

线性统计推断及其应用

C. R. 劳 著

科学出版社

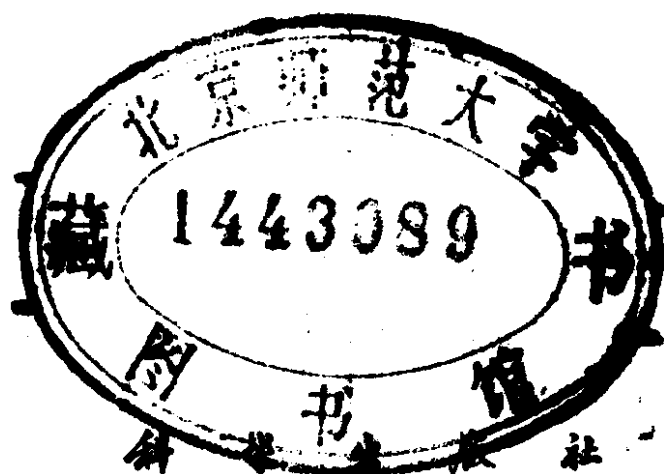
线性统计推断及其应用

C. R. 劳 著

张 燮 等 译

陈希孺 校

JY11164116



1987

内 容 简 介

本书作者 C. R. 劳是当代著名数理统计学家。本书是目前数理统计方面的一部杰出著作。主要内容有：向量与矩阵代数，概率论——工具与技巧，连续概率模型，最小二乘式与方差分析，估计的准则与方法，统计推断的理论和多元分析等。

本书由云南民族学院数学系张燮和云南大学数学系张昇、童扬文和孙文爽合译，并由张燮整理全部译稿。中国科学技术大学陈希孺对全稿作了校订。

本书可供高等学校数学系高年级学生、研究生与研究工作者阅读。

C. R. Rao

LINEAR STATISTICAL INFERENCE AND ITS APPLICATIONS

SECOND EDITION

John Wiley & Sons, Inc., 1973

线性统计推断及其应用

张 燮 等 译

陈希孺 校

责任编辑 刘嘉善

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行，各地新华书店经售

1987 年 9 月第 一 版 开本：850×1168 1/32
1987 年 9 月第一次印刷 印张：21 5/8
印数：0001—4,800 字数：568,000

统一书号：13031·3682

本社书号：4775·13—1

定价：6.10 元

原 序

本书的目的,是采用逻辑上严谨而又切合实际的形式提出统计推断的最新理论与技巧。它基本上体现了本课题在最近三十年内的重要进展。本书是为具有大学数学与统计学基础知识的读者而写的。

如果要保持定量推断的科学性,就不能脱离逻辑、数学和概率。统计推断的主要方法是归纳推理,利用它就可以得到“不确定性的描述”。不确定程度所需要的严密表述,要由构成近代统计理论基础的数学方法和概率概念来提供。我认为在一本自成一体的、讲述统计推断的著作中,高等数学方法和概率理论是不可少的。因此,我在本书第一章中详细讨论了向量空间和矩阵方法,而在第二章,对概率作了测度论式的陈述,并且叙述了概率工具和技巧的发展。

统计推断方法如果不应用于现实世界,就必然失去它的意义,看起来只是一些推理的练习。此外,我们的信念是:在一个统计学的课程中,应该既强调统计学的数学理论,又要强调它对实际的应用。对统计方法的应用进行详细的讨论,能使方法背后的理论得到更好的理解。为此目的,本书把一些生动的例子和数学的结果紧密地交织起来。此外,每章末尾都列举了大量的问题。其中有些问题是补充该章正文的主要结果,而另外一些则是给读者作练习,以检验对理论的理解程度。

对统计推断这一广大领域中所包括的材料进行选择并加以叙述是不容易的。我根据过去二十年中,在教大学生和研究生、在指导并亲自从事统计学研究中所获得的经验来指导写作,我选择并叙述了统计学的主要工具,而且详细讨论其理论基础,使读者在进行咨询工作及继续深入学习和统计研究工作方面得到训练。

本书第一章之所以相当冗长地讨论向量和矩阵代数学，是需要作一些解释的。首先，后面几章中的统计技巧的数字处理，极大地依赖于向量空间和矩阵方法。其次，向量和矩阵代数构成了一个数学分支，它在自然科学、生物学和社会科学的近代著作中有着广泛的应用。对本章的题材，我们给予了逻辑和严密的处理，并逐渐达到比较高深的水平。所有的重要定理与导出的结果，都用一种能使不同学科的研究工作者都容易使用的形式叙述。

第二章系统地阐述了处理统计推断所需要的概率工具和技巧。从概率公理出发，这一章叙述了随机变量、分布函数、条件期望及分布等概念，接着就研究了特征函数、无穷维乘积空间中的概率分布以及所有的重要的极限定理。第二章还给出了许多命题，它们在另外几章中经常要用到，而且对于那些打算在高等概率论方面寻求深造的人，也是良好的准备。

第三章讨论了连续概率模型与统计推断所需要的抽样分布。实用上常见的一些重要分布，如正态分布、Gamma 分布、Cauchy 分布和其它分布，都通过关于产生观测值物理机制的适当概率模型而引进。本章的一个特点是，它讨论了一些关于质点的平衡分布的统计力学问题。

第四章通过方差分析的技巧讨论推断法。Gauss-Markoff 线性模型及有关的估计与检验问题，都是在最一般的情况下讨论的。方差分量问题被看作更一般的估计组内相关系数问题的特殊情形。对在各个范畴内的各类不同抽样方案之下的更多重分类数据，也作了统一处理。

不同的估计理论和方法构成了第五章的主题。这里考察了估计问题的一些争论；为消除现有的一些不协调之处，对大样本的估计准则作了某些修改。

规范问题以及有关的平行样本的齐一性检验和估计，在第六章中讨论。选择一个能够导出观测值的数学模型，具有基本的重要性，因为以后的统计计算是在所选择模型的结构上进行的。这里发展了适当的检验方法，以便在现有事实的基础上检查所提出的

模型是否合适。

第七章对统计推断的各个不同方面，如假设检验、区间估计、实验法、鉴定问题、非参数推断等等，都提出了理论背景。

最后的第八章，讨论了多元数据的推断。本章的一个特点，是通过一个简单的刻画而不是密度函数来研究多元正态分布。这种刻画简化了多元理论，且无需作进一步分析就可适当推广一元的理论。这里还提供了必要的背景，以便研究更一般情况下的多元正态分布，如 Hilbert 空间上的分布之类。

本书采用某些记号表示章节和参考文献。下面的一些例子将会有助于它们的说明。小节 $4f \cdot 3$ 表示第四章的第 f 节的第三小节。方程 $(4f \cdot 3 \cdot 6)$ 表示在第 $4f \cdot 3$ 小节中的第 6 个方程，而表 $4f \cdot 3\beta$ 表示在 $4f \cdot 3$ 小节中的第二个表。在各个小节中的主要命题(或定理)都如下编号：(i)，(ii)，等等。诸如 [(iii). $5d \cdot 2$], 则援引 $5d \cdot 2$ 小节中的命题 (iii)。

本书的主要部分是 1963—1964 年编写的，当时我在美国国家科学基金会的高级科学基金的资助下担任了 Baltimore 城的 Johns Hopkins 大学的访问教授。在这所大学里，我常常得到统计学教授 G. S. Watson 的帮助，在编写过程的各个阶段，他都看了原稿。最后定稿时，Herman Cheroff (在第七，第八章)，Rupert Miller 和 S. W. Dharmadhikari (在第二章)，Ralph Bradley (在第一，第三章)的意见非常有帮助，谨此致谢。G. M. Das 以高度细致和认真负责的精神承担了繁重的打字和整理稿件任务，倘若没有他的帮助，本书原稿的编写与修改将是困难的。

最后，我要感谢已故的 Ronald A. Fisher 和 P. C. Mahalanobis 教授，在他们的影响下，我才理解了统计学是本世纪的新技术。

C. R. 劳

印度，加尔各答 1965 年 6 月

第二版序言

象第一版一样，本书的目的是要在单独一本书里对范围广泛的统计方法进行详尽的讨论，以供作咨询工作的统计学家之用，同时，按严格的方式介绍在推导统计方法中使用的数学和逻辑工具，这些工具是一个研究工作者应当熟悉的。

这一版增加了相当多的新材料，使得本书在几个方面都面目一新——无论是理论上抑或应用上。一些重要的增加是：各种类型的广义逆矩阵，统计量和子域概念，方差分量的 MINQUE 理论，重对数定理和功效为 1 的序贯检验，具有结构参数的离差分析，复合假设间的判别，增长模型，特征函数定理等等。

特别要指出的是线性模型中参数估计的新材料，其中观察值具有可能是奇异的协方差阵。只有当协方差阵已经知道是非奇异时，Gauss (1809) 和 Aitken (1935) 的现存理论和方法才能应用。本书(4 i 节)中讲的新的统一途径对一切情况都适用，而不论协方差阵是否奇异。

此外，还增加了大量新的练习与补充。

在筹备第二版中，对下述诸位的建议谨志谢意，他们是：M. S. Avadhani 博士，J. K. Ghosh 博士，A. Maitra 博士，P. E. Nüesch 博士，Y. R. Sarma 博士，H. Toutenberg 博士，以及 E. J. Williams 博士。

C. R. 劳

新德里

目 录

第一章 向量与矩阵代数	1
引论.....	1
1a. 向量空间	2
1a.1. 向量空间和子空间的定义	2
1a.2. 向量空间的基底	4
1a.3. 线性方程组	6
1a.4. 具有内积的向量空间	9
补充与问题.....	12
1b. 矩阵与行列式理论	15
1b.1. 矩阵运算	15
1b.2. 初等矩阵和矩阵的对角化	19
1b.3. 行列式	25
1b.4. 变换	25
1b.5. 矩阵的广义逆	27
1b.6. 向量空间、基底等的矩阵表现.....	30
1b.7. 幂等矩阵	32
1b.8. 矩阵的特殊积	33
补充与问题.....	34
1c. 矩阵的特征值与矩阵的化简	40
1c.1. 二次型的分类和变换	40
1c.2. 行列式方程的根	44
1c.3. 矩阵的标准化	46
1c.4. 投影算子	54
1c.5. g 逆的其它结果	55
1c.6. 限制特征值问题	58
1d. 向量空间的凸集	59
1d.1. 定义	59

1d.2. 凸集的分隔定理	59
1e. 不等式	62
1e.1. Cauchy-Schwarz (C-S) 不等式	62
1e.2. Hölder 不等式	63
1e.3. Hadamard 不等式	64
1e.4. 包含矩的不等式	65
1e.5. 凸函数与 Jensen 不等式	65
1e.6. 信息论中的不等式	67
1e.7. Stirling 逼近式	68
1f. 二次型的极值	68
1f.1. 一般结果	68
1f.2. 有关特征值与特征向量的一些结果	71
1f.3. 最小迹问题	74
补充与问题	77
第二章 概率理论、工具与方法	91
引论	91
2a. 概率计算	92
2a.1. 基本事件空间	92
2a.2. 子集(事件)类	93
2a.3. 作为集函数的概率	93
2a.4. Borel 域 (σ 域)及概率测度的扩张	96
2a.5. 随机变量与分布函数的概念	97
2a.6. 多维随机变量	102
2a.7. 条件概率与统计独立性	103
2a.8. 随机变量的条件分布	104
2b. 随机变量的数学期望和矩	106
2b.1. 数学期望的性质	106
2b.2. 矩	107
2b.3. 条件期望	110
2b.4. 特征函数 (c. f.)	113
2b.5. 反演定理	118
2b.6. 多元矩	122

2c. 极限定理	123
2c.1. Kolmogorov 相容性定理	123
2c.2. 随机变量序列的收敛性	125
2c.3. 大数定律	128
2c.4. 分布函数序列的收敛性	133
2c.5. 中心极限定理	144
2c.6. 独立随机变量的和	148
2d. 概率测度族和统计量问题	149
2d.1. 概率测度族	149
2d.2. 充分统计量概念	150
2d.3. 充分性的特征	150
附录 2A. Stieltjes 积分与 Lebesgue 积分	151
附录 2B. 测度论与积分论中的一些重要定理	153
附录 2C. 不变性	159
附录 2D. 统计量、子域和充分性	160
附录 2E. 特征函数的非负定性	163
补充与问题	164
第三章 连续概率模型	177
引论	177
3a. 一元模型	180
3a.1. 正态分布	180
3a.2. γ 分布	186
3a.3. β 分布	190
3a.4. Cauchy 分布	191
3a.5. Student t 分布	193
3a.6. 统计力学中描述平衡状态的分布	195
3a.7. 圆上的分布	198
3b. 抽样分布	202
3b.1. 定义与结果	202
3b.2. 正态变量的平方和	205
3b.3. 样本均值与方差的联合分布	206
3b.4. 二次型分布	208

3b.5. 最小二乘理论三个基本定理	213
3b.6. p 元正态分布	219
3b.7. 指数分布族	220
3c. 对称正态分布	222
3c.1. 定义	222
3c.2. 抽样分布	222
3d. 二元正态分布	227
3d.1. 一般性质	227
3d.2. 抽样分布	229
补充与问题	235
第四章 最小二乘理论与方差分析	246
引论	246
4a. 最小二乘理论(线性估计)	247
4a.1. Gauss-Markoff 结构 $(Y, X\beta, \sigma^2 I)$	247
4a.2. 正规方程和最小二乘 (l. s.) 估计	249
4a.3. g 逆和正规方程的解	251
4a.4. 最小二乘 (l. s.) 估计的方差与协方差	252
4a.5. σ^2 的估计	253
4a.6. 最小二乘理论的其它解法(几何解)	255
4a.7. 相关观测的显式	256
4a.8. 最小二乘理论的某些计算问题	257
4a.9. 约束参数的最小二乘估计	258
4a.10. 参数函数的联立估计	260
4a.11. 当参数是随机变量时的最小二乘理论	261
4a.12. 设计矩阵的选择	262
4b. 假设检验与区间估计	264
4b.1. 单参数函数(推断)	264
4b.2. 多参数函数(推断)	265
4b.3. 具有约束的结构	269
4c. 单个样本的问题	270
4c.1. 检验准则	270
4c.2. 左右腿股骨的不对称性(成对比较)	270

4d. 单向分类数据	272
4d.1. 检验准则	272
4d.2. 一个例子	273
4e. 双向分类数据	274
4e.1. 每格中有一个观测值	274
4e.2. 每格中有相同个数的多重观测值	280
4e.3. 每格中有个数不同的观测值	282
4f. 双向数据的一般模型与方差分量模型	285
4f.1. 一般模型	285
4f.2. 方差分量模型	286
4f.3. 一般模型的处理	287
4g. 统计回归的理论和应用	291
4g.1. 回归概念(一般理论)	291
4g.2. 附加联系的度量	296
4g.3. 头盖骨容量的预测(一个实际的例子)	298
4g.4. 回归方程的相等性检验	309
4g.5. 指定回归函数的检验	312
4g.6. 限制回归	315
4h. 具有两组参数的一般最小二乘问题	316
4h.1. 伴随变量	316
4h.2. 协方差分析	316
4h.3. 一个释例	318
4i. 线性估计的统一理论	322
4i.1. 广义逆的一个基本引理	322
4i.2. 一般的 Gauss-Markoff 模型 (GGM)	325
4i.3. 逆分块矩阵 (IPM) 法	326
4i.4. 最小二乘的统一理论	329
4j. 方差分量估计	332
4j.1. 方差分量模型	332
4j.2. MINQUE 理论	332
4j.3. 欧氏范数下的计算	333
4k. 线性模型中的有偏估计	335

4k.1. 最佳线性估计 (BLE)	335
4k.2. 最佳线性最小有偏估计 (BLIMBE)	336
补充与问题	338
第五章 估计的准则与方法	344
引论	344
5a. 最小方差无偏估计	345
5a.1. 最小方差准则	345
5a.2. 最小方差估计的一些基本结果	347
5a.3. 多参数的情形	358
5a.4. Fisher 讯息测度	361
5a.5. 无偏估计量的改善	365
5b. 一般程序	366
5b.1. 一般问题的陈述 (Bayes 定理)	366
5b.2. (θ, X) 的联合分布函数完全已知	367
5b.3. 同等无知律	369
5b.4. 经验 Bayes 估计程序	369
5b.5. 置信概率	372
5b.6. 最小化最大原理	373
5b.7. 不变性原理	376
5c. 大样本中的估计准则	378
5c.1. 相合性	378
5c.2. 效率	380
5d. 大样本中一些估计法	386
5d.1. 矩法	386
5d.2. 最小 χ^2 与相伴方法	387
5d.3. 最大似然法	388
5e. 多项分布的估计	391
5e.1. 非参数的情形	391
5e.2. 参数的情形	395
5f. 一般情况下的参数估计	400
5f.1. 假设与记号	400
5f.2. 最大似然方程估计量的性质	401

5g. 参数估计中的记分法	403
补充与问题	412
第六章 大样本的理论及方法	419
引论	419
6a. 一些基本结果	419
6a.1. 二次频率函数的渐近分布	419
6a.2. 一些收敛定理	422
6b. 多项分布的 χ^2 检验	429
6b.1. 偏离简单假设的检验法	429
6b.2. 拟合优度的 χ^2 检验	430
6b.3. 单个格子中的离差检验	432
6b.4. 参数是否落在一个子集内的检验	434
6b.5. 两个例子	435
6b.6. 多个格子中的离差检验	437
6c. 与多项分布的独立样本有关的检验	437
6c.1. 一般结果	437
6c.2. 平行样本的齐次性检验	439
6c.3. 一个例子	440
6d. 列联表	442
6d.1. 观测构形的概率与大样本中的检验	442
6d.2. 列联表的独立性检验	444
6d.3. 小样本中的独立性检验	452
6e. 大样本检验的某些普遍类	456
6e.1. 记号与基本结果	456
6e.2. 简单假设的检验	458
6e.3. 复合假设的检验	459
6f. 顺序统计量	461
6f.1. 经验分布函数	461
6f.2. 样本分位数的渐近分布	464
6g. 统计量的变换	468
6g.1. 一个普遍公式	468
6g.2. Poisson 变量的平方根变换	468

6g.3. 二项比例的平方根的 $\sin^{-1}$ 变换	470
6g.4. 相关系数的 $\tanh^{-1}$ 变换	473
6h. 矩量及有关统计量的标准误差	478
6h.1. 原点矩的方差及协方差	478
6h.2. 中心矩的渐近方差与协方差	478
6h.3. 中心矩的方差与协方差的精确表示式	479
补充与问题	481
第七章 统计推断的理论	485
引论	485
7a. 统计假设的检验	486
7a.1. 问题的陈述	486
7a.2. Neyman-Pearson 基本引理及其推广	487
7a.3. 简单的 H_0 对简单的 H	489
7a.4. 局部最优检验	496
7a.5. 复合假设的检验	499
7a.6. Fisher-Behrens 问题	507
7a.7. 检验的渐近效率	508
7b. 置信区间	515
7b.1. 一般问题	515
7b.2. 建立置信集合的一般方法	515
7b.3. θ 的函数的集合估计量	518
7c. 序贯分析	519
7c.1. Wald 序贯概率比检验 (S. P. R. T.)	519
7c.2. 序贯概率比检验的一些性质	520
7c.3. 序贯概率比检验的效率	524
7c.4. 序贯检验的经济性的一个例子	527
7c.5. 序贯分析的基本恒等式	529
7c.6. 序贯估计	533
7c.7. 具有功效 1 的序贯检验	535
7d. 鉴定问题——判决理论	538
7d.1. 问题的陈述	538
7d.2. 随机化与非随机化判决法则	539

7d.3. Bayes 解	540
7d.4. 判别法则的完全类	543
7d.5. 最小化最大法则	544
7e. 非参数推断	545
7e.1. 稳健性概念	545
7e.2. 与分布无关的方法	547
7e.3. 一些非参数检验	548
7e.4. 随机化原理	550
7f. 辅助讯息	554
补充与问题	556
第八章 多元分析	564
引论	564
8a. 多元正态分布	565
8a.1. 定义	565
8a.2. 分布的性质	567
8a.3. N_p 的刻画法	574
8a.4. 多元正态分布的密度函数	576
8a.5. 参数估计	578
8a.6. N_p 作为具有最大熵的分布	582
8b. Wishart 分布	584
8b.1. 定义与记号	584
8b.2. Wishart 分布的一些结果	586
8c. 离差分析	595
8c.1. 多元量测的 Gauss-Markoff 结构	595
8c.2. 参数估计	597
8c.3. 线性假设的检验, 离差分析 (A. D.)	600
8c.4. 附加讯息检验	605
8c.5. Δ 的分布	609
8c.6. 维数的检验(结构关系)	610
8c.7. 具有结构参数的离差分布(增殖模型)	615
8d. 多元检验的一些应用	617
8d.1. 指定均值的检验	617

8d.2. 给定均值结构的检验	620
8d.3. 两个总体均值差异的检验	621
8d.4. 几个总体均值差异的检验	626
8d.5. 头盖特征的延续变化的 Barnard 问题	628
8e. 判别分析(鉴定)	630
8e.1. 为作判决而采用的判别记分	630
8e.2. 研究工作中的判别分析	634
8e.3. 复合假设之间的判别	637
8f. 随机变量组之间的关系	640
8f.1. 典型相关	640
8f.2. 典型变量的性质	641
8f.3. 公因子的有效个数	643
8f.4. 因子分析	645
8g. 随机分量的正交规格化基底	645
8g.1. Gram-Schmidt 基底	645
8g.2. 主分量分析	648
补充与问题	651
参考文献	662