \cos 3 \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \dots \\ M_{cf} &= M_{fc} = M_{af0} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + M_{af3} \cos 3 \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

当只考虑基波磁通时，显然互感系数只有基波分量，因此，可写成

$$\left. \begin{aligned} M_{af} &= M_{fa} = M_{af0} \cos \theta \\ M_{bf} &= M_{fb} = M_{af0} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ M_{cf} &= M_{fc} = M_{af0} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

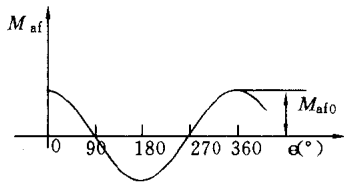


图 1-9 定子 a 相绕组与励磁绕组间的互感系数

及式 (1-18) 类似，即

$$\left. \begin{aligned} M_{aD} &= M_{Da} = M_{aD0} \cos \theta + M_{aD3} \cos 3\theta + \dots \\ M_{bD} &= M_{Db} = M_{aD0} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + M_{aD3} \cos 3 \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \dots \\ M_{cD} &= M_{Dc} = M_{aD0} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + M_{aD3} \cos 3 \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

式中 M_{aD0} ——定子 a 相绕组轴线与直轴阻尼绕组 D 轴线重合时，所具有的最大互感系数。

当气隙磁场为正弦分布时互感系数只有基波分量。

(三) 定子绕组与交轴阻尼绕组间的互感系数

由于交轴在直轴前 $\pi/2$ 电弧度，以 $\theta + \pi/2$ 代换式 (1-19) 中的 θ 角，并考虑到直轴与交轴的磁导不同，则得定子绕组与交轴阻尼绕组间的互感系数为

$$\left. \begin{aligned} M_{aQ} &= M_{Qa} = M_{aQ0} \sin \theta + M_{aQ3} \sin 3\theta + \dots \\ M_{bQ} &= M_{Qb} = M_{aQ0} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + M_{aQ3} \sin 3 \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \dots \\ M_{cQ} &= M_{Qc} = M_{aQ0} \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + M_{aQ3} \sin 3 \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

式中 M_{aQ0} ——定子 a 相绕组轴线与交轴阻尼绕组 Q 轴线重合时所具有的最大互感系数。

当气隙磁场为正弦分布时，互感系数只有基波分量。

四、转子绕组的自感系数

转子绕组通过单位电流时产生的自感磁链即为转子绕组的自感系数。由于定子铁心为圆环形，转子上各绕组产生的自感磁链大小与转子位置无关，均为恒值。励磁绕组自感系数由两部分组成，即