非寿险精算基础

霍萨克、波拉德、策恩维茨 著

中国金融出版社

非寿险精算基础

I. B. 霍萨克
J. H. 波拉德　　著
B. 第恩维茨

王育宪　孟兴国　陈宪平
李政怀　李中杰　　译

李中杰　　校补

中国金融出版社

根据(英国)剑桥大学出版社 1983 年版译出

(京)新登字 142 号

责任编辑:许小军

非寿险精算基础

I.B. 霍萨克
J.H. 波拉德　　著
B.　第恩维茨

王育宪　孟兴国　陈宪平
李政怀　李中杰　　　　译

李中杰　　　　　　　校补

*

中国金融出版社　出版发行
新华书店北京发行所经销
北京印刷一厂印刷

*

850 毫米×1168 毫米　1/32　15 印张　375 千字
1992 年 5 月第一版　1992 年 5 月第一次印刷
印数:1－3000
ISBN　7－5049－1090－2/F·683　定价:8.80 元

出版说明

精算学，一门以现代数学和数理统计学为手段，从数量方面研究保险业经营管理的各个环节的规律和发展，为保险公司进行科学的决策及提高管理水平提供依据和工具的专门学科，已经成为保险公司在激烈的竞争环境中得以生存和发展的一个重要因素。精算学起源于寿险的保费计算，它的发展与寿险有着深厚的渊源关系。因此，我国历来把精算学理解为寿险所专有的学科。实际上，随着科学技术的发展，精算技术已经逐渐地在非寿险 的各个领域中得到广泛的应用。尤其是在二次世界大战后，适合非寿险的风险理论开始建立，使非寿险的精算技术和理论突飞猛进地发展，以至于到了七十年代它已有了长足的进步，并发展成为一门独立的分支学科，我们称之为非寿险精算学。当然，这个名称还很少被人们所提起，但是，从它的内容与平常所说的精算学以及保险统计学有较大的区别来看，保留这一名称是很必要的。虽然它和以上两种学科有许多联系，然而它的内容和理论基础却是自成体系的。我们可以经常从国外的某些保险著作中看到某些类似的名称，而且在欧美各国中类似的名称也不乏其例。例如，美国设有灾害精算师学会，另有意外精算学会负责组织颁发财产和责任保险精算师证书。这也反映了非寿险精算学的客观存在和它的重要作用。

非寿险精算学的发展远远迟于传统的精算学，这多半是由于非寿险问题的数量分析更为困难的缘故。我们可以顺便列举几个困难的方面来加深对问题的理解。例如，非寿险的保单持有人可能同时蒙受数种损失，非寿险的赔付额是一个随机变量；在非寿险领域中的统计问题和参数估计是复杂的；由于受到剧烈变化的经济环境的影响，非寿险的保费计算比较困难；非寿险的保单总是频繁地续保，导致保险公司的财务每年都要受到冲击；非寿险是纯粹的风险保险，它的投资收益难以与寿险相比，而且只是从难以准确估计延迟理赔中获得；非寿险承保的风险在多数情况下都存在不均匀性。如此等等的情况刚好和寿险形成了鲜明的对照。这样使非寿险精算学既属于精算学的范畴，但又不同于传统的精算学。

非寿险精算学虽然是新发展起来的学科，但它已在保险业的发展中发挥着日益重要的作用。我国在这方面的起步较晚，而我国保险业的发展急需加强非寿险精算学的应用和研究。国内介绍非寿险精算学的书籍几乎是空白。为此，我们组织翻译并出版了本书。

本书是由澳大利亚麦夸里大学三位从事统计学及保险精算学的教授于1982年合著的，1983年由剑桥大学出版社出版。至今在发达国家仍被视为高级保险精算人员的必读书。本书的特点是由浅入深，系统全面。全书内容按难易程度分为三个档次，既适合不懂统计学或只有极少统计学知识的读者了解和学习统计学的基础知识及其精算学在非寿险中的应用，又适合具有中等统计学知识的读者学习怎样运用统计学知识研究保险业务中的问题，还为已经掌握了高深统计学知识的读者提供了较深的内容，展示新的研究领域，以便更好地从事非寿险精算学的专门研究。

在内容安排上，本书前几章综合介绍了有关数学预备知识，概率论的基础知识，数理统计知识以及在非寿险中常见的几种统计

分布。从第七章开始，利用已有知识，进入对保险问题的研究和讨论。第七章讨论了风险保费，理赔模型的建立，免赔额以及超赔损失分保问题。第八章讨论经验费率，可信性理论，无赔款优待折扣，以及如何运用贝叶斯方法校正保险费和赔款频率。第九章讨论了对无赔款优待折扣的模拟以及敏感性问题。第十章讨论未决赔款准备金的估计，包括流量问题，考虑或不考虑通货膨胀调整情况下运用链梯或分离方法对未决赔款准备金进行估计，以及对已发生但未报告（IBNR）的赔款准备金的估计。第十一章介绍风险理论，讨论了对不变索赔额、可变索赔额以及总索赔额的未满期责任的估计问题。全书每一章都附有练习题，并给出了练习答案。考虑到原书是把一部分内容安排在教师的课堂讲授中，而国内又没有类似的参考书，为此，李中杰同志编写了《非寿险精算基础》讲解及习题解答，作为附录附在本书的最后部分。读者可以按照讲解中指出的重点，对照原文和本讲解中的解释进行学习。

本书由王育宪、孟兴国、陈宪平、李政怀、李中杰五人合译。第一、二、三章由王育宪译出，第四、五、六章由孟兴国译出，第七章和第八章的第1、5、6、7节由陈宪平译出，第九、十章由李政怀译出，第十一章和第八章的第2、3、4节由李中杰译出。

本节既可用作保险干部培训、保险中专、大专及大学本科教材，又可用作保险专业研究生和保险精算专业教科书，或供高级保险技术人员研修。

本书的出版将对保险教育水准的提高以及非寿险精算理论和实务的发展作出贡献。

中国人民保险公司职工教育部

前　言

几百年来，保险业依靠几代承保人的判断力和技艺取得成功。在过去极端缺乏统计资料的情况下，承保人对各种风险进行了估计并承保了这些风险。幸好那时定的保险费率都较高，保费收入不仅超过收支相抵的适当水平，还包括了充足的准备金以应付各种意外损失，因而使保险业仍有利可图。

进入二十世纪以来，情况发生了根本的变化。首先，出现了前所未有的巨大风险；其次，在日益完善的保险市场上，保险人之间的竞争愈演愈烈；再者，还存在着保险费率的剧烈下降，奉行客户至上主义，甚至政府对某些险种的费率实行管制等多种因素。所有这些都使现代条件下的承保变得极为困难。此外，一次次出现的严重的通货膨胀导致了赔付额显著地超出预付保费所能承受的范围。由于新技术的迅速发展，新的风险在所承保的总风险中占的比例不断增大；而对于这些新风险却缺乏足够的经验作为厘定费率的基础。投保人则已适应了这些变化，他们只要发现某些方面有利于已，就期待变更自己的保险人。因此，当代的保险人不再可能收取显著高于适当水平的保费并在业务中保持。

二十世纪也为我们带来了统计理论及其应用从初期到成熟阶段的过渡，以及具有巨大贮存容量的神奇的电子计算机的发展。因此，在当代社会中，保险人运用这些工具是基本的。必须强调指出，在确定保险费率、应付意外损失的准备金、自留限额、未到期责任准备金和未决赔款准备金时，统计方法和计算机技术是十

分有用的工具，但并未取代业务上的判断。

本书是由作者在麦夸里大学讲授同样课程的讲稿整理而成。本书旨在为保险业提供可直接用于保险业务的基本统计工具，并证明这些方法既实用又十分有效。

本书主要是向完全不懂统计或仅具极少统计学知识的读者介绍各种统计方法及其在保险业中的应用，并希望以此引起他们利用参考书对某些问题进行更深入的研究的兴趣；同时，本书也为某些高级读者提供部分较深的内容。初读此书时，可先略去带一个星号的章节和例题，这不影响对后面章节的理解。专为某些高级读者设置的那些较深的内容是用双星号标明的。在每章的末尾给有练习题，读者通过解题可获得更多的知识。在本书的最后部分附有练习答案。

作者感谢保险界和大学里的同事们对本书的评论和讨论。特别是罗伯特·布察南先生仔细地审阅了书稿，指出了文中的错误和不确切之处，并提出许多宝贵的建议。作者对此甚为感激。同时，感谢贝蒂·桑小姐为本书绘制了图表。

I. B. H.

J. H. P.

B. Z.

1982 年 2 月于澳大利亚，

悉尼，麦夸里大学

目　录

第一章　引言和数学预备知识

内容提要：本章概述以后各章讨论的某些问题，然后复习一些本书多次用到的数学结果，即：求和，阶乘，组合，乘方，计算曲线斜率的微分法，极大和极小，以及指数和自然对数函数。应当指出，读者不需深知这些数学知识即可顺利地掌握本书所讨论的保险统计理论。

1.1　引言

本书介绍了基本的统计概念，并阐述了它们在保险中的应用，对于所涉及的每一个问题，书中都做了简单的介绍，同时把问题的进一步研究留给读者。

本书的前几章全面介绍概率和数理统计方法。随后的一章讨论保险常用的几种统计分布。后几章着重介绍统计学在保险中的应用，如根据保险资料进行统计推断，风险及对索赔频率的估计，风险保费和超额损失再保险的风险保费的计算，经验费率及其可信性，无赔偿折扣制度，保险问题的模拟，未决赔款准备金的估价方法，风险理论及其在自留额水平确定上的应用。

数量方法总要涉及数量公式和数字计算，统计学也不例外。引人注目的是像保险这类复杂领域中的问题，仅用学校讲授的基本数学知识就可以分析和解决。

下面，我们要复习一些以后要经常用到的数学概念。目的在于使那些久离数学的读者温故知新。熟悉这些概念的读者可以直接阅读第二章。

1.2 求和号

在统计工作中，我们经常要计算一组数 x_1，x_2，……x_n 的总和。当然，我们一般可写作：

$$x_1+x_2+\cdots+x_n \tag{1.2.1}$$

有一种标准的简写记号，用大写希腊字母 $\sum$（表示总和）表示：上式可写为：

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1.2.2}$$

公式的含义是，从 $i=1$ 到 $i=n$ 的全部 x_i 值的总和，即：

■ $$\sum_{i=1}^{n} x_i=x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n \tag{1.2.3}$$

有时，用一个哑下标代替 i

例 1.2.1：求 $\sum_{i=1}^{5} i^2$ 的值。

我们必须把 $i=1$ 到 $i=5$ 的全部 i^2 的值加在一起，即：

$$\sum_{i=1}^{5} i^2=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=55$$

例 1.2.2：求值 $\sum_{r=1.}^{4} Xi^2$ 已知 $x_1=1.2$，$x_2=1.3$，$x_3=1.5$，$x_4=1.8$。

我们要将 $i=1$ 到 $i=4$ 的全部 $x_i{}^2$ 的值加起来，即：

$$\sum_{i=1}^{4} x_i{}^2=(1.2)^2+(1.3)^2+(1.5)^2+(1.8)^2=8.62$$

1.3 阶乘号 $n!$

前 n 个自然数的乘积在数学和统计学中经常要用到。这个乘积的简写为 n 的阶乘：

■ $$n! = 1\times2\times3\times\cdots\times n \tag{1.3.1}$$

按照约定，0 的阶乘等于 1，即：$0! = 1$。很清楚，n 的阶乘满足递推方程：

■ $$n! = n\times(n-1)! \tag{1.3.2}$$

运用这一递推方程，我们可以看到 0，1，2，3，4，5 和 6 的阶乘分别为：1，1，2，6，120 和 720。

1.4 组合号$\binom{n}{r}$

在一个五人委员会内，组织一个两人小组，共有多少种组织方式？

用字母 A、B、C、D、E 分别代表五名委员，可能的小组形式如下：

$$\begin{matrix} AB & AC & AD & AE & BC \\ BD & BE & CD & CE & DE \end{matrix}$$

共有十种可能的小组组织方式。

一般地，从 n 个不同的元素中每次选取 r 个元素的不同方式的种数可以表示为[①]：$\binom{n}{r}$，并有：

■ $$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n\,(n-1)\cdots(n-r+1)}{1\times2\cdots\times r} \tag{1.4.1}$$

在上例中，$n=5$，$r=2$ 则有：

$$\binom{5}{2} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{(2\times1)\times(3\times2\times1)} = \frac{5\times4}{2\times1} = 10$$

在求值 $[x(x-1)\cdots(x-r+1)]/r!$ 中，也会出现 x 是非整数的情况。$\binom{n}{r}$的定义可以推广到 x 的一切可能值的情况（整

① 在有些教科书中，组合被表示为 C_n^r。

数，非整数，正数，负数）。

■ $$\binom{x}{r}=\frac{x\ (x-1)\ \cdots\ (x-r+1)}{1\times2\times\cdots\times r} \qquad (1.4.2)$$

这个公式仅当 x 为非负整数时才有组合的意义。

例 1.4.1：应用公式（1.4.1），计算当 n 和 r 值在 0—7 范围内的一切 $\binom{n}{r}$。

部分计算如下：

$$\binom{0}{0}=\frac{0!}{0!\ 0!}=\frac{1}{1\times1}=1;$$

$$\binom{1}{0}=\frac{1!}{0!\ 1!}=\frac{1}{1\times1}=1;$$

$$\binom{1}{1}=\frac{1!}{1!\ 0!}=\frac{1}{1\times1}=1;$$

$$\binom{2}{0}=\frac{2!}{0!\ 2!}=\frac{2}{1\times2}=1;$$

$$\binom{2}{1}=\frac{2!}{1!\ 1!}=\frac{2}{1\times1}=2;$$

$$\binom{2}{2}=\frac{2!}{2!\ 0!}=\frac{2}{2\times1}=1;$$

$$\binom{6}{3}=\frac{6!}{3!\ (6-3)!}=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20。$$

表 1.4.1 列出了全部计算结果，它们构成了一个帕斯卡三角形。有一个表值等于另外两个表值之和：一个是此值上方的表值；另一个是此值左上方的表值。