

钢 结 构

（下 册）

欧阳可庆 主编

同济大学出版社

目 录

第五章 拉杆、压杆和柱	(1)
✓ 第一节 概述	(1)
第二节 轴心拉杆	(2)
第三节 轴心压杆的整体稳定	(4)
第四节 实腹式轴心压杆的局部稳定	(20)
第五节 轴心受压实腹柱	(24)
第六节 轴心受压格构柱	(29)
第七节 拉弯及压弯构件的截面强度	(35)
第八节 压弯构件的整体稳定	(37)
第九节 实腹式压弯构件的局部稳定	(47)
第十节 拉弯构件	(48)
第十一节 压弯实腹柱	(50)
第十二节 压弯格构柱	(55)
X 第十三节 双向压弯构件	(59)
✓ 第十四节 梁与柱的连接	(60)
✓ 第十五节 柱脚	(63)
第六章 钢屋盖	(71)
✓ 第一节 屋盖结构的组成和布置	(71)
第二节 钢檩条	(72)
第三节 钢屋盖支撑	(78)
第四节 普通钢屋架	(84)
第五节 轻型钢屋架	(105)
普通钢屋架设计例题	(111)
第七章 单层厂房钢结构	(123)
第一节 单层厂房钢结构的组成和规划原则	(123)
第二节 柱网布置和温度缝	(125)
第三节 厂房结构的横向框架	(129)
第四节 厂房屋盖结构	(134)
✓ 第五节 支撑体系	(137)
第六节 墙架	(142)
第七节 单层厂房钢结构的发展趋向	(145)

第八节 吊车梁	(150)
第九节 厂房横向框架的计算原理	(167)
第十节 厂房柱的构造和计算特点	(181)
✓第十一节 屋盖结构主要构件间的连接	(192)
第八章 钢结构的防护	(196)

第五章 拉杆、压杆和柱

第一节 概 述

拉杆及压杆是指那些受拉力或受压力作用的构件。当拉杆只受轴心拉力而不受弯矩作用时，称为轴心受拉构件，简称轴心拉杆。同时受拉和受弯的构件称为拉弯构件。偏心受拉构

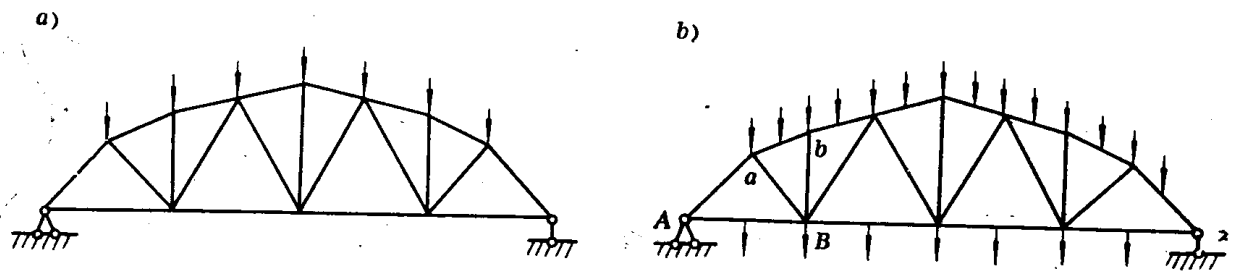


图 5-1

件简称偏心拉杆，也是一种拉弯构件。同样，压杆也分轴心压杆和压弯构件两种。

在结构中，桁架、塔架和网架等都是由拉杆和压杆组成的。图 5—1 为一桁架的简图。若荷载都作用在桁架的节点上，如图 5—1a 所示，则桁架的所有构件均可作为轴心拉杆或压杆。若在桁架的节间还作用有荷载，如图 5—1b 所示，则受到节间荷载作用的那些构件如杆 *ab* 和 *AB* 就属于压弯构件和拉弯构件。

柱是用来支承梁、桁架等结构并将荷载传至基础的受压构件，它由柱头、柱身和柱脚三部分组成（图 5—2）。柱也可分为轴心受压柱和压弯柱两种。偏心受压柱则是压弯柱的一种。习惯上不再区分压弯柱和偏心受压柱的差别，并统称为偏心受压柱。柱与压杆在受力性质和计算方法等方面并无区别，只是在构造和截面形式上有所不同。

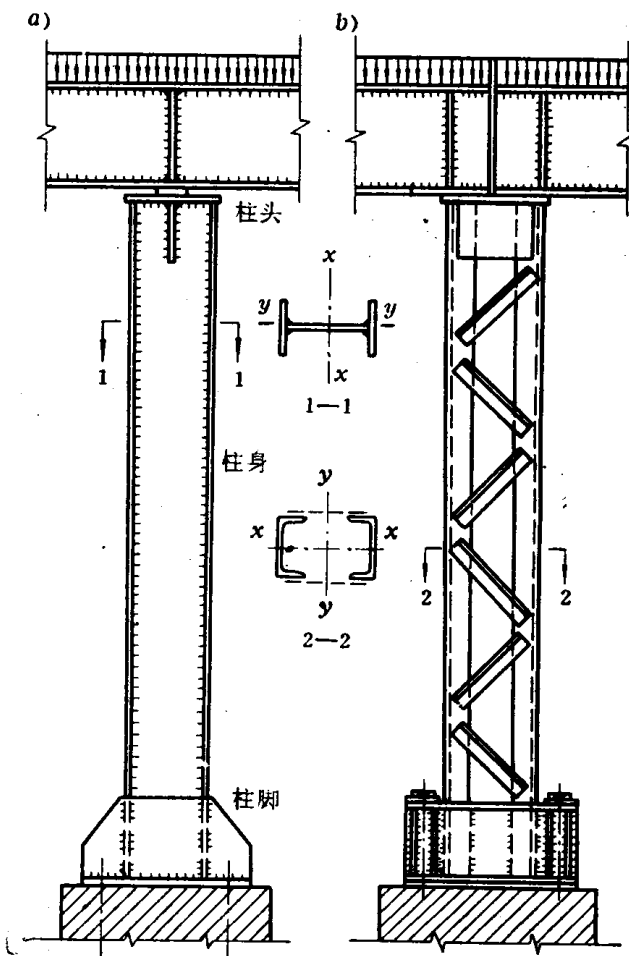


图 5-2 实腹柱与格构柱

拉杆、压杆和柱按构造形式可分为实腹式（图 5—2a）和格构式（图 5—2b）两类。实腹式构件制造省工，与其他构件的连接构造较为简单。格构式构件制造费工，但有时可节约用钢，尤其当构件较高大时，可通过加大两肢件的间距，以增加其惯性矩，提高其刚度，达到节约用钢的目的。

本章主要讨论拉杆的计算，压杆的工作性能，包括整体稳定、局部稳定及其计算，以及压杆和柱的设计和构造等内容。

第二节 轴 心 拉 杆

设计拉杆时必须满足强度、刚度等要求，并从经济出发，选好截面形式，处理好构造和连接等。

1. 截面形式及选择

可作为轴心拉杆的截面形式很多（图 5—3）。受力较小时，可直接选用型钢截面，包括热轧型钢和冷弯薄壁型钢，如图 5—3a 所示的圆钢、圆管、方管、角钢、槽钢、工字钢等。受力较大时，可选用由型钢或钢板组成的实腹截面形式，如图 5—3b 所示的由双角钢组成的 T 形截面、焊接工字形截面等。当构件较长时，可选用由型钢组成的格构截面形式，如图 5—3c 所示。

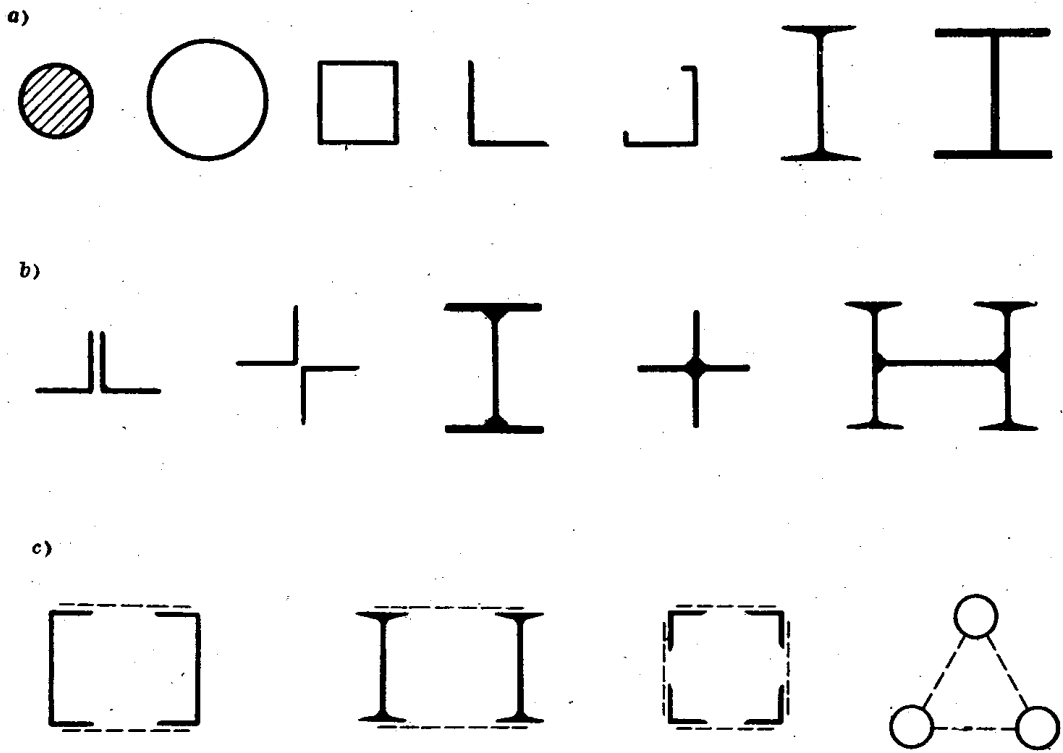


图 5—3 轴心拉杆的截面形式

2. 强度计算

轴心拉杆的强度按下式计算

$$\sigma = \frac{N}{A_n} \leq f \quad (5-1)$$

式中：N——轴心拉力；

A_n ——拉杆的净截面面积；

f ——钢材的抗拉设计强度。

当轴心拉杆与其他构件采用螺栓或高强螺栓连接时，连接处的净截面强度计算已在第三章中介绍，不再重复。

公式 (5-1) 适用于截面上应力为均匀分布的拉杆。当拉杆的截面有局部削弱时，即使受到的是轴心拉力，截面上的应力分布也不再是均匀的。图 5-4a 绘出了截面有圆孔削弱时弹性阶段的应力分布情况。因此这时采用公式 (5-1) 作强度计算应该是有条件的。这个条件就是拉杆在截面削弱处应有足够的塑性性能，使截面上的应力在拉力继续增加时能产生塑性重分布，最后达到均匀分布，如图 5-4b 所示。

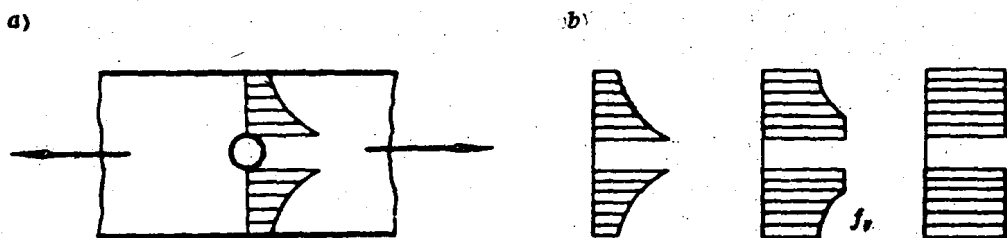


图 5-4 开孔拉杆的应力分布

这就要求设计时注意两点：(1)所选用的材料应有良好的塑性性能，如 3 号钢、16 锰钢等。(2)截面削弱处应有和缓的过渡，切忌形成尖角。

事实上截面局部削弱的拉杆的工作是相当复杂的，是否真如图 5-4b 所示那样工作还存在问题，因此有些国家的规范^{[5.1][5.2]}除了应用式 (5-1) 外还增加一些验算内容。由于在截面削弱处应力分布比较复杂，而在复杂应力状态下材料的破坏机理又不太清楚，因此这些规范所增加的内容很不一致，这需要今后进一步加以研究。

3. 刚度计算

为了避免拉杆在制作、运输、安装和使用过程中出现刚度不足现象，拉杆设计时应保证具有一定刚度。拉杆的刚度按下式用长细比 λ 来控制。

$$\lambda_{\max} = \left(\frac{l_0}{i} \right)_{\max} \leq [\lambda] \quad (5-2)$$

式中： $\lambda_{\max}$ ——拉杆的最大长细比；

l_0 ——拉杆计算长细比时的计算长度；

i ——截面的回转半径；

$[\lambda]$ ——容许长细比，按附录五附表 5-1 采用。

第三节 轴心压杆的整体稳定

在一般的材料力学书籍中都已提到轴心压杆除了有强度破坏外，还有整体失稳的破坏形式。除了这两种破坏形式外，和受弯构件一样，截面的受压翼缘或腹板还会发生局部失稳破坏。本节和下一节将分别叙述轴心压杆的整体稳定和局部稳定问题。

1. 概述

1) 实际轴心压杆与理想轴心压杆

(1) 理想轴心压杆的屈曲临界力

欧拉早在十八世纪就对轴心压杆的整体稳定问题进行了研究，并得到了著名的欧拉公式，即

$$N_E = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} \quad (5-3)$$

式中： N_E ——欧拉临界力；

E ——材料的弹性模量；

A ——压杆的截面面积；

λ ——压杆的最大长细比。

欧拉公式是建立在“理想轴心压杆”的假定上的，即认为：杆件是等截面的，截面的形心纵轴是一直线，压力的作用线与形心纵轴重合，材料是完全均匀和弹性的。欧拉的这一研究方法一直被大多数研究者采用。

根据欧拉的研究结果，当轴心压力 $N < N_E$ 时，压杆维持直线平衡，不发生弯曲。当 $N = N_E$ 时，压杆就不能维持直线平衡。压杆发生弯曲并处于曲线平衡状态。也就是说出现了平衡分枝现象，通常称之为屈曲。 N_E 也称为屈曲临界力。这时，压杆的工作性能可用图 5—5a 的曲线 1 表示。如绘出欧拉临界应力 $\sigma_{cr} (= N_E/A)$ 与长细比 λ 的关系曲线，就可得到图 5—5b 中的虚线及虚线延长的实线。

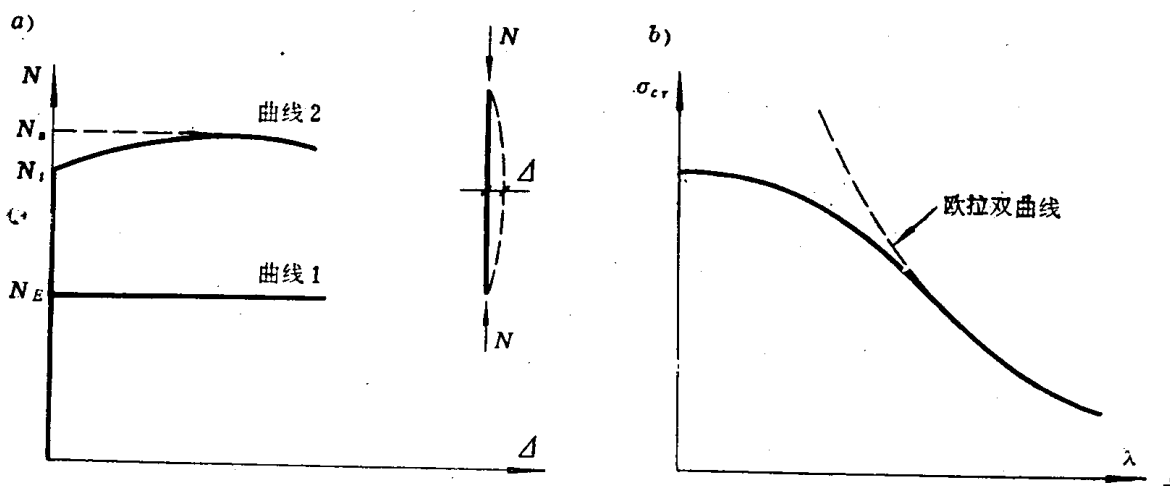


图 5—5 按欧拉公式和切线模量临界力公式得出的轴心压杆工作情况

1947年香莱(Shanley)研究了“理想轴心压杆”的非弹性稳定问题,并提出了著名的香莱理论^[5-3]。香莱理论证明在非弹性阶段失稳时,压杆的直线平衡状态将保持到轴心压力 N 达到屈曲临界力 N_{cr} ,即 $N = N_{cr}$ 。如果这时的轴心压力 N 有微量增加,即由 N_{cr} 增加到 $N_{cr} + \Delta N$,压杆就不能维持直线平衡而发生弯曲,见图5—6a。在刚发生弯曲时,由于 ΔN 的存在,杆件截面上的应力不会发生卸载现象,截面上应力的增加规律将按照材料应力应变图上的切线模量 E_t ,见图5—6b。通过与欧拉公式相同的推导,即可得到非弹性阶段的屈曲临界力,并称为切线模量临界力,用 N_t 表示,即

$$N_t = \frac{\pi^2 E_t A}{\lambda^2} \quad (5-4)$$

压杆在弹塑性阶段的工作性能可用图5—5a中的曲线2表示。曲线2的顶点表示轴心压杆的稳定极限承载力 N_u 。对于常用的截面形式, N_u 比切线模量临界力高出不多,因此为了简化计算,常用切线模量临界力作为压杆失稳的依据。在非弹性阶段的切线模量临界应力 σ_t ($= N_t/A$)与压杆长细比 λ 的关系曲线如图5—5b中的左半段实线所示。

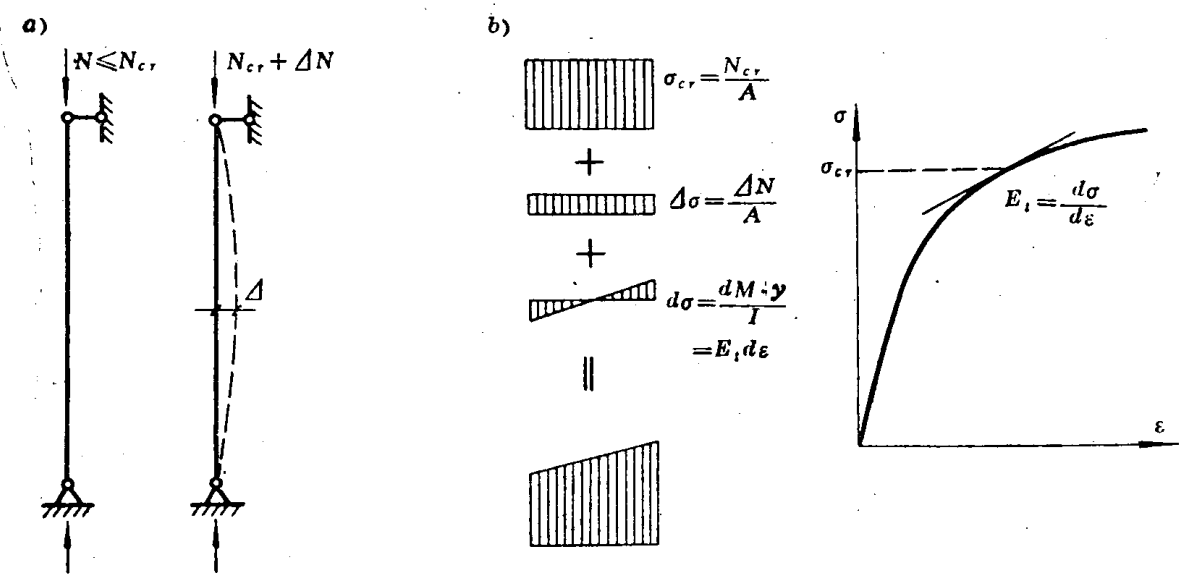


图 5—6 按香莱理论得出的轴心压杆工作情况

(2) 实际轴心压杆的稳定极限承载力

实际轴心压杆与理想轴心压杆有很大区别,这是因为实际轴心压杆是带有初始缺陷的构件。这些初始缺陷包括(1)初变形:包括初弯曲和初扭曲,实际轴心压杆的截面形心纵轴不可能是一理想的直线;(2)初偏心:压力的作用点与截面的形心有些偏离;(3)残余应力:由于各种原因,构件截面在加载前会存在一些残余应力,特别在焊接构件的截面中,残余应力有时相当大;(4)截面上材料的性质也不一定是均匀的。所有这些因素都将使轴心压杆在一受压力后就发生弯曲,不存在由直线平衡到弯曲平衡的分枝点,因此也不存在屈曲临界力。

实际轴心压杆的工作性能可用图5—7表示。随着压力的不断增加,压杆的侧向位移也不断增加。曲线的顶点就是压杆的稳定极限承载力 N_u 。 N_u 的数值受到压杆的初变形、初偏心、残余应力的大小以及材料不均匀程度等因素的影响。由于这些因素都是随机量,不能预先确定,因此 N_u 也将是一个随机量。

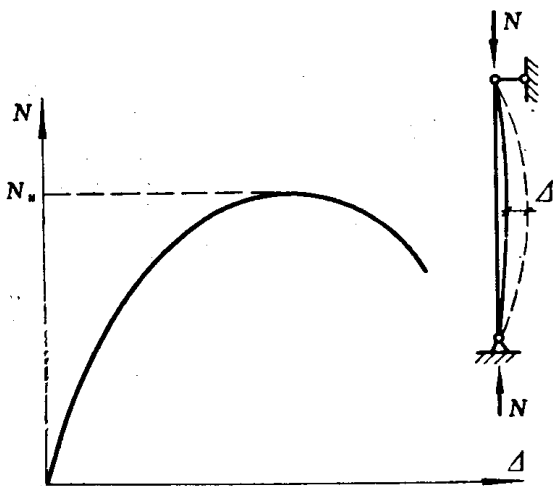


图 5—7 实际轴心压杆的工作情况

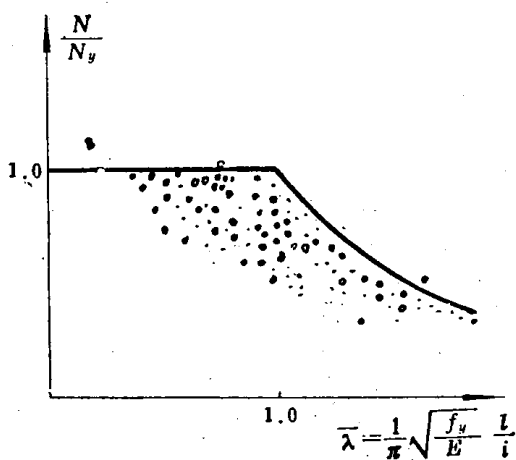


图 5—8 轴心压杆稳定试验结果

这说明实际轴心压杆的稳定极限承载力不再是长细比 λ 的唯一函数了。这个现象实际上在实验数据中早已有所反映。图 5—8 是轴心压杆稳定试验的大量实验结果,可以看出试验结果有一个很宽分布带。它是由压杆的初变形、初偏心和残余应力等的数值各不相同造成的。

目前世界各国在研究钢结构轴心压杆的整体稳定时,基本上都摒弃了理想轴心压杆的假定,而以具有初始缺陷的实际轴心压杆作为研究的力学模型。这样,也就摒弃了用屈曲临界力作为稳定设计依据的准则,而采用稳定极限承载力作为依据。本章也将以这个力学模型作为研究的对象。

2) 弯曲失稳、扭转失稳和弯扭失稳

钢结构压杆一般都是开口薄壁杆件。根据开口薄壁杆件理论,具有初始缺陷的轴心压杆的弹性微分方程为^[5.4]

$$\begin{aligned} EI_x(v'' - v_0'') + Nv'' - Nx_0\theta'' &= 0 \\ EI_y(u'' - u_0'') + Nu'' + Ny_0\theta'' &= 0 \end{aligned} \quad (5-5)$$

$$EI_\omega(\theta'' - \theta_0'') - GI_t(\theta'' - \theta_0'') - Nx_0v'' + Ny_0u'' + r_0^2 N\theta'' - \bar{R}\theta'' = 0$$

式中: N ——轴心压力;

I_x 、 I_y ——对主轴 x 和 y 的惯性矩;

I_ω ——扇性惯性矩;

I_t ——截面的抗扭常数;

u 、 v 、 θ ——构件剪力中心轴的三个位移分量;

u_0 、 v_0 、 θ_0 ——构件剪力中心轴的三个初始位移分量;

x_0 、 y_0 ——剪力中心的座标。

$$r_0^2 = \frac{I_x + I_y}{A} + x_0^2 + y_0^2 \quad (5-6)$$

$$\bar{R} = \int_A \sigma_r (x^2 + y^2) dA \quad (5-7)$$

σ_r ——截面上的残余应力,以拉应力为正。

(1) 弯曲失稳和扭转失稳

设压杆为双轴对称截面，如图 5—9a 所示的工字形截面，则截面的剪力中心与形心重合，有 $x_0 = y_0 = 0$ 。将此代入式 (5—5)，可得

$$\begin{aligned} EI_x(v'' - v_0'') + Nv'' &= 0 \\ EI_y(u'' - u_0'') + Nu'' &= 0 \\ EI_\omega(\theta'' - \theta_0'') - GI_t(\theta'' - \theta_0'') + r_0^2 N\theta'' - \bar{R}\theta'' &= 0 \end{aligned} \quad (5-8)$$

式 (5—8) 说明，双轴对称截面轴心压杆在弹性阶段工作时，三个微分方程是互相独立的，可以分开单独研究。至于在弹塑性阶段，当研究第一式时，只要截面上的残余应力对称于 y 轴，同时又有 $u_0 = 0$ 和 $\theta_0 = 0$ ，则第一式将始终与其他两式无关，可以单独研究。这样压杆将只发生 y 方向的位移，整体失稳时呈弯曲变形状态，通常称为弯曲失稳。

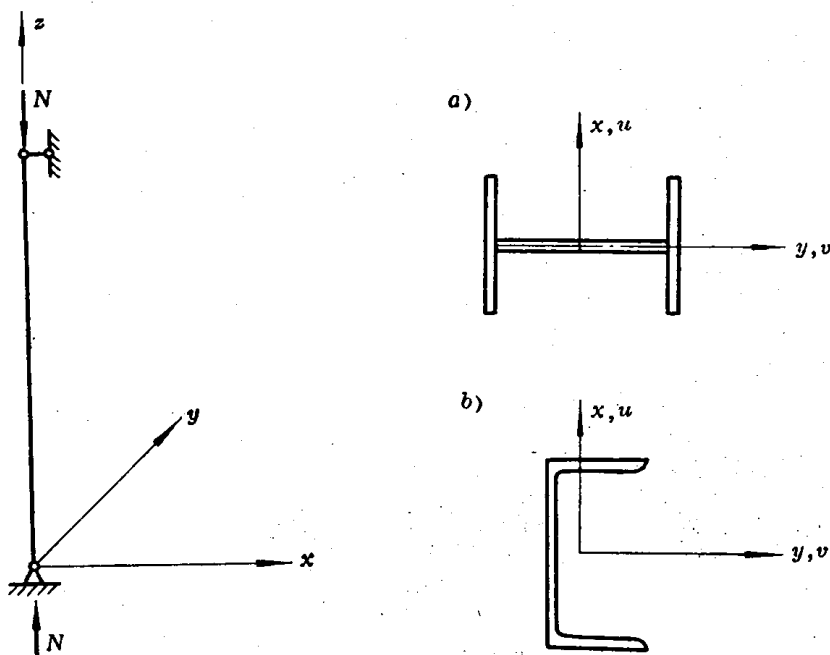


图 5—9 受压杆的截面

同样，第二式也是弯曲失稳，只是弯曲失稳的方向不同而已。

对于第三式，如果残余应力对称于 x 和 y 轴分布，同时假定 $u_0 = 0$ ， $v_0 = 0$ ，则压杆各截面将只发生绕 z 轴的转动，整体失稳只产生转角变形，整个杆件呈扭转变形状态，称为扭转失稳。图 5—10 所示为十字形截面轴心压杆扭转失稳的情形。

如果作为理想压杆来研究，则可得扭转屈曲临界力为

$$N_\omega = \frac{\left(\frac{\pi^2 EI_\omega}{l^2} + GI_t + \bar{R} \right)}{r_0^2} \quad (5-9)^*$$

* 式 (5—9) 的推导过程如下。因作为理想压杆研究，有 $\theta_0 = 0$ 。式 (5—8) 第三式成为

$$EI_\omega\theta'' - GI_t\theta'' + r_0^2 N\theta'' - \bar{R}\theta'' = 0$$

设解为 $\theta = A \sin \frac{\pi z}{l}$ ，代入上式稍加整理得

$$A \left(\frac{\pi^2 EI_\omega}{l^2} + GI_t + \bar{R} - r_0^2 N \right) = 0$$

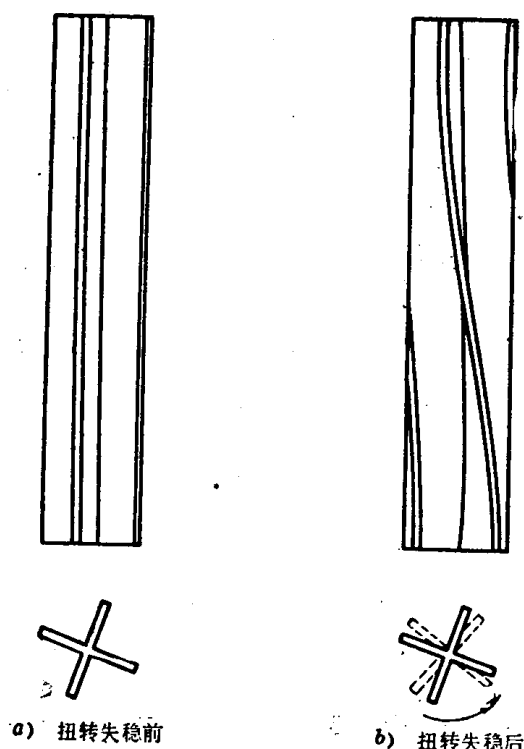


图 5—10 十字形截面压杆的扭转

要得到非零解,必须使括弧内的数值为零。由此即可解得扭转屈曲临界力 N_{ω} ,即得式(5-9)。

对于一般双轴对称截面,弯曲失稳时的极限承载力较扭转失稳时的为小。只有对某些特殊截面形式,如十字形等,扭转失稳的极限承载力会低于弯曲失稳的极限承载力。

(2) 弯扭失稳

设压杆为单轴对称截面,如图 5—9b 所示的槽形截面, y 轴为截面的对称轴,则截面的剪力中心在 y 轴上,有 $x_0 = 0$,代入式(5-5)可得

$$\begin{aligned} EI_x(v'' - v_0'') + Nv'' &= 0 \\ EI_y(u'' - u_0'') + Nu'' - Ny_0\theta'' &= 0 \\ EI_{\omega}(\theta'' - \theta_0'') - GI_t(\theta'' - \theta_0'') - Ny_0u'' + r_0^2 N\theta'' - R\theta'' &= 0 \end{aligned} \quad (5-10)$$

式(5-10)说明这一类单轴对称截面在弹性阶段的三个微分方程中有两个是互相联立的,即在 x 方向发生弯曲变形 u 时必定伴随扭转变形 θ ;反之亦然。这种形式的失稳称为弯扭失稳。

单轴对称截面在对称平面内仍可能发生弯曲失稳。

当压杆的截面无对称轴时,即为式(5-5)。由该式可知三个微分方程是互相联立的。因此,杆件失稳时必定是弯扭变形状态,也属于弯扭失稳。

3) 单一柱子曲线与多条柱子曲线

(1) 单一柱子曲线

所谓柱子曲线就是指压杆失稳时的临界应力 σ_c 与长细比 λ 间的关系曲线。图 5—5b 就是一种柱子曲线。

由于长期以来受到欧拉公式(式 5—3)和切线模量临界力公式(式 5—4)的影响,认为压杆在材料确定后,其临界应力 σ_c 将只是长细比 λ 的函数,因此柱子曲线只能有一条。

这个概念是如此根深蒂固，虽然在五十年代已经有不少研究者认为残余应力的分布和大小对压杆的临界应力有明显的影响，但是一直到六十年代世界各国的钢结构设计规范仍旧无一例外地采用单一柱子曲线。也就是说，压杆的临界应力只与长细比有关。知道压杆的长细比后，即可求得压杆的临界应力。

单一柱子曲线的确定，大致有以下几种方法^[5.4]：

① 根据试验数据。我国钢结构设计规范 TJ17-74 就采用这个方法确定弹塑性阶段时的柱子曲线。

② 采用边缘纤维屈服准则。采用这个方法时通常假定压杆为两端简支，杆轴具有正弦曲线的初弯曲。在轴力 N 作用下，跨中位移 Δ_m （包括初弯曲 Δ_0 在内）为

$$\Delta_m = \frac{\Delta_0}{1 - \frac{N}{N_E}} \quad (5-11)$$

由边缘纤维屈服准则可得

$$\frac{N}{A} + \frac{N\Delta_0}{W\left(1 - \frac{N}{N_E}\right)} = f_y \quad (5-12)$$

解出平均应力 $\sigma_{cr} (= \frac{N}{A})$ 后即得熟知的佩利 (Perry) 公式

$$\sigma_{cr} = \frac{f_y + (1 + \varepsilon_0)\sigma_E}{2} - \sqrt{\left[\frac{f_y + (1 + \varepsilon_0)\sigma_E}{2}\right]^2 - f_y\sigma_E} \quad (5-13)$$

式中： ε_0 ——初偏心率

$$\varepsilon_0 = \frac{A\Delta_0}{W} \quad (5-14)$$

σ_E ——欧拉应力

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (5-15)$$

给定 ε_0 即可由式 (5-13) 得出柱子曲线。

我国薄壁型钢技术规格 TJ18-74 采用这个方法。

③ 采用切线模量理论。美国钢结构设计规范^[5.1]采用此法。

④ 采用稳定极限承载力理论。德国钢结构设计规范^[5.5]采用此法中的耶硕克 (Jezek) 简化方法。耶硕克简化方法将在本章第八节中介绍。

(2) 多条柱子曲线

事实上影响压杆稳定极限承载力的因素很多，主要有：

- ① 截面的形状和尺寸；
- ② 材料的力学性能；
- ③ 残余应力的分布和大小；
- ④ 构件的初弯曲和初扭曲；
- ⑤ 荷载作用点的初偏心；
- ⑥ 在支承处可能存在的弹性约束；
- ⑦ 构件的失稳方向，等等。

因此，用单一柱子曲线，即用一个变量（长细比 λ ）来反映如此众多的因素显然是不够合理的。

图 5—11、5—12、5—13 和 5—14 分别表示残余应力、初挠度、简支支承中可能存在的弹性约束和失稳方向对失稳极限承载力的影响。图中横座标 $\bar{\lambda}$ 为相对长细比，用下式计算

$$\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 E}} \quad (5-16)$$

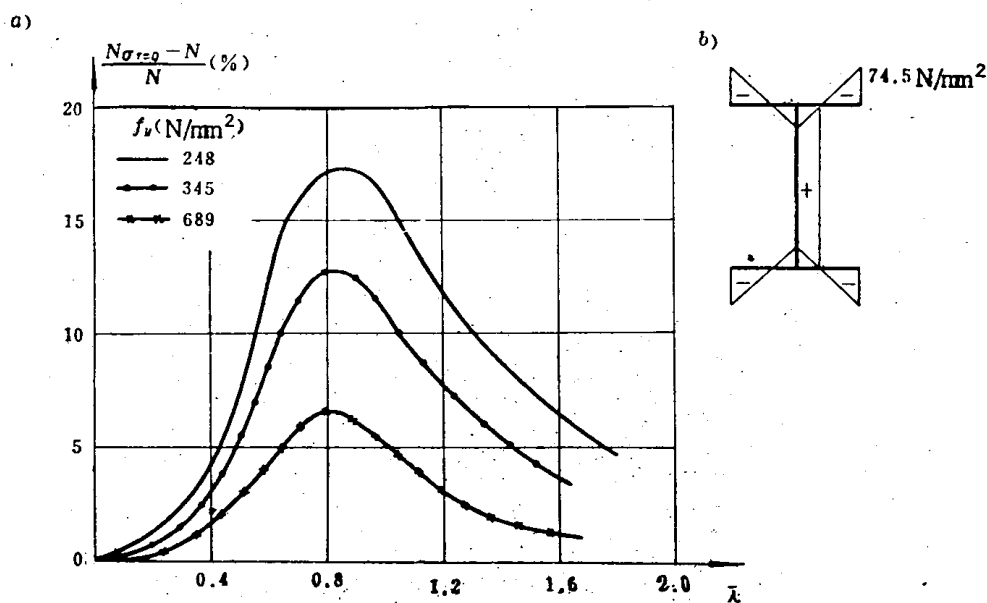


图 5—11 残余应力对失稳极限承载力的影响

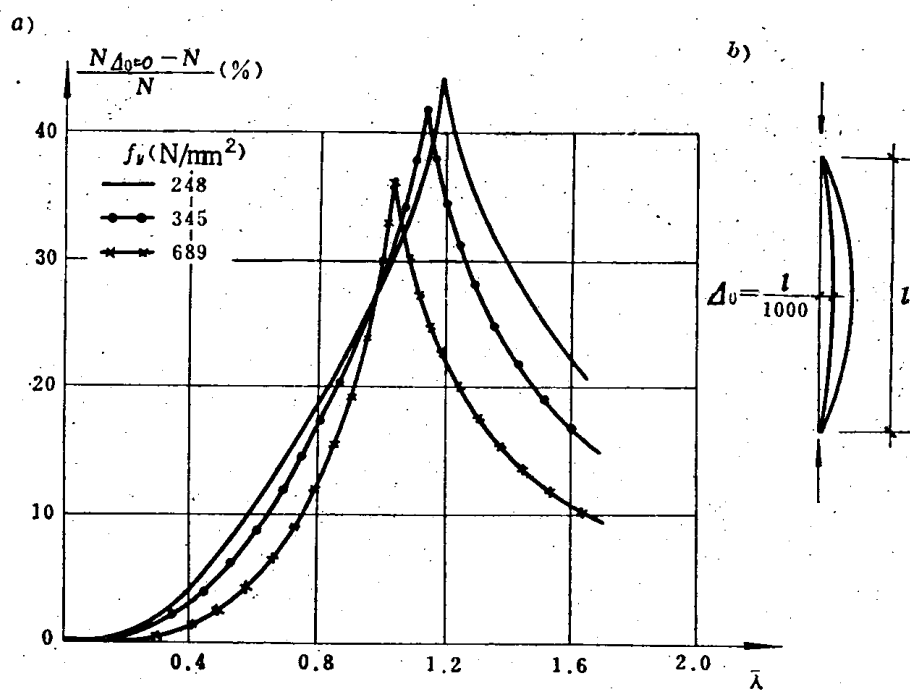


图 5—12 初始挠度对失稳极限承载力的影响

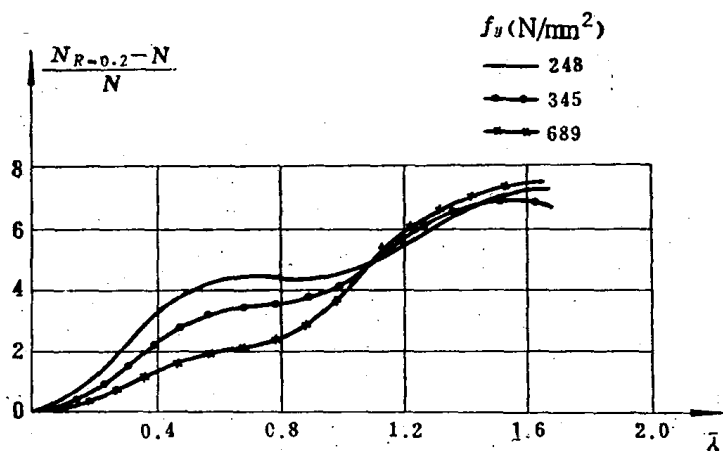


图 5—13 简支支承中的弹性约束对失稳极限承载力的影响

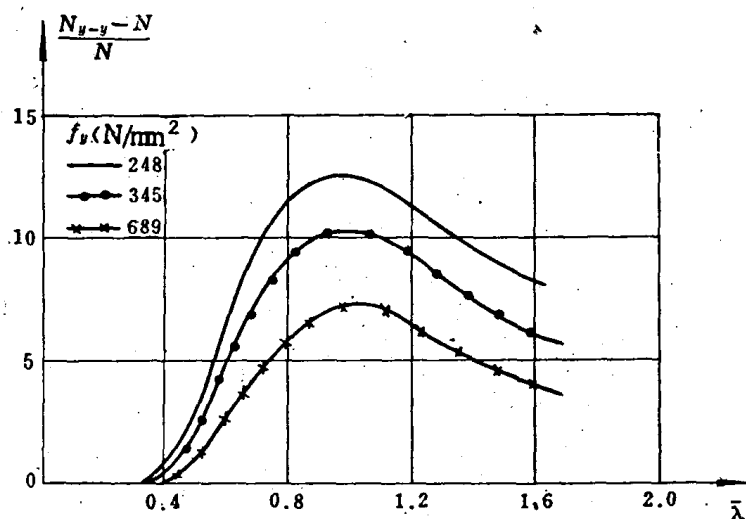


图 5—14 失稳方向对失稳极限承载力的影响

图 5—11 说明残余应力的影响，其中图 5—11b 表明了残余应力的分布图形和数值，这是国际上通常用来计算宽翼缘工字钢时采用的模式。残余应力对于屈服点较低的压杆影响较大，最大可达 17.5%。图 5—12 说明初弯曲的影响。图 5—12b 表明构件最大初弯曲挠度值为 $\frac{l}{1000}$ ，这是施工验收规范所允许的最大偏差。从图中可以看出，初弯曲对压杆稳定极限承载力的影响极大，在常用的中等长细比范围内尤为显著，最大可达 45% 左右。图 5—14 表明工字形截面失稳方向的影响。图中表示绕强轴失稳时稳定极限承载力比绕弱轴失稳时高，最大可达 12.5% 左右。

由于这些因素的影响，轴心压杆的试验结果常常很分散，见图 5—8。这个现象也可由理论计算来反映。图 5—15 表示了对十二种不同情况压杆进行稳定极限承载力理论计算后得到的各自的柱子曲线。从图中可以看出，这些柱子曲线分布在一个很宽的带状范围内。因此，现在有不少国家包括我国在内正在研究和确定多条柱子曲线。

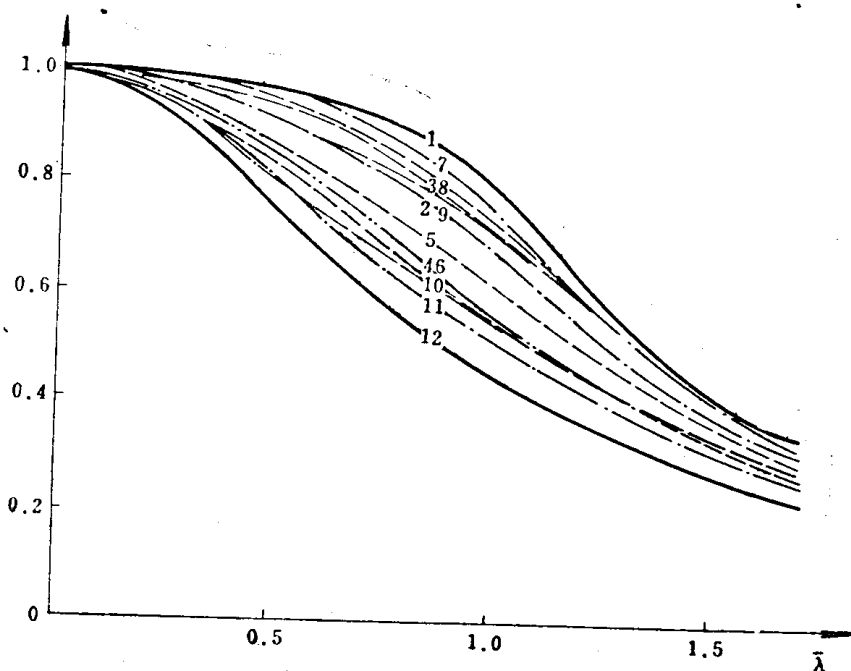


图 5—15 几种不同截面的柱子曲线

2. 多条柱子曲线及其确定方法

前面已经提到轴心压杆的失稳可以有弯曲失稳、扭转失稳和弯扭失稳等不同形态。由于轴心压杆绝大多数采用双轴对称的截面形式，因此它的柱子曲线一般都用弯曲失稳时的稳定极限承载力来确定。对于可能出现弯扭失稳的非双轴对称截面，一般不再制定专门的柱子曲线。设计这类截面的压杆时，都通过一些近似方法，仍然采用弯曲失稳的柱子曲线。

1) 轴心压杆稳定极限承载力的计算

(1) 弯曲失稳时的稳定极限承载力

轴心压杆弯曲失稳时的稳定极限承载力的计算方法很多^[5*8]，文献[5.7]介绍的数值积分法是目前各种方法中采用假定最少，能考虑的因素最多，因而精确度也是最高的一种方法。现对这一方法作一简单的介绍。

图 5-16 为一具有初弯曲 u_0 的轴心压杆。截面上可以有任意分布的残余应力，截面上各点的材料可以有不同的屈服点，应力应变关系可以是任意的，两端具有初偏心而且可以不相同，支座可以是弹性嵌固，两端的弹性嵌固常数可以不同。根据图 5—16 所示的受力情况，可得绕 y 轴弯曲时的平衡方程式如下

$$-M_{iy} + N(u_p + u_0) = 0 \quad (5-17)$$

式中： u_p ——由压力 N 产生的附加位移；

M_{iy} ——内弯矩，

在弹性阶段

$$M_{iy} = -EIu'' \quad (5-18)$$

在弹塑性阶段

$$M_{iy} = \int_A \sigma x dA \quad (5-19)$$

第一步，先将构件分成几段，各段长度不一定相等，如图 5—17 所示。

第二步，给定压力 N 。

第三步，假定 A 端由压力 N 产生的转角 θ_{pa} 的值，开始从 A 端向 B 端逐段计算。

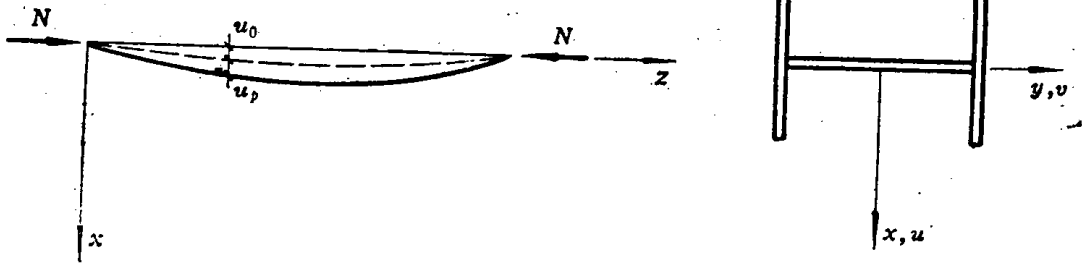


图 5—16 具有初弯曲的轴心压杆

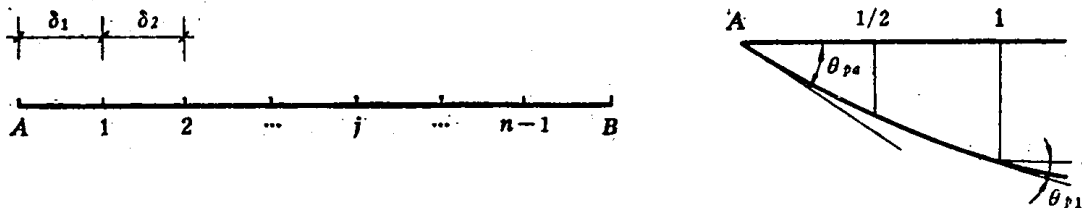


图 5—17 数值积分中构件的分段

第四步，按式 (5—17) 计算第一段中点，即点 1/2 处的曲率 $\phi_{1/2}$ ，步骤如下：

- ① 将构件的截面划分成 m 块小单元，如图 5—18 所示。
- ② 假设截面形心处的平均应变 $\bar{\epsilon}_{p1/2}$ 和截面的曲率 $\phi_{p1/2}$ 的值。
- ③ 按下式计算截面上各小单元面积中心点的应变

$$\epsilon_i = \phi_{p1/2} x_i + \bar{\epsilon}_{p1/2} + \frac{\sigma_{ri}}{E} \quad (5-20)$$

式中的应变和应力均以拉应变和拉应力为正，最后一项是相应于该点的残余应力的应变。

- ④ 根据应力-应变关系确定各小单元面积中心点的应力 σ_i 。

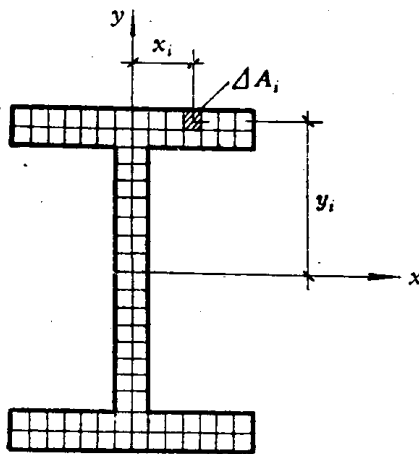


图 5—18 数值积分中截面的分块

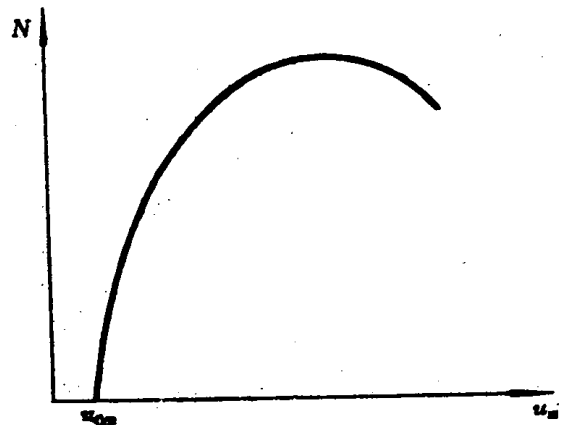


图 5—19 数值积分得到的压杆的荷载-位移曲线

- ⑤ 先用下式校核正应力 σ_i 的合力是否等于压力 N

$$N - \sum_{i=1}^m \sigma_i \Delta A_i = 0 \quad (5-21)$$

若式 (5—21) 不能满足，则调整平均应变 $\bar{\epsilon}_{p1/2}$ ，重复步骤 ③~⑤，直到式 (5—21) 得到满足为止。

⑥ 按下式 (即式 (5—19)) 计算 $M_{1/2}$

$$M_{1/2} = \sum_{i=1}^m \sigma_i x_i \Delta A_i \quad (5-22)$$

⑦ 按下式计算 $u_{p1/2}$

$$u_{p1/2} = u_{pa} + \theta_{pa} \frac{\delta_1}{2} - \phi_{p1/2} \frac{\delta_1^2}{8} \quad (5-23)$$

式中: u_{pa} ——已知的支座 a 处位移。

⑧ 按下式 (即式 (5—17)) 校核内外弯矩是否相等

$$-M_{1/2} + N(u_{p1/2} + u_{o1/2}) = 0 \quad (5-24)$$

若式 (5—24) 不能满足, 则调整曲率 $\phi_{p1/2}$, 重复步骤 ③~⑧ 直到式 (5—24) 得到满足为止。

第五步, 按下式计算第一段末, 即点 1 处的位移 u_{p1} 和转角 θ_{p1}

$$\begin{aligned} u_{p1} &= u_{pa} + \theta_{pa} \delta_1 - \frac{1}{2} \phi_{p1/2} \delta_1^2 \\ \theta_{p1} &= \theta_{pa} - \phi_{p1/2} \delta_1 \end{aligned} \quad (5-25)$$

第六步, 转入下一段的计算, 重复第四步、第五步, 一直到最后一段。

第七步, 根据所求得的 u_{pb} , 复核 B 端的支承条件 $u_{pb} = 0$ 是否满足。如果不满足, 则调整 θ_{pa} 值, 重复第三步~第七步, 直到 $u_{pb} = 0$ 得到满足为止。

第八步, 为了考虑加载历史的影响, 在完成上述计算后, 应将截面上每一小单元的应力和应变记录下来, 作为下一级荷载时的起始点。

完成第一步~第八步的计算后, 便得到了压杆的荷载-位移曲线 (图 5—19) 中的一个点。

第九步, 给定下一级的压力 N , 重复第三步~第八步, 即可逐步得到压杆的荷载-位移曲线。

第十步, 当到达某一级荷载时, 如果第七步的调整不能完成, 也就是说出现发散现象, 即说明该压杆已经到达它的极限承载力, 进入了不稳定状态。刚开始出现这种情况的荷载就是压杆的稳定极限承载力。这时已达到了图 5—19 中荷载-位移曲线的顶点。

第十一步, 为了得到荷载-位移曲线的下降段, 可以改用给定 θ_{pa} , 调整压力 N 的办法, 完成第四步~第八步的计算。

如果要考虑初偏心等其它因素, 上述一切计算过程仍然适用, 只需在式 (5—17)、(5—24) 中加入一项初偏心等因素引起的弯矩即可。

其它计算方法可参阅文献 [5.6]、[5.8] 等, 这里不再介绍。

(2) 弯扭失稳时的稳定极限承载力

轴心压杆在弯扭失稳时, 由于存在初弯曲和初扭曲, 不论在弹性阶段或弹塑性阶段, 均属于双向偏心受力状态 (参见式 (5—10) 和 (5—5))。文献 [5.6] 介绍了计算双向偏心受力构件稳定极限承载力的各种有关方法。文献 [5.9] 采用有限单元法并辅以不平衡力迭代消去的技巧, 成功地解决了各种截面形式的双向压弯构件的稳定极限承载力的计算。这个方法具有较高的精度。

由于双向偏心受力构件的稳定极限承载力的计算甚为复杂, 这里不作进一步介绍。