

# 贮水构筑物内力分析

尉希成 编著

中 国 铁 道 出 版 社

1 9 8 6 年 北 京

# 贮水构筑物内力分析

尉希成 编著

中 国 铁 道 出 版 社

1 9 8 6 年 北 京

## 内 容 简 介

本书主要包括两大部分：第一部分主要介绍以旋转壳体为基本构件的圆形水池、水塔结构的内力计算理论，讨论了旋转壳体组合结构的各种解算方法；第二部分主要介绍以矩形弹性薄板为基本构件的矩形水池结构的内力计算理论，研究了矩形水池各种较为精确的解算方法。全书共分二篇七章：第一篇第一章介绍旋转壳体无矩理论；第二章介绍旋转壳体有矩理论；第三章介绍旋转壳体有限差分法；第四章介绍圆板及环梁理论；第五章介绍旋转壳组合结构的计算理论。第二篇第一章介绍矩形弹性薄板弯曲理论；第二章介绍矩形水池的各种精确解法。

本书可供给排水结构设计技术人员、大中院校给排水专业师生参考。

## 贮水构筑物内力分析

尉希成 编著

中国铁道出版社出版

责任编辑 李云国 封面设计 刘玉岐

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092毫米 1/32 印张：12.75 插页1 字数：293 千

1986年3月 第1版 第1次印刷

印数：0001—4,000册 定价 2.85 元

## 前 言

随着经济建设的迅速发展，对给排水事业提出更高的要求，供水量的急剧增加，各种污水处理工程的出现，各种给排水结构物大量兴建，结构物型式更加多样化。要使给排水结构物设计经济合理，设计工作变得更加复杂和困难了。

给排水结构物的强度计算，是以结构的内力分析和计算结果为依据的。给排水结构物多是以旋转壳体、薄板为基本构件，其内力计算难度较大。为了配合给排水结构设计现代化，使给排水结构物设计合理，编写一本既基于板、壳理论基础之上，又密切联系给排水结构设计实际，系统地给出符合实际的各种水池，水塔的内力计算方法的书是非常必要的。这样一本书又不能是过于专门讨论板和壳的理论的书籍，必须能让广大工程技术人员易于看懂，并能应用于设计工作中，这是编写本书的目的。

由于板、壳理论是从一般弹性理论出发，推演出各种形式的基本微分方程，并根据其具体的荷载条件、几何尺寸及形状、边界条件来求解。应用上的困难则是数学上的解算，这也是给排水结构工程设计计算上的困难。为了便于学习和应用，本书并未从板、壳的系统理论出发，而是应用了各种近似理论，较为简明地介绍了各种基本理论和实用计算方法，着重阐明基本概念和必需的原理和方法。较为复杂的问题只给出说明，而未作详细推导。对于在实际工作中有用的计算方法，作了全面系统地阐述，力求讲解清楚，给出具体计算公式，以使读者掌握必要的计算方法。对于容易出错的

问题也给予说明。

本书内容包括两大部分：第一部分是以前以旋转壳体为基本构件的圆形水池、水塔结构的内力计算理论。这部分是以旋转壳体理论为基础，讨论了旋转壳体组合结构的各种解算方法；第二部分是以前以矩形弹性薄板为基本构件的矩形水池结构的内力计算理论。本部分是以前以弹性薄板横向弯曲理论为基础，研究了矩形水池各种较为精确的解算方法。

具体安排是

第一章为旋转壳体薄膜理论。为便于理解，采用了材料力学方法，推导了薄膜状态下内力和变形的计算公式。

第二章为旋转壳体有矩理论。是采用工程技术人员熟悉的弹性地基梁法，比较详细地讨论了圆筒壳有矩状态下内力、变形的计算。对于球壳和圆锥壳只讨论了基本微分方程的推导并给出部分有用的解法。根据旋转壳体边缘干扰的近似计算理论，给出了旋转壳在边缘力作用下壳体内力和变形计算。同时给出了壳体边缘柔度、壳体边缘刚度、壳体边缘固端力及固端力矩的计算公式。最后研究了壳体的有限差分解法。对圆水池常用构件圆板、环板及环梁也作了介绍。

第五章主要讲述了圆形水池和水塔等旋转壳组合结构的边缘干扰力解算的力法、位移法和弯矩分配法。

第二篇第一章研究矩形弹性薄板的基本知识。重点是讨论矩形水池结构中常见的各种荷载、各种边界条件下矩形板的解析解和有限差分解法及有限单元解法。

第二篇第二章主要讨论矩形水池结构内力分析的力法、位移法、弯矩分配法，有限差分法及有限单元法。同时简单地叙述了各种近似算法。

当前，电子计算机已在给排水结构设计中得到应用。为配合此项技术的应用，本书较为详细地讨论了有限差分法和

有限单元法等数值解法，同时也给出一些半解析半离散的计算方法，以适应于我国目前的条件。结构优化设计必然是给排水结构设计的发展方向之一，但鉴于篇幅所限及实际经验太少本书未予介绍。

书中部分内容是作者的科研成果，限于水平，书中不当之处在所难免，欢迎批评指正。本书承王业敏副教授，李军工程师，林申工程师审阅，提出了宝贵的意见，在此表示衷心的感谢。

作 者

一九八四年

# 本书所用符号意义

## 一、壳 体

$s, x$ ——壳面经线弧长;

$R_1$ ——壳面沿经向主曲率半径;

$R_2$ ——壳面沿环向主曲率半径;

$r$ ——旋转壳中面到旋转轴水平半径;

$\delta$ ——壳体厚度;

$\varphi$ ——壳面法线与旋转轴的交角;

$\theta$ ——壳面经线与基准经线所在平面绕旋转轴旋转的角度;

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)} \text{ 壳体抗弯刚度;}$$

$$\alpha = \frac{1.316 \sqrt[4]{1-\mu^2}}{\sqrt{r\delta}} \text{ 壳体弹性值 } S \text{ 的倒数;}$$

$$K = \frac{E\delta}{r^2} \text{——环向支承系数;}$$

$b$ ——环梁宽;

$A_R$ ——环梁横截面面积;

$J_R$ ——环梁横截面对水平中性轴惯性矩;

$T_\varphi$ ——单位长度上的经向力;

$T_\theta$ ——单位长度上的环向力;

$T_{\theta\varphi}$ ——单位长度上的顺剪力;

$Q_\varphi$ ——环向面单位长度上横剪力;

$Q_\theta$ ——经向面单位长度上横剪力;

$M_\varphi$ ——单位长度经向弯矩;

$M_\theta$ ——单位长度环向弯矩;

$M_{\theta\varphi}$ ——单位长度上扭矩;

# 目 录

## 第一篇 旋转壳体组合结构

|                               |            |
|-------------------------------|------------|
| <b>第一章 旋转壳体无矩理论</b> .....     | <b>1</b>   |
| 第一节 概述 .....                  | 1          |
| 第二节 旋转壳及其基本假定 .....           | 3          |
| 第三节 旋转壳内力 .....               | 6          |
| 第四节 旋转壳体理论 .....              | 8          |
| 第五节 旋转壳体无矩状态实现的条件 .....       | 8          |
| 第六节 轴对称荷载作用下旋转壳薄膜内力计算 .....   | 9          |
| 第七节 轴对称荷载作用下旋转壳薄膜状态变形计算 ..... | 15         |
| <b>第二章 旋转壳体有矩理论</b> .....     | <b>21</b>  |
| 第一节 等厚圆筒壳边缘干扰计算 .....         | 21         |
| 第二节 变厚圆筒壳边缘干扰计算 .....         | 42         |
| 第三节 圆锥壳边缘干扰计算 .....           | 56         |
| 第四节 球壳边缘干扰计算 .....            | 64         |
| 第五节 旋转壳边缘干扰的近似计算 .....        | 72         |
| 第六节 旋转壳边缘柔度 .....             | 74         |
| 第七节 旋转壳边缘刚度 .....             | 81         |
| 第八节 旋转壳固端力与固端力矩计算 .....       | 86         |
| 第九节 圆筒壳温度应力计算 .....           | 93         |
| 第十节 预应力钢筋作用下圆筒壳内力计算 .....     | 99         |
| 第十一节 短筒壳内力与变形计算 .....         | 105        |
| <b>第三章 旋转壳体有限差分法</b> .....    | <b>119</b> |
| 第一节 概述 .....                  | 119        |
| 第二节 圆筒壳在轴对称荷载作用下的有限差分解法 ..... | 126        |
| 第三节 圆锥壳在轴对称荷载作用下的有限差分解法 ..... | 132        |

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| <b>第四章 圆板及环梁理论</b>      | 135 |
| 第一节 弹性圆板                | 135 |
| 第二节 环板                  | 143 |
| 第三节 弹性地基上圆板             | 145 |
| 第四节 环梁                  | 146 |
| <b>第五章 旋转壳组合结构的计算理论</b> | 152 |
| 第一节 力法                  | 152 |
| 第二节 位移法                 | 165 |
| 第三节 弯矩分配法               | 189 |

## 第二篇 矩形薄板结构

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| <b>第一章 矩形薄板横向弯曲理论</b> | 201 |
| 第一节 板的基本知识            | 201 |
| 第二节 矩形薄板横向弯曲解析解       | 214 |
| 第三节 板的有限差分解法          | 245 |
| 第四节 板的有限单元解法          | 257 |
| <b>第二章 矩形水池精确解法</b>   | 286 |
| 第一节 力法                | 286 |
| 第二节 位移法               | 303 |
| 第三节 弯矩分配法             | 316 |
| 第四节 有限差分法             | 320 |
| 第五节 矩形水池有限单元法         | 359 |
| 第六节 矩形水池近似简化算法        | 367 |
| <b>附表</b>             | 376 |
| <b>参考文献</b>           | 393 |

# 第一篇 旋转壳体组合结构

## 第一章 旋转壳体无矩理论

### 第一节 概 述

在给排水结构物中，应用最广泛的是圆形结构物。如图形清水池、圆形沉淀池、圆形泵房及倒锥壳水塔，如图1—1~4所示。

这些圆形结构物都是由一个或几个旋转壳体与圆环梁及圆板组合起来的，简称为旋转壳体组合结构。这种以壳体为主要组成部分的结构物，能够充分发挥壳体的受力性能好、刚度大、材料省的特点，因此在给排水结构设计中得到广泛地应用。由于壳体大部分是以轴向受力为主，故能充分发挥

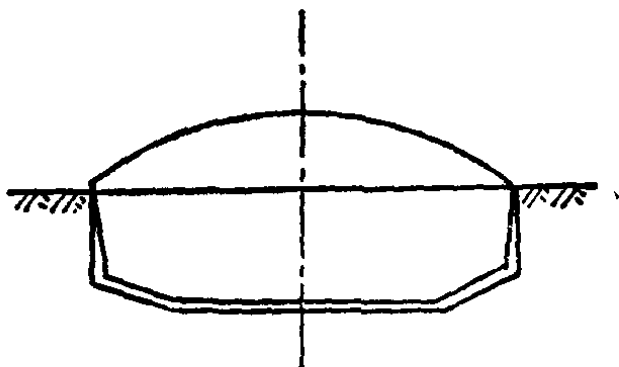


图 1—1

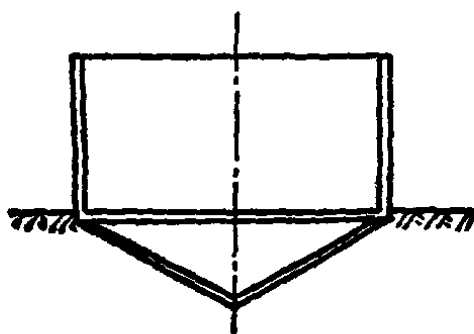


图 1—2

全部材料的效能，它能作成较薄的厚度，而且能覆盖较大的面积。在给排水结构物中多采用球壳、圆锥壳作顶盖和底

板；由于圆筒壳受力均匀，易于采用装配式和预应力钢筋混凝土结构，提高水池的抗裂抗渗性能，便于施工，节省材料，所以池壁多采用圆筒壳。壳体在荷载作用下，在边缘上将产生很大的水平力。为承受此水平力，防止壳体边缘开裂，同时便于壳体之间的连接，所以采用环梁将壳体联结起来。有时由于工艺要求，地基条件限制，顶盖或池底采用圆板。

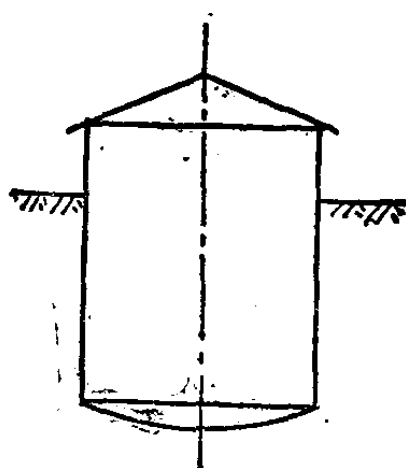


图 1—3

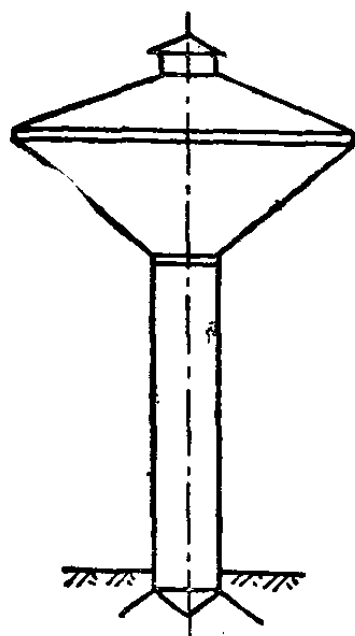


图 1—4

给排水构筑物主要承受水压力、土压力及自重等作用。目前由温度、湿度对构筑物的作用也日益得到重视。因为，以上荷载作用都是轴对称的，所以在本书中以轴对称荷载为结构的基本荷载型式。

各壳体之间多以环梁来连接，这样的联结使壳体边缘支承上很难满足薄膜状态下对支承的要求，因而在壳体内不但有薄膜内力，而且还有弯曲内力，所以正确的计算应包括壳体的薄膜内力及边缘干扰作用两部分。本篇主要研究旋转壳体在轴对称荷载作用下的无矩理论（也称薄膜理论）及有矩理论。

## 第二节 旋转壳及其基本假定

### (一) 壳体定义及基本假定

我们所说壳体，系指由两曲面所限定的物体，两曲面之间的距离即壳体的厚度远小于其他各尺寸。

与壳体内、外表面等距离点所组成的曲面，称为中曲面，简称中面。

当壳体的中面形状，厚度及周边轮廓给定，壳体的几何形状就完全决定了。为便于研究，略去壳体厚度，以壳体中面代替壳体。

壳体理论均是在一定的假定的基础上建立起来的。我们所研究的壳体理论，其基本假定是：

(1) 壳体结构的材料是弹性的、均质的、各向同性的。

(2) 壳体的厚度远小于壳体的曲率半径，一般情况下厚度应小于最小曲率半径的 $1/30$ 。

(3) 壳体各点位移远小于壳体厚度。

(4) 变形前垂直于壳体中面的直线微段，变形后仍垂直于变形后壳体中面，并保持直线，而且本身长度不变。

(5) 与壳中面平行的各曲面上法向应力，即垂直中曲面方向应力与其他应力相比很小，可以忽略不计。

以上这些假定，实质上是材料力学中梁弯曲理论的各项假定运用到壳体上来，也就是弹性薄壳小挠度古典理论的全部基础。

### (二) 旋 转 壳

在给排水构筑物中应用最多的是旋转壳体，所以本书将以旋转壳作为圆形结构部分的主要研究对象。

如以中曲面代替壳体时，旋转壳则是一条曲线（或曲率为零的直线）绕固定轴旋转一周所形成的曲面。固定轴称为旋转轴，绕轴旋转的曲线称为母线。

在给排水构筑中最常用的旋转壳，有圆球壳、圆锥壳、圆筒壳。

### （1）圆球壳

由曲率相等的圆弧线绕旋转轴转动一周所形成的球面（见图 1—5）。

### （2）圆锥壳

曲率为零的直线，并与旋转轴相交，此线绕旋转轴转动一周所形成的曲面（见图 1—6）。

### （3）圆筒壳

由平行于旋转轴的直线绕旋转轴转动一周所形成的曲面（见图 1—7）。

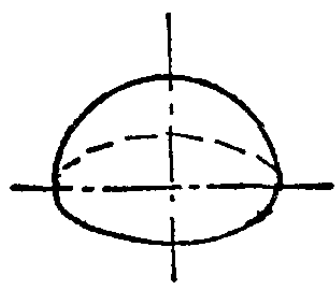


图 1—5

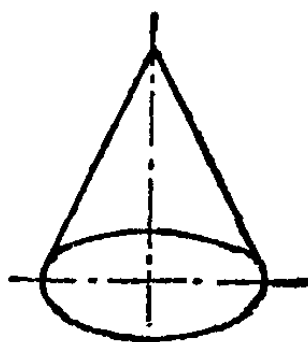


图 1—6

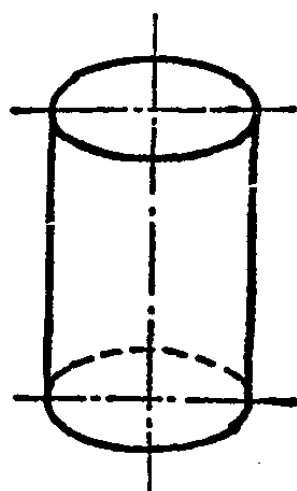


图 1—7

## （三）常用几何量

旋转壳如图 1—8 所示。为方便今后研究，给出如下的几何概念及几何量：

（1）经向平面——通过旋转轴所作的平面，如图 1—8 中  $ACA'$ 。

(2) 经向线——经向平面与壳面的交线，也就是绕旋转轴转动的曲线即母线，如图 1—8 中  $CIA$ 。

(3) 环向平面——垂直于旋转轴的平面，如图 1—8 中  $BB'$ 。

(4) 环向线——环向平面与壳面交线，确切说，是与壳面垂直的圆锥壳面与壳面的交线，如图 1—8 中  $BIB'$ 。

(5) 法线——过壳上一点并垂直于壳切平面的直线。

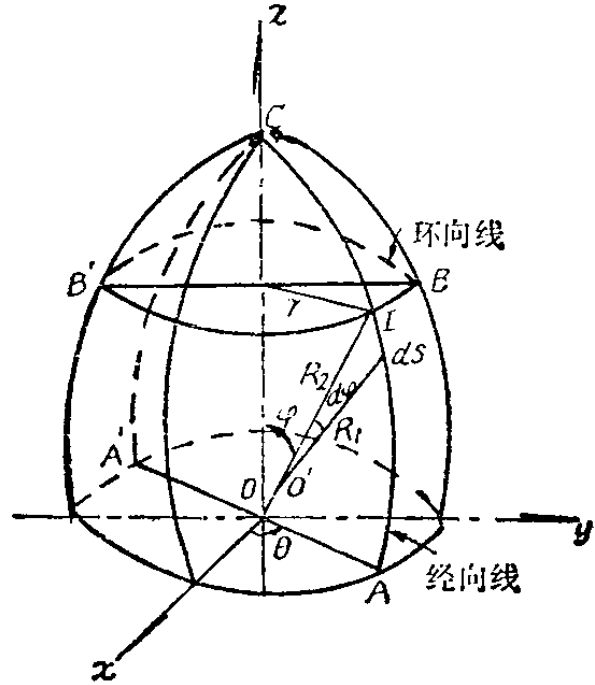


图 1—8

(6) 曲率中心——过壳上一点和与其无限接近的另一点的两条法线交点。

(7) 曲率半径——曲率中心到壳面上该点的距离。

(8) 经向曲率中心——是壳上沿经向线无限接近两点法线的交点。

(9) 经向曲率半径——由经向曲率中心到该点的距离，以  $R_1$  表示。

(10) 环向曲率中心——是壳上沿环向线无限接近两点法线的交点。

(11) 环向曲率半径——由环向曲率中心到该点的距离，以  $R_2$  表示。

(12) 曲率——曲率半径的倒数。

壳体上点到旋转轴的水平距离为水平半径，以  $r$  表示。由图 1—8 中可以看出，水平半径  $r$  与环向曲率半径  $R_2$  有如

下关系

$$r = R_2 \sin \varphi \quad (1-1)$$

同时由图可知，经向弧长 $ds$ 与经向曲率半径 $R_1$ 之间有如下关系

$$ds = R_1 d\varphi \quad (1-2)$$

### 第三节 旋转壳内力

旋转壳体在荷载作用下，壳体内部必产生抵抗的内力。由理论分析可知，壳体内力可分为两部分：一是作用于中面内的薄膜内力；二是作用于中面外的弯曲内力。

#### (一) 薄膜内力

由前节可知，以壳体的中面代替壳体，可视中面为一理想薄膜。如果壳体的内力均作用在此中面内，则只有法向力 $T_\varphi$ 、 $T_\theta$ 和作用于中面内的顺剪力 $T_{\varphi\theta}$ 、 $T_{\theta\varphi}$ ，如图1—9所示，这些内力总称为薄膜内力。薄膜内力沿壳体厚度均匀分布。

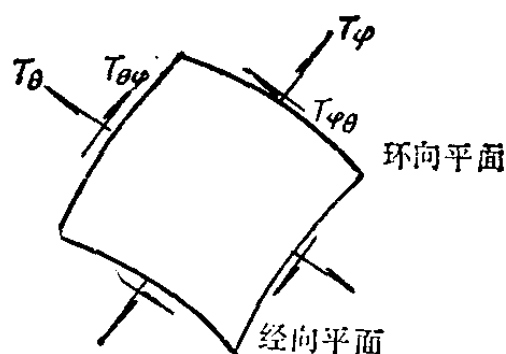


图 1—9

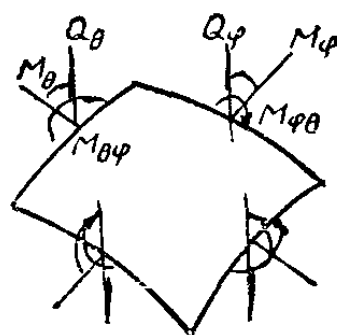


图 1—10

(1) 经向力 $T_\varphi$ ——垂直于环向面沿经向作用的轴力，以拉为正。

(2) 环向力 $T_\theta$ ——垂直于经向平面沿环向作用的轴向力，以拉为正。

(3) 顺剪力 $T_{\varphi\theta}$ ——作用于经向平面内沿经向的剪力，正向如图1—9所示。

(4) 顺剪力 $T_{\theta\varphi}$ ——作用于环向平面内沿环向的剪力，正向如图1—9所示。

薄膜内力是与中面内的轴向变形和剪切变形相对应的。

## (二) 弯 曲 内 力

因为壳体实际上具有一定厚度的。当产生薄膜内力的条件不能满足时，壳体内必然会产生弯曲内力，如图1—10所示。这些内力分别是经向弯矩 $M_\varphi$ 、环向弯矩 $M_\theta$ 、扭矩 $M_{\varphi\theta}$ 、 $M_{\theta\varphi}$ 、经向横剪力 $Q_\varphi$ 、环向横剪力 $Q_\theta$ ，以上各内力总称为弯曲内力。

(1) 经向弯矩 $M_\varphi$ ——作用于中面经向截面内的弯矩，以使壳内表面受拉为正。

(2) 环向弯矩 $M_\theta$ ——作用于中面环向截面内的弯矩，以使壳内表面受拉为正。

(3) 经向横剪力 $Q_\varphi$ ——沿中面环向截面作用的法向剪力，正向如图1—10所示。

(4) 环向横剪力 $Q_\theta$ ——沿中面经向截面作用的法向剪力，正向如图1—10所示。

(5) 扭矩 $M_{\varphi\theta}$ ——作用于环向截面内的使壳扭曲的力矩，正向如图1—10所示。

(6) 扭矩 $M_{\theta\varphi}$ ——作用于经向截面内的使壳扭曲的力矩，正向如图1—10所示。

弯曲内力是与壳体弯曲和扭曲变形相对应的。以上各项内力均为壳体单位长度截面上的内力值。

#### 第四节 旋转壳体理论

在实际工程中，某些壳体内的弯曲内力很小，即弯矩、扭矩及横剪力很小，可以忽略不计，这样，在壳体内只有薄膜内力。研究壳体在此状态下的内力和变形的理论，称为无矩理论，也称为薄膜理论。壳体的薄膜内力沿壳体厚度是均匀分布，能够充分发挥材料的性能。因此，对壳体的设计，力求使壳体处于薄膜内力状态。壳体薄膜理论的研究，对给排水结构的设计是非常必要的。对于壳体薄膜理论的研究，特别是对旋转壳在轴对称荷载作用下的薄膜内力和变形研究已是很成熟的。同时也是比较简单的。

但在实际工程中，多数情况下壳体不能满足产生薄膜内力状态的条件，在壳体内不仅产生薄膜内力，同时还产生弯曲内力，此时壳体处于有矩状态。研究壳体在有矩状态下的内力和变形的理论称为有矩理论。在给排水结构工程中，壳体厚度都是比较薄的，即便是弯曲内力很小，也将使壳体内产生较大的应力，而引起裂纹产生。由此可知，对于旋转壳体有矩理论的研究也是非常必要的。由于旋转壳有矩理论研究比较复杂，难度较大。本书将研究近似的工程理论。由壳体精确理论分析知，壳体的内力，可近似地由薄膜内力和边缘干扰引起的内力叠加的结果来代替。这样，我们可以分别研究壳体薄膜理论和壳体边缘干扰理论，最后将两部分结果叠加，这就是我们研究的壳体理论。一般情况下，此理论的计算结果能够满足工程设计的精度要求。

#### 第五节 旋转壳无矩状态实现的条件

设计壳体时，力求使壳体处于无矩状态。要使壳体内力只有薄膜内力，必须满足以下各项条件：