

高等学校试用教材

测量学

下册



武汉测绘学院《测量学》编写组编著

测绘出版社

高等学校试用教材

测 量 学

下 册

武汉测绘学院《测量学》编写组 编著

测 绘 出 版 社

1980年·北京

内 容 简 介

本书对于测量学的基本理论、基本方法及与内容有关的主要仪器的使用作了较详细的阐述。力求说理详明,文字浅显,并配合了大量实例,以利学习。注意到测量成果精度的重要性,对各种测量方法的误差来源尽可能作出分析,给予理论性的探讨。为此,对地形控制及地形图的精度问题分列专章予以讨论。鉴于近几十年有关地形测量的新发展不少,本书亦作出了必要的反映。

本书除作为测绘专业的试用教本外,亦可供大专院校有关专业师生及测绘工作者参考。

测 量 学 (下册)

武汉测绘学院《测量学》编写组编著

*

测绘出版社出版

北京印刷二厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 · 印张 18 1/4 · 字数 420 千字

1980 年 6 月第一版·1980 年 6 月第一次印刷

印数 1—9,000 册·定价 1.90 元

统一书号: 15039·新134

目 录

第十一章 视距测量与视差法测距	1
§11-1 概述	1
§11-2 普通视距测量的原理及公式	2
§11-3 视距常数的测定	7
§11-4 视距测量的计算工具	8
§11-5 斜丝视距仪	18
§11-6 哈默视距仪	19
§11-7 等差级数视距尺	22
§11-8 视距测量的误差来源及精度	24
§11-9 光学楔镜视距仪	28
§11-10 视差法测距	35
第十二章 光电测距	43
§12-1 概述	43
§12-2 脉冲式光电测距仪	45
§12-3 相位式光电测距仪	47
§12-4 光电测距的误差分析和仪器检验	56
第十三章 平板仪及其使用	71
§13-1 概述	71
§13-2 大平板仪	72
§13-3 平板仪的安置	74
§13-4 小平板仪	77
§13-5 前方交会和侧方交会	77
§13-6 后方交会	79
§13-7 平板仪导线	85
§13-8 大平板仪的检验和校正	87
第十四章 碎部测量	90
§14-1 碎部测量的方法	90
§14-2 地物的测绘	94
§14-3 地貌在地形图上的表示	97
§14-4 地貌的测绘	101
§14-5 细部点的坐标测量	107
§14-6 碎部测图时应注意的事项	111

§14-7	地形图上等高线的应用	112
§14-8	地形图的修测	115
第十五章	地形图的分幅编号、高斯投影的概念	117
§15-1	地形图的分幅和编号	117
§15-2	高斯投影的概念	121
§15-3	《高斯投影大比例尺图廓坐标表》的使用	127
第十六章	大比例尺地形测量	129
§16-1	概述	129
§16-2	大比例尺测图的技术计划	129
§16-3	地形控制(图根控制)测量	130
§16-4	地形测图的准备工作	131
§16-5	测站点的测定	136
§16-6	图边测图及图的拼接	137
§16-7	地形图的检查与地形图的结束工作	138
第十七章	航测外业工作	140
§17-1	航摄像片的基本知识	140
§17-2	象片控制联测	148
§17-3	航摄像片的判读与调绘	151
§17-4	象片平面图测图	159
§17-5	单张象片测图	165
第十八章	地形控制的精度	169
§18-1	概述	169
§18-2	导线测量的精度	170
§18-3	前方交会的精度	181
§18-4	侧方交会的精度	190
§18-5	单三角形的精度	193
§18-6	后方交会的精度	196
§18-7	线形锁的精度	207
§18-8	水准测量的精度	211
§18-9	三角高程测量的精度	217
第十九章	地形图的精度	226
§19-1	概述	226
§19-2	测站点平面位置的精度	226
§19-3	测站点高程的精度	241
§19-4	碎部点平面位置的精度	245
§19-5	地形图高程的精度	247
第二十章	放样工作的基本方法	254

§20-1	概述·····	254
§20-2	已知长度的直线和已知角度的放样·····	255
§20-3	几种测设点位的方法·····	256
§20-4	激光技术在施工放样中的应用·····	257
§20-5	高程放样的方法·····	261
§20-6	圆曲线的放样·····	262
附录一	测量计算中的有效数字·····	266
附录二	测绘专用台式电子计算机·····	271
附录三	面积计算·····	278

第十一章

视距测量与视差法测距

§11-1 概 述

视距测量是一种间接测距法，它根据几何光学原理用简便的方法间接测出两点间的距离。

视线水平时，视距测量测得的是水平距离。如果视线是倾斜的，为求得水平距离，还应测出竖角。有了竖角，也可以求得测站至目标的高差。所以说视距测量也是一种能同时测得两点之间的距离和高差的测量方法。

视距测量可分精密视距测量和普通视距测量。目前精密视距测量的测距精度可达 $\frac{1}{2000}$

以上，而普通视距测量的测距精度仅有 $\frac{1}{200} \sim \frac{1}{300}$ 。

视距测量常应用于建立较低级的平面控制和高程控制，例如建立白纸测图与象片测图时的地形控制点等。由于用这种方法测距简单，作业方便，所以通常采用视距导线形式建立控制点。

一般在经纬仪、平板仪等仪器的望远镜上增加视距装置（最简单的是在十字丝分划板上加视距丝）来进行视距测量。它是根据相似形原理，在等腰三角形或直角三角形中，一条边和一个角已知，从而推算出另一边的长度。图11-1中 φ 角为固定值，则 AD_i 之长可由下式求得

$$AD_i = \frac{B_i C_i}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \quad (11-1)$$

即 AD_i 值由 $B_i C_i$ 的长度确定，这种方法称为定角视距测量。图11-2中 BC 长为固定值， AD_i 值由角度 φ_i 的大小确定，这种方法称为定基线视距测量。目前大多数视距测量为定角视距。

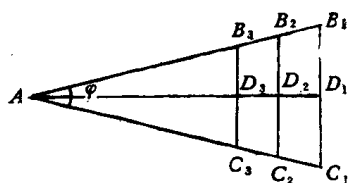


图 11-1

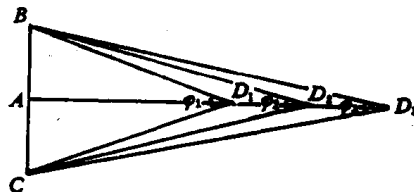


图 11-2

无论哪一类视距测量, BC 之长都是用一根尺子或是一根尺子的一部分, 这种尺子一般均不太长, 通常为 2 米或 3 米。与定角视距配套的尺子称为视距尺, 与定基线视距配套的尺子称为基线尺。

视距测量之所以工作简便, 对定角视距而言, 主要原因是安置在被测点 D_i 处的视距尺比较短。对定基线视距而言, 在被测点 D_i 处甚至可以不设标志而用一般的地物, 基线 BC 也不太长。由式 (11-1) 可知, 如要 AD_i 有足够的长, φ_i 角将不可能很大, 这是视距测量精度比较低的一个主要原因。如要提高 AD_i 的精度, 对定角视距仪必须使 B_iC_i 很精确, 对定基线视距仪必须使 φ_i 角很精确, 为此而产生了各种类型的视距仪。

另有称为视差法测距的间接测距方法, 它的原理与定基线视距仪一样。视差法测距的基线 BC 安置在 D 点, 将经纬仪安置在 A 点测出 φ 角。可使 φ 角达到预期的精度要求, 从而提高测距的精度。

§11-2 普通视距测量的原理及公式

由于望远镜视准轴有水平和倾斜两种状态, 获得水平距离的计算公式也不同, 现分别加以讨论之。

一、视准轴水平时的视距公式

(一) 外调焦望远镜的视距公式

如图 11-3, 设望远镜的视准轴 qO 水平, 并瞄准一竖立的视距尺 R 。尺上 G, M 两点成象在十字丝平面的 m, g 处, 如果 m, g 两点恰好是十字丝分划板上的两根视距丝 (如图 11-4), 那末尺上 GM 之长 l 便可以由上、下视距丝的两个读数相减而得到。

图 11-3 中 F 为物镜的第一焦点, 通过 F 的光线经物镜折射后成平行光线。

由相似三角形 GFM 与 $g'Fm'$ 中可得

$$\frac{GM}{g'm'} = \frac{FQ}{FO}$$

式中 $GM = l$ 为尺间隔, $FO = f$ 为物镜焦距, $g'm' = gm = p$ 为十字丝分划板上视距丝之间的宽度, 则

$$FQ = \frac{FO}{g'm'} \times GM = \frac{f}{p} \cdot l$$

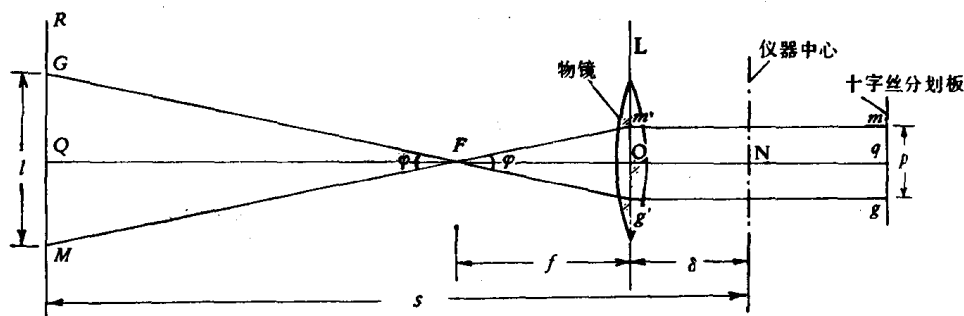


图 11-3

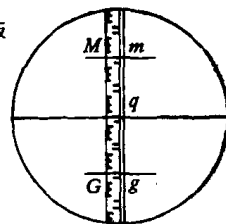


图 11-4

由图11-3得知, 仪器中心 N 离物镜第一焦点之距离为 $\delta + f$, 其中 δ 为仪器中心至物镜光心的距离, f 为物镜焦距。故仪器中心至视距尺之水平距离为

$$s = FQ + (f + \delta) = \frac{f}{p} \cdot l + (f + \delta) \quad (11-2)$$

式中 $\frac{f}{p}$ 和 $(f + \delta)$ 分别称为视距乘常数和视距加常数。

令
$$\frac{f}{p} = K, \quad (f + \delta) = c$$

则
$$s = Kl + c \quad (11-3)$$

为计算上的方便, 在设计时使 $K = 100$, 与此相应的 φ 角约为 $34'23''$ (图11-3)。

式 (11-2) 中的 δ 值, 对于移动物镜筒进行调焦的外调焦望远镜而言, 是一个变数, 但变化不大, 一般可取经常用到的范围的平均值。各种外调焦望远镜的加常数大约在 250 毫米至 700 毫米。

(二) 内调焦望远镜的视距公式

对于内调焦望远镜, 它的物镜系统是由物镜 L_1 和调焦透镜 L_2 两部分组成 (图11-5), 当标尺 R 在不同的距离时, 为使它的象落在十字丝平面上, 必须移动 L_2 。因此, 物镜系统的焦距是在发生变化的, 即式 (11-2) 中的 f 将发生变化。下面就图11-5所示的情况讨论内调焦望远镜的视距公式。

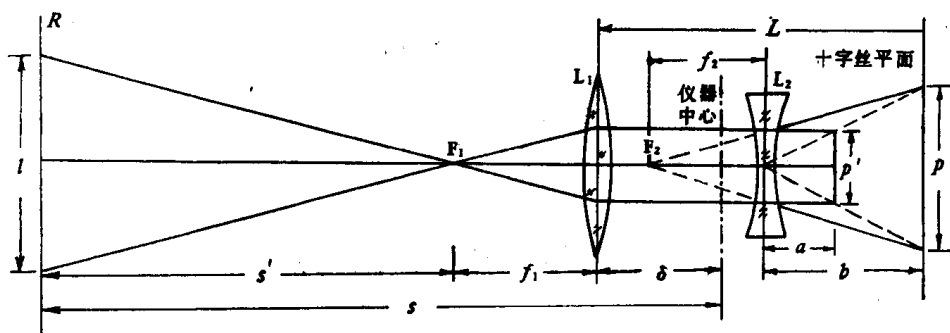


图 11-5

由透镜 L_1 成像原理可得下式:

$$\frac{s'}{f_1} = \frac{l}{p'} \quad (a)$$

即
$$s' = \frac{f_1}{p'} \cdot l \quad (b)$$

式中 l ——作为物的视距尺上的间隔

p' —— l 经透镜之后的象

由透镜 L_2 成像原理可得

$$\frac{p}{p'} = \frac{b}{a} \quad (c)$$

式中 p' ——物 (实际是 l 经透镜 L_1 后的象)

p —— p' 的象

a ——物距

b ——象距

因 L_2 为凹透镜, 而且作为物的 p' 是在光线的出射光一方, 根据透镜成象的公式得

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f_2} \quad (d)$$

即

$$\frac{1}{a} = \frac{f_2 - b}{b \cdot f_2} \quad (e)$$

将式 (e) 代入式 (c), 得

$$\frac{p}{p'} = \frac{f_2 - b}{f_2}$$

即

$$\frac{1}{p'} = \frac{f_2 - b}{p f_2} \quad (f)$$

将式 (f) 代入式 (b) 得:

$$s' = \frac{f_1(f_2 - b)}{p \cdot f_2} \cdot l \quad (g)$$

由图11-5可见, 标尺至仪器中心的距离 s 为

$$s = \frac{f_1(f_2 - b)}{p \cdot f_2} \cdot l + f_1 + \delta \quad (11-4)$$

令

$$b = b_{\infty} + \Delta b$$

b_{∞} ——当 s 为无穷大时 b 的值。

代入式 (11-4),

$$\begin{aligned} s &= \frac{f_1(f_2 - b_{\infty} - \Delta b)}{p \cdot f_2} \cdot l + f_1 + \delta \\ &= \frac{f_1(f_2 - b_{\infty})}{p \cdot f_2} \cdot l - \frac{f_1 \Delta b}{p \cdot f_2} \cdot l + f_1 + \delta \end{aligned}$$

令

$$K = \frac{f_1(f_2 - b_{\infty})}{p \cdot f_2} \quad (h)$$

$$c = - \frac{f_1 \cdot \Delta b}{p \cdot f_2} \cdot l + f_1 + \delta \quad (i)$$

则

$$s = K \cdot l + c \quad (11-5)$$

式 (i) 中, Δb 和 l 均随 s 而变, 通常设计望远镜时, 适当选择有关参数后, 可使

$K = 100$, 且使 $\frac{f_1 \cdot \Delta b}{p \cdot f_2} \cdot l$ 与 $f_1 + \delta$ 基本相等, 即 c 可忽略不计, 于是式 (11-5) 为

$$s = Kl = 100 \cdot l \quad (11-6)$$

例如某经纬仪的望远镜有关参数如下:

$f_1 = 125$ 毫米, $f_2 = -50$ 毫米, $p = 2.5$ 毫米, $b_\infty = 50$ 毫米, $\delta = 75$ 毫米, $L = 150$ 毫米, 将它们代入式 (h) 和 (i), 得

$$K = 100$$

$$c = \Delta b \cdot l + 200$$

设 s 为 100 米时, 经计算, $b = 49.791$ 毫米。即

$$\Delta b = b - b_\infty = -0.209 \text{ 毫米,}$$

$s = 100$ 米时的 l 为 1000 毫米, 故

$$c = -209 + 200 = -9 \text{ 毫米。}$$

二、视准轴倾斜时的视距公式

因目前使用的望远镜多为内调焦望远镜, 故以下讨论均以内调焦望远镜的视距公式为基本公式, 即视距 D 为

$$D = Kl \quad (11-6a)$$

上式与 (11-6) 式基本相同。因所测为倾斜距离, 故改用 D 表示之。

如图 11-6, B 点高出 A 点较多, 不可能用水平视线进行视距测量, 必须把望远镜视准轴放在倾斜位置, 如尺子仍竖直立着, 则视准轴不与尺面垂直, 上面推导的公式就不适用了。若要把视距尺与望远镜视准轴垂直, 那是不易办到的。因此在推导水平距离的公式时, 必须导入两项改正:

(1) 对于视距尺不垂直于视准轴的改正; (2) 视线倾斜的改正。

测定倾斜地面线 AB 的水平投影 s 时 (图 11-6), 在 A 点安置仪器, 在 B 点竖

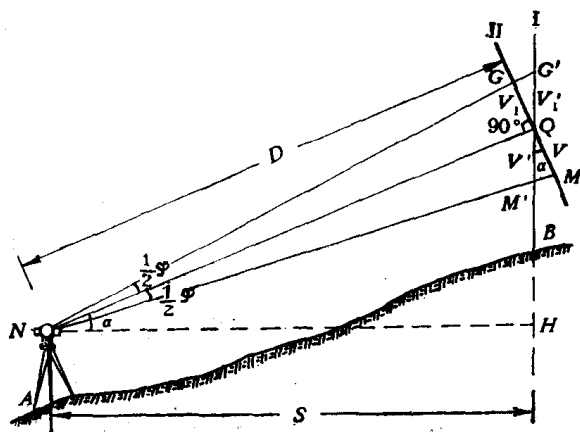


图 11-6

① $b = 49.791$ 毫米的计算过程如下:

如果只考虑物镜 L_1 的成像情况, 则由图 11-5 知, 它的物距为 $s' + f_1 = s - \delta$, 它的象距为 $L - b + a$, L 为望远镜物镜 L_1 至十字丝分划板的距离。按成像公式得

$$\frac{1}{s - \delta} + \frac{1}{L - b + a} = \frac{1}{f_1} \quad (j)$$

由式 (e) 得

$$a = \frac{b \cdot f_2}{f_2 - b} \quad (k)$$

代入式 (j) 得

$$\frac{1}{s - \delta} + \frac{1}{L - b + \frac{b \cdot f_2}{f_2 - b}} = \frac{1}{f_1} \quad (l)$$

式中除 b 之外均为已知值, 代入计算则得 b 值。

立视距尺，望远镜内上下视距丝和中横丝分别截在尺上 $M'G'$ 及 Q 点。若视距尺安放得与视准轴垂直（如图示 II 的位置），则视距丝将分别截在尺上 M 及 G 两点。因为

$$\angle MQM' = \angle GQG' = \alpha$$

则

$$\angle QMM' = 90^\circ - \frac{1}{2}\varphi$$

$$\angle QGG' = 90^\circ + \frac{1}{2}\varphi$$

由于 $\frac{1}{2}\varphi$ 很小（一般等于 $17'.19$ ），故可以把 $\angle QMM'$ 和 $\angle QGG'$ 当为直角。由图 11-6 得知

$$V + V_1 = V' \cos \alpha + V'_1 \cos \alpha = (V' + V'_1) \cos \alpha \quad (a)$$

式中 $V' + V'_1$ 是两视距丝所截竖直视距尺的间隔 l ，而 $V + V_1$ 是假设视距尺与视准轴垂直时两视距丝在尺上的间隔 l_0 ，因此式 (a) 可写为：

$$l_0 = l \cos \alpha \quad (b)$$

应用式 (11-5)，得出直线 NQ 的长度为：

$$D = Kl_0 = Kl \cos \alpha \quad (c)$$

将倾斜距离折算成水平距离 s 须乘以 $\cos \alpha$ 。

$$s = Kl \cos^2 \alpha \quad (11-7)$$

三、视距尺

进行视距测量时所用的视距尺可以用普通的水准尺代替。但施测地形时为了读数方便和迅速起见，以采用特制的视距尺为好。视距尺的分划，应根据常用距离的大小来设计。所谓常用距离是指一般情况立尺点距仪器的距离，这种距离因测图比例尺的不同而定。比例尺大者距离小，比例尺小者距离大。常用距离小者视距尺分划宜狭，大者宜阔。例如 1:10000 比例尺测图时，视距尺分划值取 2 厘米较适宜。图 11-7 所示为常用的普通视距尺形式。

进行高程导线的测定时，以采用有水准器的水准尺为好。

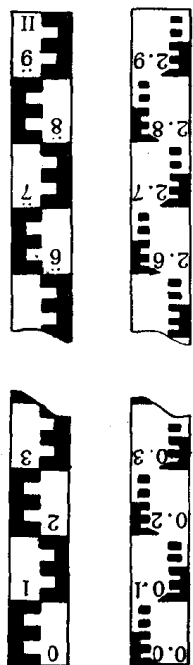


图 11-7

① 若不把 $\angle QMM'$ 及 $\angle QGG'$ 当作直角看待，按严密方法推导 l_0 与 l 的关系得：

$$l_0 = l \cdot \cos \alpha \left(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} \right)$$

当 $K=100$ 时，即使在 $\alpha=45^\circ$ 的情况下，

$$\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right) = 1^2 \left(\frac{1}{200} \right)^2 = \frac{1}{40000}$$

故将这数值略而不计，所引起的误差不超过 $\frac{1}{40000}$ 。

§11-3 视距常数的测定

在进行视距测量前必须把视距公式中两个常数加以精确的测定。具有外调焦望远镜的仪器,其视距加常数 c 是由物镜的焦距 f 和物镜光心至仪器中心的距离 δ 所组成。测定时先使望远镜照准一很远的目标:当调焦后能清楚地看到这个目标在十字丝面上的象时,用卷尺量取物镜至十字丝分划板的距离得 f ,量取望远镜横轴中心至物镜的距离得 δ ,则 $c = f + \delta$ 。内调焦望远镜的仪器无须进行这项常数的测定。

视距乘常数 K 测定时应特别小心,因为它的误差对测量成果影响较大。关于内调焦望远镜的仪器测定 K 值的方法如下:在平坦地区选择一段直线,如图11-8中的 NB_0 。在 N 点打一木桩,从这木桩起沿直线依次在25米、50米、100米和200米的距离分别打下木桩

视距常数 K 的测定

表11-1

日期:79年3月20日

天气:晴

仪器:北光J6×××

观测者:王民

计算者:李军

标尺距离 S_i (米)		25.00	50.00	100.00	150.00	200.00
1	下丝读数	1.626	1.751	2.002	2.251	2.505
	上丝读数	1.375	1.250	1.000	0.750	0.500
	视距间隔	0.251	0.501	1.002	1.501	2.005
2	下丝读数	1.625	1.751	2.000	2.252	2.506
	上丝读数	1.375	1.249	1.000	0.749	0.499
	视距间隔	0.250	0.502	1.000	1.503	2.007
3	下丝读数	1.627	1.753	2.005	2.255	2.510
	上丝读数	1.377	1.252	1.004	0.755	0.508
	视距间隔	0.250	0.501	1.001	1.500	2.002
4	下丝读数	1.627	1.753	2.005	2.257	2.512
	上丝读数	1.376	1.253	1.004	0.755	0.507
	视距间隔	0.251	0.500	1.001	1.502	2.005
视距间隔的平均值 l_i		0.2505	0.5010	1.0010	1.5015	2.0048
S_i		25.00	50.00	100.00	150.00	200.00
$K_i = \frac{S_i}{l_i}$		99.80	99.80	99.90	99.90	99.76
视距乘常数 K 的平均值		$K = 99.83$				

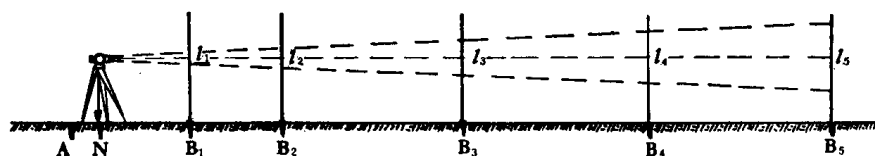


图 11-8

B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4 及 B_5 。各桩距 N 点的长度即为各 s_i 之长。将仪器安置于 N 点，在各 B_i 点上顺序竖立视距尺，按盘左和盘右两个位置使望远镜成大致水平时对各点所立尺用上下丝进行读数，每次测定视距间隔各两次。再由 B_5 点测向 B_1 点，测法同上。这样往测得每立尺点的视距间隔各两次，返测时亦各得两次视距间隔，所以每桩所得的视距间隔 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 及 l_5 各四次。各取其平均值后分别代入公式 $K = \frac{s_i}{l_i}$ ，计算出不同距离所测定的 K 值，取其平均值即为所求的 K 值。

至于外调焦望远镜的仪器，其 K 值的测定基本与上述方法同。仅由于这类仪器其视距加常数不为零而等于 c 。测定乘常数 K 时，仪器不置于 N 点而设在 A 点，如图 11-8 所示，使 $AN = c$ ，因此 A 点至 B_i 点的距离为 $s_i + c$ 。测定的程序与计算方法则完全相同。

例 11-1：表 11-1 所示为内调焦望远镜的仪器测定视距乘常数 K 的例子。

§ 11-4 视距测量的计算工具

一、普通视距测量测定高差的公式

上一章所得三角高程测量计算高差的公式为

$$h_{AB} = s_{AB} \tan \alpha + i_A - v_B + f$$

s_{AB} ——AB 两点间的水平距离。

将式 (11-7) $s_{AB} = Kl \cos^2 \alpha$

代入，得 $h_{AB} = Kl \cos^2 \alpha \tan \alpha + i_A - v_B + f$

$$\text{经化简后得 } h_{AB} = \frac{1}{2} Kl \sin 2\alpha + i_A - v_B + f \quad (11-8)$$

应用视距测量的一个特点是速度快。如果两点间的水平距离 s 和高差 h 都要用式 (11-7)、(11-8) 直接计算，将会花去很多时间，特别是在碎部测量中会严重地影响工作的进度。为解决繁琐的计算工作，通常采用一些计算工具，例如视距计算表、视距计算尺和视距计算盘等等。现代更可用微型电子计算器（科技计算器）进行计算。

二、视距计算表

一般视距计算表系根据式 (11-7) 和式 (11-8) 编制而成。以视距值 Kl 和竖角 α 为引数，可直接查出水平距离 s 和高差主值 h' 。

$$s = Kl \cdot \cos^2 \alpha$$

$$h' = \frac{1}{2} Kl \cdot \sin 2\alpha$$

修正值		高 差 主 值													水平距离			
		α	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	α	0'	20'	40'
1'	3	0°	0.00	0.15	0.29	0.44	0.58	0.73	0.87	1.02	1.16	1.31	1.45	1.60	0°	100.0	100.0	100.0
2'	6	1°	1.74	1.89	2.04	2.18	2.33	2.47	2.62	2.76	2.91	3.05	3.20	3.34	1°	100.0	99.9	99.9
3'	9	2°	3.49	3.63	3.78	3.92	4.07	4.21	4.36	4.50	4.65	4.79	4.94	5.08	2°	99.9	99.8	99.8
4'	12	3°	5.23	5.37	5.52	5.66	5.80	5.95	6.09	6.24	6.38	6.53	6.67	6.81	3°	99.7	99.7	99.6
		4°	6.96	7.10	7.25	7.39	7.53	7.68	7.82	7.97	8.11	8.25	8.40	8.54	4°	99.5	99.4	99.3
1'	3	5°	8.68	8.83	8.97	9.11	9.25	9.40	9.54	9.68	9.83	9.97	10.11	10.25	5°	99.2	99.1	99.0
2'	6	6°	10.40	10.54	10.68	10.82	10.96	11.11	11.25	11.39	11.53	11.67	11.81	11.95	6°	98.9	98.8	98.7
3'	9	7°	12.10	12.24	12.38	12.52	12.66	12.80	12.94	13.08	13.22	13.36	13.50	13.64	7°	98.5	98.4	98.2
4'	11	8°	13.78	13.92	14.06	14.20	14.34	14.48	14.62	14.76	14.90	15.04	15.17	15.31	8°	98.1	97.9	97.7
		9°	15.45	15.59	15.73	15.87	16.00	16.14	16.28	16.42	16.55	16.69	16.83	16.96	9°	97.6	97.4	97.2
1'	3	10°	17.10	17.24	17.37	17.51	17.65	17.78	17.92	18.05	18.19	18.33	18.46	18.60	10°	97.0	96.8	96.6
2'	5	11°	18.73	18.87	19.00	19.13	19.27	19.40	19.54	19.67	19.80	19.94	20.07	20.20	11°	96.4	96.1	95.9
3'	8	12°	20.34	20.47	20.60	20.73	20.87	21.00	21.13	21.26	21.39	21.53	21.66	21.79	12°	95.7	95.4	95.2
4'	11	13°	21.92	22.05	22.18	22.31	22.44	22.57	22.70	22.83	22.96	23.09	23.22	23.35	13°	94.9	94.7	94.4
		14°	23.47	23.60	23.73	23.86	23.99	24.11	24.24	24.37	24.49	24.62	24.75	24.87	14°	94.1	93.9	93.6
1'	2	15°	25.00	25.13	25.25	25.38	25.50	25.63	25.75	25.88	26.00	26.12	26.25	26.37	15°	93.3	93.0	92.7
2'	5	16°	26.50	26.62	26.74	26.86	26.99	27.11	27.23	27.35	27.48	27.60	27.72	27.84	16°	92.4	92.1	91.8
3'	7	17°	27.96	28.08	28.20	28.32	28.44	28.56	28.68	28.80	28.92	29.04	29.15	29.27	17°	91.5	91.1	90.8
4'	10	18°	29.39	29.51	29.62	29.74	29.86	29.97	30.09	30.21	30.32	30.44	30.55	30.67	18°	90.5	90.1	89.8
		19°	30.78	30.90	31.01	31.13	31.24	31.35	31.47	31.58	31.69	31.80	31.92	32.03	19°	89.4	89.0	88.7
1'	2	20°	32.14	32.25	32.36	32.47	32.58	32.69	32.80	32.91	33.02	33.13	33.24	33.35	20°	88.3	87.9	87.5
2'	4	21°	33.46	33.56	33.67	33.78	33.89	33.99	34.10	34.21	34.31	34.42	34.52	34.63	21°	87.2	86.8	86.4
3'	6	22°	34.73	34.84	34.94	35.05	35.15	35.25	35.36	35.46	35.56	35.66	35.76	35.87	22°	86.0	85.6	85.1
4'	8	23°	35.97	36.07	36.17	36.27	36.37	36.47	36.57	36.67	36.77	36.86	36.96	37.06	23°	84.7	84.3	83.9
		24°	37.16	37.25	37.35	37.45	37.54	37.64	37.74	37.83	37.93	38.02	38.11	38.21	24°	83.5	83.0	82.6
1'	2	25°	38.30	38.40	38.49	38.58	38.67	38.77	38.86	38.95	39.04	39.13	39.22	39.31	25°	82.1	81.7	81.2
2'	3	26°	39.40	39.49	39.58	39.67	39.76	39.84	39.93	40.02	40.11	40.19	40.28	40.37	26°	80.8	80.3	79.9
3'	5	27°	40.45	40.54	40.62	40.71	40.79	40.87	40.96	41.04	41.12	41.21	41.29	41.37	27°	79.4	78.9	78.4
4'	7	28°	41.45	41.53	41.61	41.69	41.77	41.85	41.93	42.01	42.09	42.17	42.25	42.33	28°	78.0	77.5	77.0
		29°	42.40	42.48	42.56	42.63	42.71	42.78	42.86	42.93	43.01	43.08	43.16	43.23	29°	76.5	76.0	75.5
1'	1	30°	43.30	43.37	43.45	43.52	43.59	43.66	43.73	43.80	43.87	43.94	44.01	44.08	30°	75.0	74.5	74.0
2'	2	31°	44.15	44.22	44.28	44.35	44.42	44.48	44.55	44.62	44.68	44.75	44.81	44.88	31°	73.5	73.0	72.4
3'	4	32°	44.94	45.00	45.07	45.13	45.19	45.25	45.32	45.38	45.44	45.50	45.56	45.62	32°	71.9	71.4	70.9
4'	5	33°	45.68	45.74	45.79	45.85	45.91	45.97	46.03	46.08	46.14	46.19	46.25	46.30	33°	70.3	69.8	69.3
		34°	46.36	46.41	46.47	46.52	46.57	46.63	46.68	46.73	46.78	46.83	46.88	46.93	34°	68.7	68.2	67.6
1'	1	35°	46.98	47.03	47.08	47.13	47.18	47.23	47.28	47.32	47.37	47.42	47.46	47.51	35°	67.1	66.6	66.0
2'	2	36°	47.55	47.60	47.64	47.69	47.73	47.77	47.82	47.86	47.90	47.94	47.98	48.02	36°	65.5	64.9	64.3
3'	2	37°	48.06	48.10	48.14	48.18	48.22	48.26	48.30	48.33	48.37	48.41	48.44	48.48	37°	63.8	63.2	62.7
4'	3	38°	48.51	48.55	48.58	48.62	48.65	48.69	48.72	48.75	48.78	48.81	48.85	48.88	38°	62.1	61.5	61.0
		39°	48.91	48.94	48.97	49.00	49.02	49.05	49.08	49.11	49.14	49.16	49.19	49.21	39°	60.4	59.8	59.3
1'	0	40°	49.24	49.27	49.29	49.31	49.34	49.36	49.38	49.41	49.43	49.45	49.47	49.49	40°	58.7	58.1	57.5
2'	1	41°	49.51	49.53	49.55	49.57	49.59	49.61	49.63	49.64	49.66	49.68	49.69	49.71	41°	57.0	56.4	55.8
3'	1	42°	49.73	49.74	49.76	49.77	49.78	49.80	49.81	49.82	49.83	49.85	49.86	49.87	42°	55.2	54.6	54.1
4'	1	43°	49.88	49.89	49.90	49.91	49.92	49.92	49.93	49.94	49.95	49.95	49.96	49.96	43°	53.5	52.9	52.3
		44°	49.97	49.97	49.98	49.98	49.99	49.99	49.99	49.99	50.00	50.00	50.00	50.00	44°	51.7	51.2	50.6
		α	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	α	0'	20'	40'

表11-2所示的视距计算表就是根据 α 及 Kl 为引数查取 s 及 h' 的, 表中的水平距离 Kl 为100米。此表按视距值10米至300米每米列载一页。竖角由 0° 至 45° 每 $5'$ 列载一高差主值。加上高差主值左侧的修正值, 可以查得竖角 $1'$ 的高差主值。水平距离列载在高差主值的右侧, 每隔 $20'$ 编一值。不是 $20'$ 整倍数的竖角的水平距离可用相邻两水平距离内插求得。

表中高差主值和水平距离的单位为米, 修正值的单位为厘米。

例11-2: 已知视距 $Kl = 100$ 米, 竖角 $\alpha = -18^\circ 29'$, 仪器高为1.35米, 目标高为3.00米, 求高差 h 和水平距离 s 。

由表查得 $18^\circ 25'$ 的高差主值为29.97米, 修正值 $4'$ 的值为10厘米, 即 $18^\circ 29'$ 的高差主值为 $29.97 + 0.10 = 30.07$ 米, 因竖角为负值, 故高差

$$\begin{aligned} h &= -30.07 + 1.35 - 3.00 \\ &= -31.72 \text{ 米} \end{aligned}$$

在高差主值的右侧查得 $18^\circ 20'$ 的水平距离为90.1米, $18^\circ 40'$ 的水平距离为89.8米。可见竖角增加了 $20'$, 距离减少0.3米。因此竖角增加 $9'$, 距离将减少0.135米, 注意到视距可能达到的精度应取0.1米。即 $18^\circ 29'$ 的水平距离为90.0米。

测绘出版社曾出版过另一种视距计算表, 该表按竖角 $0^\circ \sim 35^\circ$ 每隔 $6'$ 列载一高差主值。水平距离为 $0^\circ \sim 35^\circ$ 每隔 $30'$ 列载一值。所用公式及查表方法与前述完全相同。由于该表的竖角只列至 35° , 而在高山地区作业时竖角 α 很可能超过 35° , 则水平距离 s 与高差主值 h' 将不能直接从视距表中查得。解决这个问题可采取如下的方法, 即

$$h' = \frac{1}{2}(Kl) \sin 2\alpha = \frac{D}{2} \sin 2\alpha$$

若大于 35° 的竖角用 $45^\circ \pm \varphi$ 的形式表示。则

$$\begin{aligned} h' &= \frac{D}{2} \sin 2(45^\circ \pm \varphi) = \frac{D}{2} \sin (90^\circ \pm 2\varphi) \\ &= \frac{D}{2} (\sin 90^\circ \cos 2\varphi \pm \cos 90^\circ \sin 2\varphi) \\ &= \frac{D}{2} \cos 2\varphi = \frac{D}{2} (2\cos^2 \varphi - 1) \\ &= D\cos^2 \varphi - \frac{D}{2} \end{aligned}$$

上式中第一项相应于高度角为 φ 时的水平距离, 令 $D\cos^2 \varphi = s_1$,

$$\text{则} \quad h' = s_1 - \frac{D}{2} \quad (11-9)$$

$$\text{同理} \quad s = D\cos^2 \alpha = D\cos^2 (45^\circ \pm \varphi)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{D}{2} (\cos \varphi \mp \sin \varphi)^2 \\ &= \frac{D}{2} (1 \mp \sin 2\varphi) = \frac{D}{2} \mp \frac{D}{2} \sin 2\varphi \end{aligned}$$

上式中的第二项相应于高度角为 φ 时的高差主值, 令 $\frac{D}{2} \sin 2\alpha = h'_\varphi$, 则

$$s = \frac{D}{2} \mp h'_\varphi \quad (11-10)$$

当 $\alpha > 45^\circ$ 时上式第二项取 “-” 号, $\alpha < 45^\circ$ 取 “+” 号。

例11-3: $\alpha = 40^\circ 30'$, $D = Kl = 210$ 米,

因为 $\alpha = 45^\circ - 4^\circ 30'$

则 $h' = s_{4^\circ 30'} - \frac{D}{2}$

由该表201页查得 $D = 210$ 米, 竖角为 $4^\circ 30'$ 时 $s_{4^\circ 30'} = 208.7$ 米。

故 $h' = 208.7 - \frac{1}{2} \times 210 = 103.7$ 米

又 $s = \frac{D}{2} \mp h'_\varphi = \frac{D}{2} + h'_{4^\circ 30'}$

仍由该表201页查得 $D = 210$ 米, 高度角为 $4^\circ 30'$ 时 $h'_{4^\circ 30'}$

故 $s = \frac{210}{2} + 16.43 = 121.43$ 米

三、普通计算尺的原理

如图11-9, 线段 ab 和 bc 在一直线上, 则

$$ab + bc = ac$$

若 ab 之长为 $\lg x$, bc 之长为 $\lg y$, 则根据对数运算的性质, $\lg x + \lg y = \lg(x \cdot y)$, 即线段 ac 表示 $x \cdot y$ 的对数。

为实用起见, 线段的加法要用两根尺子, 尺上的分划应以对数值为长度。如图 11-10 中 B 尺上的 ab 加 A 尺上的 $a'b'$ 即得 B 尺上的 ac 长。



图 11-9

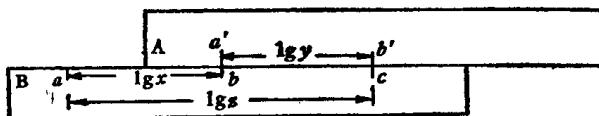


图 11-10

$$ab + a'b' = ac$$

若在 b 处注记 x , 在 b' 处注记 y , 在 c 处注记 z , 则得

$$x \cdot y = z$$

实现了乘法的运算。由于 A, B 两尺可作相对运动, 即 ab 之长可以随需要而变动, $a'b'$ 也可随数的大小而确定, 因此, 对任意实数均可作乘法运算 (实际上因受分划宽度的限制, 一般仅能实现三位有效数字的运算)。

同理, 由线段的减法亦能实现除法运算, 如图11-10也可看作为

$$z \div y = x$$