

结 构 力 学

黎 绍 敏 著

黑龙江科学技术出版社

1988年·哈尔滨

结 构 力 学

黎 绍 敏 著

黑龙江科学技术出版社

1988年·哈尔滨

责任编辑：张宪臣

结 构 力 学

黎 绍 敏 著

黑龙江科学技术出版社出版

(哈尔滨市南岗区建设街35号)

齐齐哈尔铁路印刷厂印刷·黑龙江省新华书店发行

787×1092毫米 32开本 12.25印张 1插页 250千字

1988年2月 第1版·1988年2月第1次印刷

印数：1—4890册

书号：15217·302 定价：2.60元

I S B N 7—5388—0120—0 / T U · 6

前 言

结构力学中，拱的内力分析和结构影响线的绘制，是比较烦难的力学问题，笔者结合教学，进行了长时间的研究，提出了利用规律画静定结构影响线的方法，省去了数学运算和叠加的麻烦，而且容易掌握。结构越复杂，其方法的优越性就越显著。而超静定结构的影响线的绘制，就更加困难，笔者提出利用典型挠曲图画超静定结构影响线的方法，简单方便，不仅避免了烦难的数学运算，而且大大地提高了时效。

超静定拱的压力线，过去是用力法先求出多余未知力，再画压力线，而多余未知力的计算，不管是采取直接积分或数值积分，都是比较烦难的，笔者提出利用轨迹线来画压力线的方法（图解法），就非常容易了。若拱轴和截面任意改变，数解法就非常困难，甚至难以求解，笔者提出了考虑和不考虑弹性压缩的图解法。垂直荷载作用下，可直接利用影响线求内力，但在斜向荷载作用下，就不能直接利用影响线来求内力，笔者提出了利用挠曲图画位移图求内力的方法。

连拱的计算，是非常复杂的问题，采用一般的分配法，对于少数几跨来说，也是比较困难的，而对于跨数较多的连拱，就更难了。笔者提出 n 跨连拱为一个分配单元的一轮分配一轮传递的方法，不但提高了计算的精确度，大大地减少了计算的工作量，公式很少，典型规律，容易记忆，而且可以运用图表进行计算，便于掌握和应用。

目 录

第一章 绪论	(1)
§ 1 结构力学的目的和任务.....	(1)
§ 2 结构的几何构造分析.....	(1)
§ 3 几何不变结构的组成规则.....	(2)
§ 4 几何构造分析的举例.....	(5)
第二章 静定刚架	(7)
§ 1 悬臂式刚架.....	(8)
§ 2 梁式刚架.....	(11)
§ 3 三铰刚架.....	(13)
§ 4 多跨刚架.....	(14)
§ 5 斜杆刚架.....	(15)
§ 6 滑动支座刚架.....	(18)
第三章 多跨静定梁	(19)
§ 1 多跨静定梁的构成.....	(19)
§ 2 多跨静定梁的内力计算.....	(20)
第四章 三铰拱	(25)
§ 1 拱式结构的特征.....	(25)
§ 2 三铰拱的数解法.....	(25)
§ 3 三铰拱的图解法.....	(29)
§ 4 三铰拱的合理拱轴线.....	(30)
第五章 平面桁架	(33)

§ 1	平面桁架的构成·····	(33)
§ 2	平面桁架的数解法·····	(34)
§ 3	再分式桁架的计算·····	(39)
§ 4	组合结构的计算·····	(41)
§ 5	平面桁架的图解法·····	(43)
第六章	静定结构的影响线·····	(46)
§ 1	影响线的概念·····	(46)
§ 2	简支梁和悬臂梁影响线的规律·····	(46)
§ 3	伸臂梁的影响线·····	(50)
§ 4	多跨静定梁的影响线·····	(51)
§ 5	梁式桁架的影响线·····	(53)
§ 6	再分式桁架的影响线·····	(58)
§ 7	三铰拱的影响线·····	(62)
§ 8	拱式桁架的影响线·····	(64)
§ 9	影响线的应用·····	(65)
§ 10	简支梁的弯矩包络图·····	(70)
§ 11	简支梁的绝对最大弯矩·····	(72)
第七章	弹性体系的基本理论及结构位移的计算·····	(75)
§ 1	实功和虚功·····	(75)
§ 2	变形体虚功原理·····	(76)
§ 3	计算位移的一般公式·····	(78)
§ 4	图乘法·····	(86)
§ 5	互等定理·····	(93)
第八章	力法·····	(99)
§ 1	超静定结构的性质和超静定次数的确定·····	(99)
§ 2	力法的原理和方法·····	(100)

§ 3	荷载作用下超静定结构的内力计算·····	(102)
§ 4	温度改变时超静定结构的内力计算·····	(124)
§ 5	支座移动和转动时超静定结构的内力计算 ·····	(127)
§ 6	弹性支座的超静定结构的内力计算·····	(131)
§ 7	利用对称条件·····	(141)
§ 8	超静定结构的位移计算·····	(147)
第九章	矩阵位移法 ·····	(149)
§ 1	基本概念和方法·····	(149)
§ 2	计算举例·····	(158)
§ 3	温度、初应变与支座位移的影响·····	(170)
§ 4	多荷载系统·····	(176)
§ 5	小结·····	(180)
第十章	直接刚度法 ·····	(181)
§ 1	直接刚度法的概述·····	(181)
§ 2	等直杆的杆件刚度矩阵·····	(182)
§ 3	总结点刚度矩阵·····	(189)
§ 4	荷载向量的形成·····	(192)
§ 5	成果计算·····	(195)
§ 6	任意编号系统·····	(198)
§ 7	连续梁·····	(202)
§ 8	平面桁架·····	(218)
§ 9	二维坐标系的旋转法及其在平面桁架中的 应用·····	(232)
§ 10	三维坐标系的旋转法·····	(240)
§ 11	平面刚架·····	(242)

§ 12	格栅结构·····	(259)
§ 13	空间桁架·····	(263)
§ 14	空间刚架·····	(273)
第十一章	稳定计算·····	(284)
§ 1	单自由度体系的稳定·····	(284)
§ 2	多自由度体系的稳定·····	(286)
§ 3	无限自由度体系的稳定·····	(289)
§ 4	压力线法·····	(295)
§ 5	初参数法·····	(301)
§ 6	刚度法解稳定问题·····	(306)
§ 7	组合压杆的稳定·····	(320)
第十二章	塑性分析·····	(327)
§ 1	一般概念·····	(327)
§ 2	超静定单跨梁·····	(330)
§ 3	比例加载的几个定理·····	(334)
§ 4	连续梁·····	(336)
§ 5	虚功法求刚架的极限荷载·····	(341)
第十三章	连拱·····	(343)
§ 1	概述·····	(343)
§ 2	拱和墩的形常数·····	(344)
§ 3	分配法的原理和方法·····	(348)
§ 4	n跨连拱分配法·····	(352)
第十四章	超静定结构的影响线·····	(358)
§ 1	概述·····	(359)
§ 2	超静定拱的影响线·····	(362)
§ 3	超静定刚架的影响线·····	(365)

§ 4	超静定桁架的影响线·····	(366)
§ 5	连续梁的影响线·····	(369)
§ 6	弹性支承连续梁的影响线·····	(371)
§ 7	连拱的影响线·····	(373)
§ 8	索式结构的影响线·····	(378)

参 考 资 料

第一章 绪 论

§ 1 结构力学的目的和任务

研究由杆件组成的结构，如梁、刚架、桁架和拱，在荷载、温度及其他因素作用下的变形和内力的计算原理和方法，目的在于保证结构的强度、刚度和稳定，设计出合理的结构。

§ 2 结构的几何构造分析

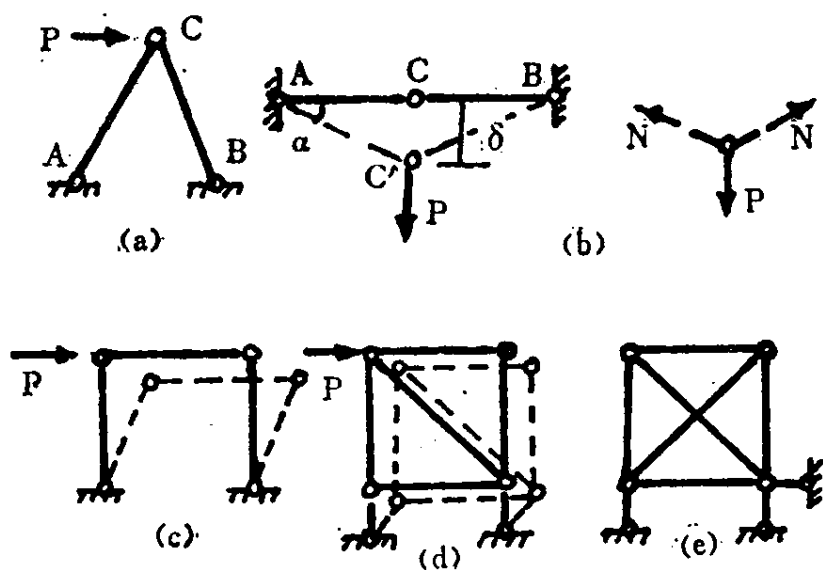


图 1—1

结构受力后，产生弹性变形，一般是很小的。若不考虑

弹性变形，结构的几何形状和位置不变的条件下，才能承受荷载，维持平衡。如图 1—1 (a) 所示，能够保证几何形状和位置不变的，并能承受荷载的结构，叫做几何不变结构。如图 1—1 (b) 所示，由于杆件布置在同一水平线上，受力后产生很小的位移 δ ，形成 $AC'B$ 虚线之后，才变成图 1—1 (a) 所示的结构，才成为几何不变结构，所以这种结构叫做瞬变体系，这是不允许的。因为产生很大内力，

设内力为 N ，利用 $\sum Y = 0$ ，求得 $N = \frac{P}{2 \sin \alpha}$ 当 $\alpha \rightarrow 0$ ，得

到 $N \rightarrow \infty$ 。如图 1—1 (c) 所示的结构，受力后，移到虚线，由矩形变成菱形，若力稍大一点，移动加大，直到破坏，叫做常变体系。若在中间加一斜杆，则形成几何不变结构了，所以这是由于缺少一个杆件所致。如图 1—1 (d) 所示的结构，受力后，相对地面平行移动，位置改变了，叫做几何可动，也是不能承受荷载的。所以图 1—1 (a)、

(c) 和 (d) 都是几何可变体系。如图 1—1 (e)，若去掉一个杆件，还是几何不变结构，这个多出的杆件叫做多余连系。所以，一要具备构成几何不变结构的必须的杆件数目，二要合理安排。对结构的几何构造和运动性质的分析，叫做几何构造分析或机动分析，目的在于避免发生可变结构，保证结构的几何不可变。

§ 3 几何不变结构的组成规则

研究没有多余杆件组成几何不变结构的基本规则，主要有下面三个规则：

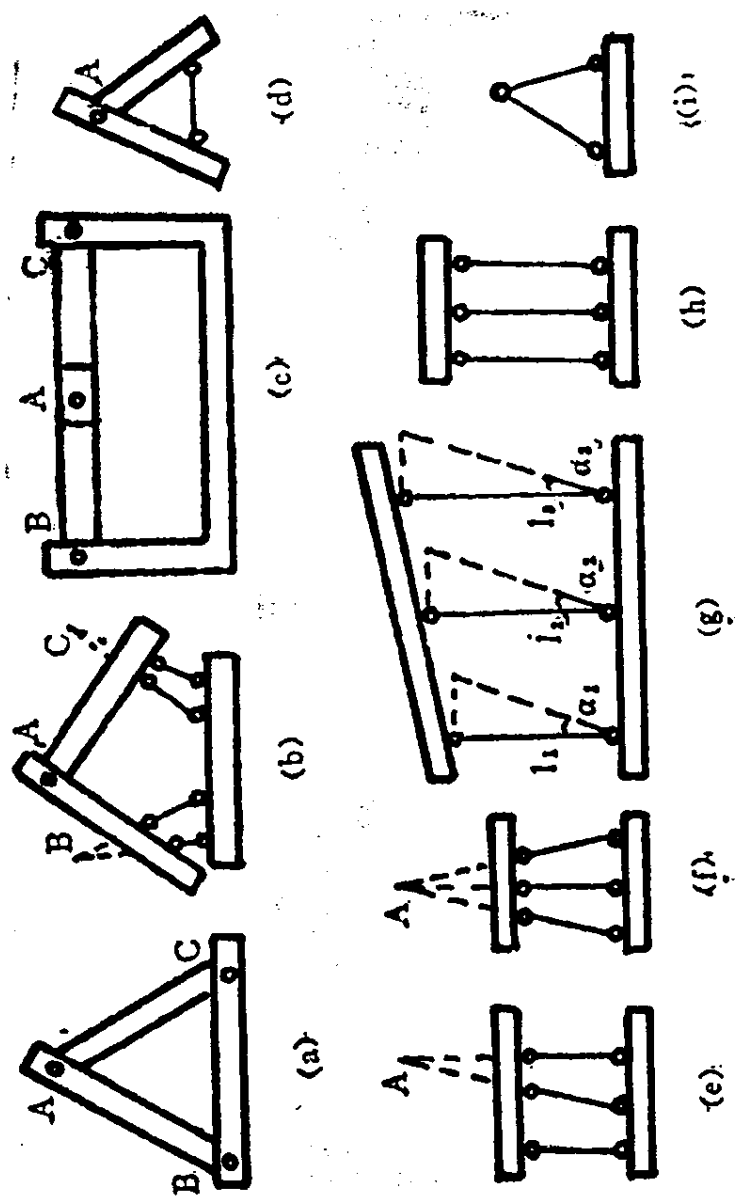


图 1—2

如图 1—2 (a) 的三个刚片 (是指忽略弹性变形时, 几何形状和尺寸不变的部分) 用三个实铰相连, 构成三角形, 由于刚片的长度不变, 所以三角形的形状不变, 构成一个几何不变结构。如图 1—2 (b) 用二个虚铰 B、C 和一个实铰 A 相连, 也构成一个三角形, 所以也是几何不变结

构。如图 1—2 (c) 三个铰在一条直线上，形成如图 1—1 (b) 所示的瞬变体系，由此得出规则一：三个刚片用不在一条直线上的三个铰相连，则形成几何不变结构。

如图 1—2 (d) 的二个刚片，用一个铰和一根不通过铰的杆件相连，由于杆件也是刚片，则形成三角形，所以是几何不变结构。如图 1—2 (e) 用三根不平行，不相交的杆件相连，但可将其中二杆延长相交于虚铰 A，于是形成两个刚片，用一个虚铰和一根不通过虚铰的杆件相连，将不通过虚铰的杆件看成刚片，则形成三个刚片用不在一条直线上的二个实铰和一个虚铰 A 相连，符合规则一，形成几何不变结构。如图 1—2 (f) 所示三个杆件相交于 A 点，该点为两个刚片相对转动的瞬心，即瞬时转动后，三个杆件不相交于一点，形成几何不变，所以是瞬变体系。

如图 1—2 (g) 用三根平行，不等长的杆件相连，设上刚片相对下刚片水平位移 Δ ，则三根杆件的转角为 $\alpha_1 = \frac{\Delta}{l_1}$ ，

$$\alpha_2 = \frac{\Delta}{l_2}, \quad \alpha_3 = \frac{\Delta}{l_3}, \quad \text{因 } l_1 \neq l_2 \neq l_3, \text{ 则 } \alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_3,$$

说明两个刚片瞬时相对位移后，三个杆件不再平行，也不交于一点，而形成几何不变结构，所以是瞬变体系。若三个杆件平行且等长，如图 1—2 (h)，则 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ ，说明两个刚片相对位移后，三个杆件仍平行，位移将继续发生，则是常变体系。由此得出规则二：两个刚片用一个铰和一根不通过该铰的杆件相连，或用三根不平行也不相交的三个杆件相连，则形成几何不变结构。

如图 1—2 (i) 所示，在一个刚片上加二个杆件用三

个铰相连，若三铰不同在一条直线上，形成几何不变的三角形，所以是几何不变结构。由此得出规则三：在刚片上加不在同一直线上的二连杆（二元体或双杆系），则形成几何不变结构。

§ 4 几何构造分析的举例

应用三个形成几何不变结构的基本规则，来分析结构的几何不变。如果给定的结构可看成两个刚片或三个刚片时，则直接按规则一或二进行分析。如果不能直接看成二个或三个刚片时，则可先将观察出某些几何不变部分当作刚片，或采取拆去二连杆，使结构简化成二个或三个刚片进行分析。

对下面结构进行几何构造分析：

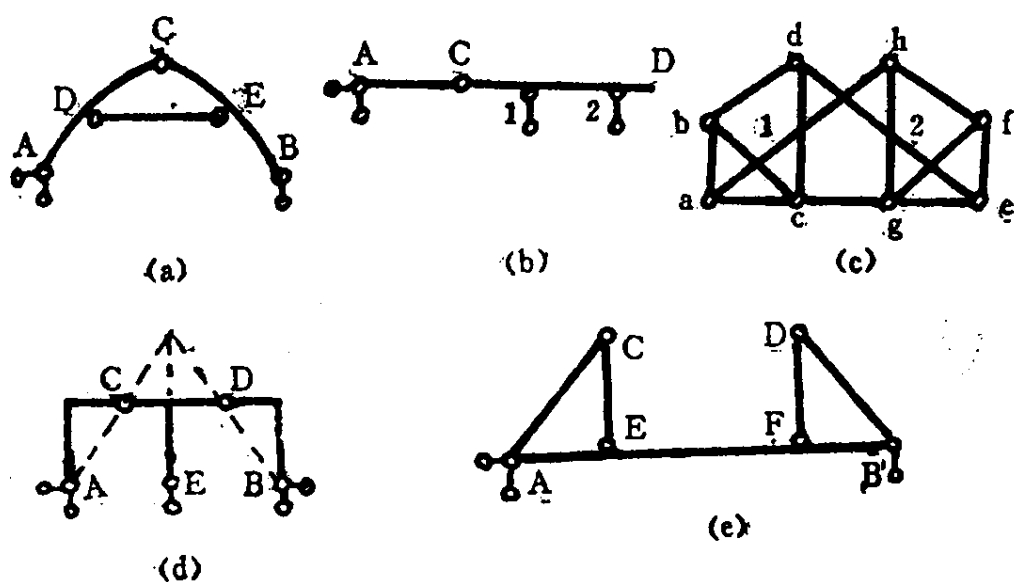


图 1—3

如图 1—3 (a)，按规则一，将 AC、CB 和 DE 看

成三个刚片，用三个不在一条直线上的三个D、E、C铰相连是几何不变结构。也可按规则二，将AC和BC看成二个刚片，用一个铰C和一个不通过该铰的杆件DE相连是几何不变结构。于是可将上部结构看成一个大刚片，地面看成一个刚片，两个刚片用三个不平行也不相交的支杆相连，是几何不变结构。

如图1—3 (b)，将地面看成一个刚片，而A支座按规则三看成加在地面的二连杆，形成一个大刚片，再将CD看成一个刚片，于是二个刚片用AC、1和2三个杆件相连，三杆不平行也不相交，符合规则二，是几何不变结构。

如图1—3 (c)，三角形abc是几何不变，加上二连杆bd和cd，形成一个大刚片abcd，同理efgh也是一个大刚片，两个大刚片用1、2、cg三个杆件相连，因三杆不平行也不相交，符合规则二是几何不变结构。

如图1—3 (d)，将支座A和B的二支杆看成加在地面刚片的二连杆，与地面形成一个大刚片，将CDE看成一个刚片，于是二个刚片用支座E的支杆和AC、BD折杆相连，而三杆相交于一点，是瞬变体系。

如图1—3 (e)，首先将二连杆AC、CE和DB、DF拆去，余下AB看成一个刚片与地面刚片，用三根不平行也不相交的支杆相连。则是几何不变结构。

第二章 静定刚架

如图 2—1 所示,弯矩、切力和荷载间的微分关系,由材力得

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM(x)}{dx} &= Q(x), \\ \frac{dQ(x)}{dx} &= -q(x), \end{aligned} \right\} (2-1)$$

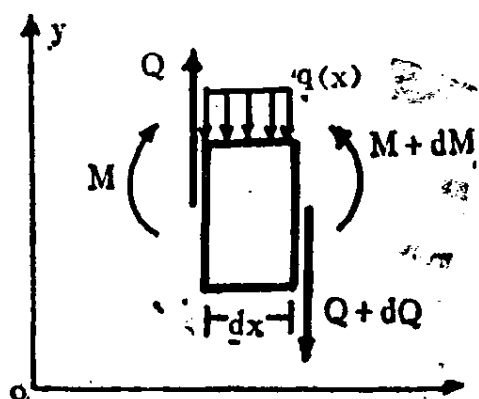


图 2—1

根据 (2-1) 式得: $q(x) = \text{常数}$, $Q(x)$ 是 X 的一次函数, Q 图为斜直线; $M(x)$ 是 X 的二次函数, M 图是二次抛物线。 $q(x) = 0$, $Q(x)$ 是常数, Q 图为水平直线; $M(x)$ 是 X 的一次函数, M 图是斜直线。集中力作用的下面, Q 图有突变, 其值等于集中力; M 图有转折。集中力偶作用的下面, Q 图无变化; M 图有突变, 其值等于集中力偶。

刚架内力的符号规定: 切力和轴力的规定与材力相同, 即切力绕着被保留部分顺时针旋转为正, 轴力以拉为正, 而弯矩画在受拉的一边, 不作正、负规定。

若直杆或其中一段作用集中力, 或分布荷载, 或集中力偶时, 则该段的两端的弯矩 M_A 和 M_B , 利用截面法的截面平

平衡条件或结点法的
 结点平衡条件要先
 求出 M_A 和 M_B ，如
 图 2—2 (a)所示。
 可将该段 AB 看成
 简支梁如图 2—2
 (b)，分别画出 M_A 、
 M_B 和 P 单独作用的
 弯矩图 2—2(c)、
 (d) 和 (e)。再
 将图 (c)、(d)
 和 (e) 叠加，即得
 M_A 、 M_B 和 P 共同
 作用的弯矩图 2—2
 (f)。

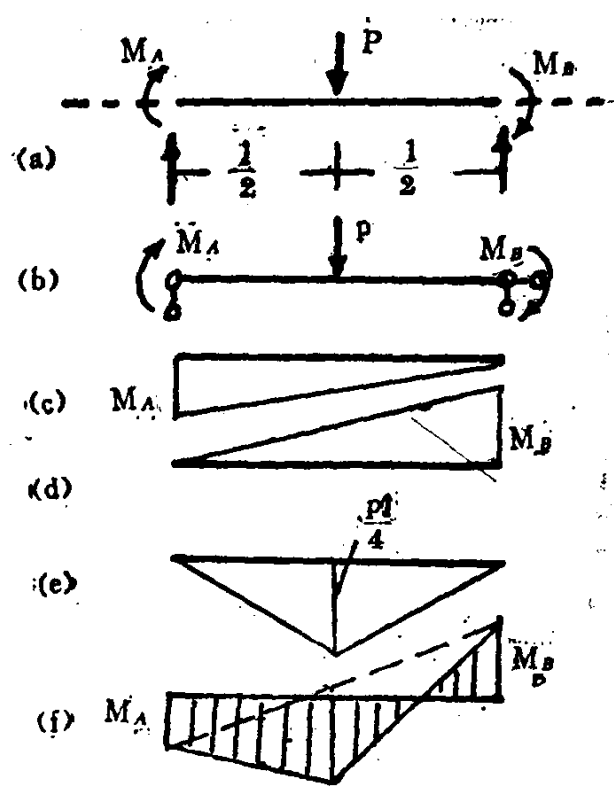


图 2—2

当刚架的结点
 弯矩或杆端弯矩已求出时，则各杆在集中力、分布荷载、集
 中力偶作用下，把各杆简化成如图 2—2 (a) 所示的简支
 梁，利用叠加法画各杆的弯矩图，叫做简支梁法。

§ 1 悬臂式刚架

例2—1 求图 2—3 所示悬臂式刚架的弯矩图、切力图
 和轴力图。

解 不求支反力，从自由端开始，利用截面法，将杆 CD
 用 1—1 截面切取脱离体，如图 2—3 (a)，CD 杆 C