

位移法和程序

喻怀申 主编



水利电力出版社

编 者 的 话

全国计算机利用率甚低, 究其根本原因, 是知者甚少。把电算程序适当地引入教材内容, 将十分有助于改变目前的情况。

本书要求在有限的时间内(30学时), 让本科大学生不仅掌握传统位移法和矩阵位移法的基本理论与上机运算, 而且能读懂平面刚架程序和编写温变、支座沉陷影响的程序段。对于专科学生, 则一般不要求编写程序段。

本书特点, 是把传统位移法、矩阵位移法和电算程序密切地结合起来。在传统位移法部分, 重点讲解加约束法; 矩阵位移法则承袭传统位移法概念, 例如不再推导结构刚度方程; 程序分散在矩阵位移法各节中讲解。把传统位移法和矩阵位移法密切结合起来, 既可以避免前后脱节, 另起炉灶, 又有利于阐明概念, 减少学时。矩阵位移法只有和电算程序密切结合, 才能显示其优越性和实际价值, 也才能激发学生的学习热情。

把电算程序引入本科、专科教材, 目的在于普及。因此, 程序既要有实用性, 又不宜追求过多的程序技巧。为了便于初学者的理解, 本书采用了总刚满存的先处理法平面刚架程序。该程序可以计算刚架、连续梁和拱。当计算某50m桁架拱时, 计有28根杆, 21个结点, 59个位移未知量, 若使用苹果型微机, 31分钟42秒可打印完结点位移、杆端内力和支座反力; 若使用IBM386型微机, 7分钟便可打印完结点位移、杆端内力和支座反力。

本书要求上机4次、8小时。为避免边上上课、边上机的忙乱现象, 有4小时上机安排在课内时间, 即停课上机。理论教学实际为26学时(详见附录六: 参考教学日历)。第一、二次上机目的是锻炼学生的解题能力, 第三、四次上机主要目的是调试学生自编的温变和支座沉陷的程序段, 培养编程能力。

第一、二、三章为必修内容, 其余两章为自学参考内容。

第一章由王广银执笔, 其余四章由喻怀中执笔。作为本书的基本刚架程序(附录一)是严鸣远根据J.M. 盖尔和W. 韦孚的《杆系结构分析》(边启光译)编制成的。附录三程序, 也是严鸣远提供的。喻怀中对这两个程序进行了删增整理。

附录二是BASIC语言、IBM型微机的平面刚架程序, 对比附录一(BASIC语言、APPLE微机的平面刚架程序), 可以说两个程序几乎完全一样。附录二由马世荣、王彦明编写, 附录四、五两个程序均由王彦明编写。附录五是用FORTRAN语言写的, 为便于自学, 其变量定义和程序思路与BASIC程序基本一致。

本书承龙驭球教授审阅并作序、刘昭培和张振衡教授作序, 在此致以衷心的感谢。

全书由喻怀中主编。书中一定还存在不少问题, 热忱欢迎批评指正。

编者

1992年 秋

(京)新登字115号

内 容 提 要

本书特点是把结构力学中的传统位移法、矩阵位移法和电算程序密切结合起来。程序段是分散在矩阵位移法的各节中讲解。通过理论学习和上机操作,初学者可以掌握位移法基本理论,读懂平面刚架程序,并能编写温变和支座沉陷影响的程序段。基本程序采用国际通用、简单易懂的BASIC语言。为了扩大本书的适用范围,附录中也提供了用FORTRAN语言编写的刚架源程序,其变量定义和程序思路与BASIC程序基本一致。本书可用作有关专业大学本科、专科和成人教育的教材,也适合在职工程技术人员自学之用。

位 移 法 和 程 序

喻怀申 主编

*

水利电力出版社出版、发行

(北京三里河路6号)

各地新华书店经售

朝阳区小红门印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 11印张 246千字

1993年7月第一版 1993年7月北京第一次印刷

印数 0001—1830册

ISBN7-120-01841-8/T V·667

定价 9.15元

序 一

1. 将计算机方法引入结构力学课程, 是结构力学课程改革与更新的主要方向。本书正是在教学中进行这一改革的新成果。

2. 近年来通常的作法是在传统位移法之后加一章矩阵位移法。人们对此作法提出的普遍问题是传统方法和计算方法分开讲解, 在二者互相沟通和配合方面显得不够。本书的写法是针对上述缺点而加以改进, 将新旧两种方法有机结合起来, 这是本书的主要特点。

3. 如何将新旧两种方法结合得好, 本书采用的作法是在二者之间增加一个过渡的章(即第二章)。这种处理方法有其优点: 由旧到新的过渡比较自然, 使初学者不感到突然, 易于掌握。两者方法融为一体之后, 使一些重复的内容消除了, 使一些推导工作简化了。

4. 本书曾以讲义形式在山东工业大学使用了五届, 讲义也经过三次修订。由于在长期教学实践中逐步修改、补充和完善, 使本书已成为一本成熟的教材。教材前后呼应, 理论与程序的搭配, 习题的精选和程序的编制, 上机时间的安排, 这些方面都经过了教学实践的考验并在实践中得到了提高, 收到了很好的教学效果。

5. 本书值得出版。出版后将对我国结构力学教学工作起良好的促进作用。

龙驭球

1992年12月于清华大学

序 二

教学要改革、教材要更新是不可逆转的历史潮流。结构力学是一门比较成熟和稳定的学科，对于它的改革需要慎重考虑，稳妥进行，并需在改革的实践中反复总结经验，逐步提高对于结构力学的教与学的规律性的认识。

十几年来各院校对于结构力学课程的改革都作了有益的尝试。把矩阵位移法列入必修的内容是改革的主要措施之一。但是，如何把传统位移法和矩阵位移法有机地结合起来，克服传统位移法与矩阵位移法分别独立成章、二者联系不够密切的问题；如何把基本理论和现代计算技术密切结合起来，解决电算程序的引入与学时不足之间存在突出矛盾的问题，仍在困惑着许多教师和学生。

山东工业大学喻怀忠、王广银同志从1986年开始探索解决上述问题的途径，写出了相应的讲义，并通过多次教学实践，反复修改，终于编成此书。它的特点是：①在第一章的传统位移法中重点讲解增设约束、列典型方程的方法；②在第二章中通过有斜杆的刚架讲解了考虑轴向变形时，如何按传统位移法求解的内容，这是承前启后、使传统位移法能自然地过渡到矩阵位移法的一章，是写得颇有特色的一章；③在第三章的矩阵位移法中，不再推导结构刚度方程，这样做既节省了学时，又较好地阐明了与传统位移法的关系；④为了节省计算机的内存，特别是为了配合各工程单位实际采用的程序，此书重点讲解边界条件的先处理法，只在最后部分扼要地介绍了后处理法；⑤此书把各个程序段分散在矩阵位移法的各节中，这样做对于矩阵位移法与电算的密切结合及便于初次接触电算程序的学生读懂程序都是很恰当的；⑥结合例题比较了是否考虑轴向变形对于刚架内力的差别，提出了“考虑轴向变形与否对内力的大小和符号都有很大影响”的观点，这里提出了一个值得深入钻研的问题，即区分需不需考虑轴向变形的界限问题，亦即决定是否考虑轴向变形的因素究竟是什么？其数量界限如何确定？等等。

相信此书的出版对于结构力学的教材改革及教学方法的改革将起到推动的作用。

刘昭培 张振衡

1992.12

目 录

序一	
序二	
编者的话	
第一章 位移法	1
§1—1 位移法的基本概念	1
§1—2 位移法的基本未知量和基本结构	7
§1—3 结点无线位移的刚架计算	9
§1—4 结点有线位移的刚架计算	14
§1—5 结构对称性的利用	22
§1—6 温度变化和支座位移时的计算	25
§1—7 用转角位移方程计算超静定结构简述	30
§1—8 小结	37
习题	38
第二章 考虑轴向变形时的斜杆刚架计算	41
§2—1 问题的提出	41
§2—2 计及轴向变形的基本结构和典型方程	43
§2—3 系数和自由项的计算	44
§2—4 用高斯消元法解方程	47
第三章 矩阵位移法	50
§3—1 基本概念	50
§3—2 局部坐标系的等截面直杆单元的刚度分析	50
§3—3 单元刚度矩阵的坐标转换	56
§3—4 结构刚度矩阵	63
§3—5 结点总荷载列阵	76
§3—6 平面刚架的内力和反力计算	85
§3—7 支承条件先处理法的平面刚架程序综述	91
习题	100
第四章 支承条件的后处理法和刚架程序	104
§4—1 结构的原始刚度矩阵	104
§4—2 支承条件的引入	109
§4—3 非结点荷载的处理和后处理法程序的有关说明	109
习题	112
第五章 平面桁架的矩阵分析和程序	113
§5—1 平面桁架的基本结构和位移法典型方程	113
§5—2 平面铰接单元的刚度矩阵和坐标转换	115

§5—3 结构刚度矩阵	117
§5—4 结点荷载列阵和内力、反力计算.....	121
习题.....	122
附录一 平面刚架源程序(先处理法, BASIC语言, APPLE型微机)	123
附录二 平面刚架源程序(先处理法, BASIC语言, IBM型微机)	131
附录三 平面刚架源程序(后处理法 BASIC语言, IBM型微机)	140
附录四 平面桁架源程序(先处理法, BASIC语言, IBM型微机)	147
附录五 平面刚架源程序(先处理法, FORTRAN语言)	153
附录六 参考教学日历.....	165
参考文献.....	167

第一章 位 移 法

力法是计算超静定结构的一种基本方法。现在讨论另一种基本方法，即位移法。自从钢筋混凝土结构出现以后，高次超静定刚架被大量采用。对于这类结构，如图1-1所示九次超静定刚架，如果用力法求解，要解九元联立方程式，显然计算十分繁复。为此，人们必须寻求其他的计算方法，位移法便是在这种情况下出现的一种基本方法。

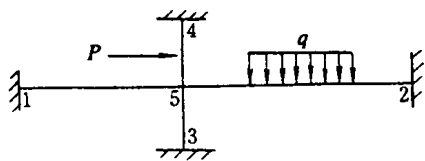


图 1-1

力法是以多余未知力作为基本未知量，而位移法则是以某些结点位移作为基本未知量，这是二者的基本区别。读者可以发现，若以图1-1刚架结点5的转角做为基本未知量，将使计算大为简化。

位移法典型方程的矩阵形式，也就是矩阵位移法的基本方程。本章的主要任务是应用位移法计算超静定刚架。通过本章学习，除使学生掌握位移法的基本概念、基本原理外，还将为第三章学习矩阵位移法打下必要的基础。

§ 1—1 位移法的基本概念

为了阐明位移法的基本概念，我们来分析图1-2a所示的刚架。

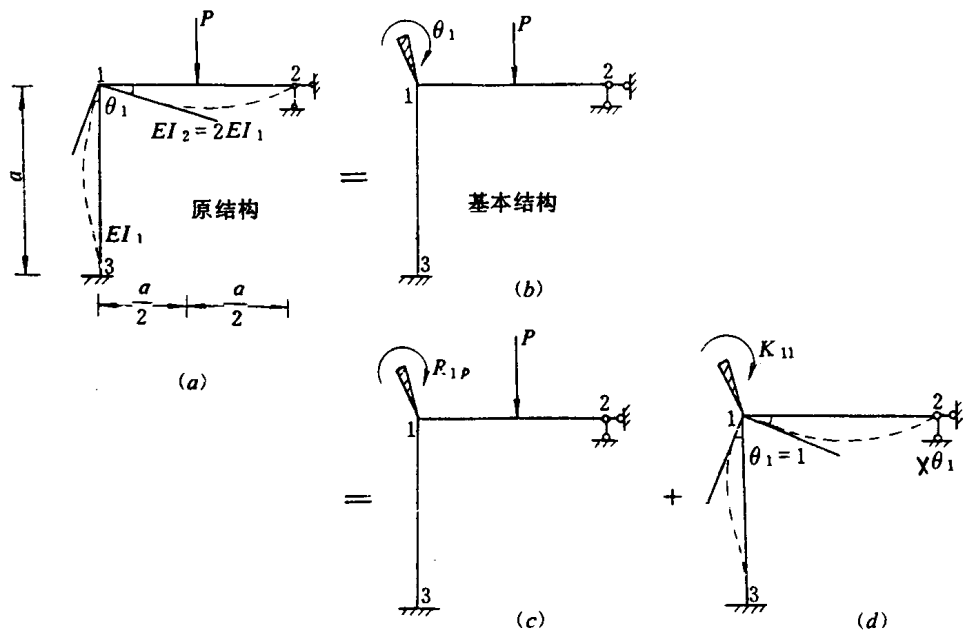


图 1-2

图1-2a所示的刚架是由杆1-2和1-3在结点1刚性连结而成的结构。当杆1-2承受荷载时将通过结点1传至杆1-3；同样，当杆1-3承受荷载时也将通过结点1传至杆1-2。在图中所示荷载作用下，刚架将产生如图中虚线所示的变形，同时，杆1-2及杆1-3在1端将产生角位移，但是因为结点1是刚性连结点，根据变形连续条件可知，汇交于该结点处的两杆杆端的角位移是相等的，即都等于 θ_1 。此外，结点1实际上还有微小的线位移（水平线位移和竖向线位移）。但在一般以抗弯为主的结构（如连续梁及刚架）中，由轴向变形及剪切变形所引起的结构位移，与由弯曲变形所引起的结构位移相比，它们要小得多，所以为了简化计算，通常忽略前两种变形的影响，而只考虑弯曲变形的影响。又因为结构所产生的变形通常都很微小，因而可假定各杆两端之间的距离在变形后仍保持不变（简称“杆端联线长度不变”）。这样，在图示刚架中，由于支座2、3都不能移动，而结点1与2、3两点之间的距离，根据上述假定又都保持不变，于是结点1也就被认为不能发生线位移。现在要计算这个刚架的内力。

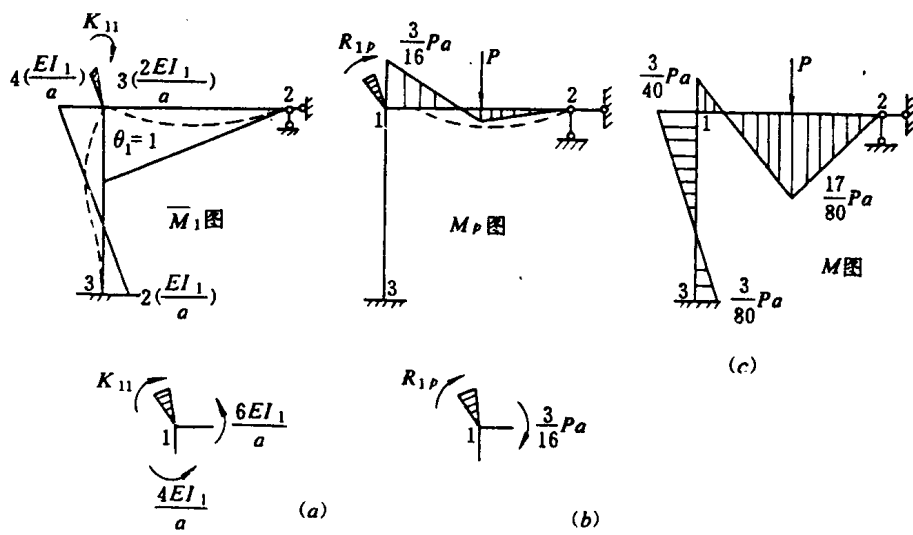


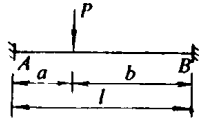
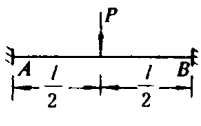
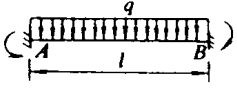
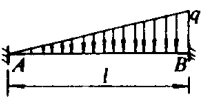
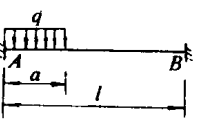
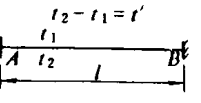
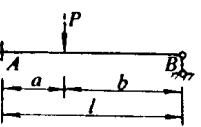
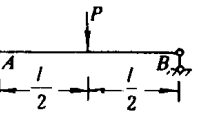
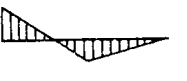
图 1-3

我们先回忆一下用力法计算超静定结构时所采用的手段。它是首先将原结构的多余联系去掉，使原结构变成静定结构（也就是力法的基本结构），以后的计算就以这个静定结构为对象来进行，而对静定结构的计算是我们早已熟悉了的。

位移法，也是首先将原结构加以改造使它成为能够计算的结构，并且把这一步叫做选取位移法的基本结构。例如对图1-2a所示的结构，如果在产生角位移的结点1，附加上一个刚臂（图1-2b）以约束结点1的转动（刚臂只约束结点的转动而不约束它的移动），那么，杆1-3就变成一根两端固定的单跨梁，杆1-2就变成为一根1端固定、2端铰支的单跨梁。关于这类单跨梁的计算方法，已经在力法中学习过了，并且已将有关的计算成果列在载常数和形常数表中（见表1-1、表1-2），以供查用。不过，如果在图1-2b中只加刚臂，计算出来的内力还并非原结构的内力，因为原结构在结点1处是有转角的。为了使基本结构与原结构等效，必须在图1-2b中结点1处，注明原结构实际存在的 θ_1 。这样，基本结构在荷载和转角 θ_1 的共同影响下，其内力和变形必和原结构相同，即和原结构等效。

表 1-1

固端弯矩及固端剪力

支座情况	编号	简图	固端弯矩	固端剪力	弯矩图
两端固定	1		$M_{AB} = -\frac{Pab^2}{l^2}$ $M_{BA} = +\frac{Pa^2b}{l^2}$	$Q_{AB} = +\frac{Pb^2}{l^2}\left(1 + \frac{2a}{l}\right)$ $Q_{BA} = -\frac{Pa^2}{l^2}\left(1 + \frac{2b}{l}\right)$	
	2		$M_{AB} = -\frac{1}{8}Pl$ $M_{BA} = +\frac{1}{8}Pl$	$Q_{AB} = +\frac{1}{2}P$ $Q_{BA} = -\frac{1}{2}P$	
	3		$M_{AB} = -\frac{1}{12}ql^2$ $M_{BA} = +\frac{1}{12}ql^2$	$Q_{AB} = +\frac{1}{2}ql$ $Q_{BA} = -\frac{1}{2}ql$	
	4		$M_{AB} = -\frac{1}{30}ql^2$ $M_{BA} = +\frac{1}{20}ql^2$	$Q_{AB} = +\frac{3}{20}ql$ $Q_{BA} = -\frac{7}{20}ql$	
	5		$M_{AB} = -\frac{qa^2}{12l^2}(6l^2 - 8la + 3a^2)$ $M_{BA} = +\frac{qa^3}{12l^2}(4l - 3a)$	$Q_{AB} = +\frac{qa}{2l^3}(2l^3 - 2la^2 + a^3)$ $Q_{BA} = -\frac{qa^3}{2l^3}(2l - a)$	
	6		$M_{AB} = -\frac{at'EI}{h}$ $M_{BA} = +\frac{at'EI}{h}$	$Q_{AB} = 0$ $Q_{BA} = 0$	
一端固定 另一端铰支	7		$M_{AB} = -\frac{Pb}{2l^2}(l^2 - b^2)$	$Q_{AB} = +\frac{Pb}{2l^3}(3l^2 - b^2)$ $Q_{BA} = -\frac{Pa^2}{2l^3}(3l - a)$	
	8		$M_{AB} = -\frac{3}{16}Pl$	$Q_{AB} = +\frac{11}{16}P$ $Q_{BA} = -\frac{5}{16}P$	

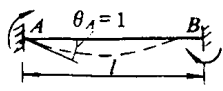
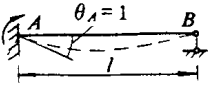
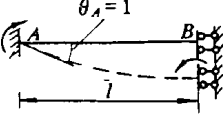
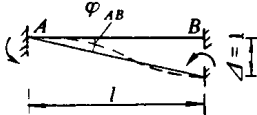
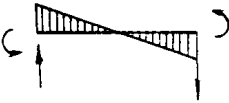
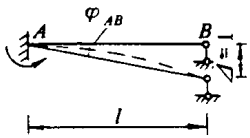
续表

支座情况	编号	简图	固端弯矩	固端剪力	弯矩图
一端固定另一端铰支	9		$M_{AB} = -\frac{1}{8}ql^2$	$Q_{AB} = +\frac{5}{8}ql$ $Q_{BA} = -\frac{3}{8}ql$	
	10		$M_{AB} = -\frac{1}{15}ql^2$	$Q_{AB} = +\frac{2}{5}ql$ $Q_{BA} = -\frac{1}{10}ql$	
	11		$M_{AB} = -\frac{7}{120}ql^2$	$Q_{AB} = +\frac{9}{40}ql$ $Q_{BA} = -\frac{11}{40}ql$	
	12		$M_{AB} = +\frac{M_1}{2}$ $M_{BA} = +M_1$	$Q_{AB} = -\frac{3M_1}{2l}$ $Q_{BA} = -\frac{3M_1}{2l}$	
	13		$M_{AB} = -\frac{3at'EI}{2h}$	$Q_{AB} = \frac{3at'EI}{2hl}$ $Q_{BA} = \frac{3at'EI}{2hl}$	
一端固定另一端滑动	14		$M_{AB} = -\frac{Pa}{2l}(2l-a)$ $M_{BA} = -\frac{Pa^2}{2l}$	$Q_{AB} = +P$ $Q_{BA} = 0$	
	15		$M_{AB} = -\frac{1}{2}Pl$ $M_{BA} = -\frac{1}{2}Pl$	$Q_{AB} = +P$ $Q_{BA} = +P$	
	16		$M_{AB} = -\frac{1}{3}ql^2$ $M_{BA} = -\frac{1}{6}ql^2$	$Q_{AB} = +ql$ $Q_{BA} = 0$	
	17		$M_{AB} = -\frac{at'EI}{h}$ $M_{BA} = +\frac{at'EI}{h}$	$Q_{AB} = 0$ $Q_{BA} = 0$	

注：此表也称为载常数表。

表 1-2

等截面杆的形常数表

编 号	简 图	杆 端 弯 矩	杆 端 剪 力	弯 矩 图
1		$M_{AB} = 4i$ $M_{BA} = 2i$	$-\frac{6i}{l}$	
2		$M_{AB} = 3i$ $M_{BA} = 0$	$-\frac{3i}{l}$	
3		$M_{AB} = i$ $M_{BA} = -i$	0	
4		$M_{AB} = -\frac{6i}{l}$ $M_{BA} = -\frac{6i}{l}$	$\frac{12i}{l^2}$	
5		$M_{AB} = -\frac{3i}{l}$ $M_{BA} = 0$	$\frac{3i}{l^2}$	

注: 表中 $i = \frac{EI}{l}$ 。

基本结构在荷载单独作用下的计算，其先决条件是刚臂的控制作用，正是由于刚臂给予结点一定的力矩 R_{1p} ，才使结点1不能转动（图1-2c）。 R_{1p} 可由结点平衡条件求得。基本结构在 θ_1 单独影响下的计算，相当于两个单跨超静定梁产生支座位移，其先决条件也是刚臂的控制作用，只有刚臂给予结点一定的力矩 R_{11} ，才能使结点1产生转动。 θ_1 是未知的，若让 $\theta_1 = 1$ ，相应的力矩 K_{11} ，也可由结点平衡条件求得。

实际上，刚臂并不存在，因此它给予结点1的力矩代数和应为零，即

因为

故

$$\begin{aligned} R_{11} + R_{1p} &= 0 \\ R_{11} &= K_{11}\theta_1 \\ K_{11}\theta_1 + R_{1p} &= 0 \end{aligned} \tag{a}$$

$$\theta_1 = -\frac{R_{1p}}{K_{11}}$$

方程式 (a) 是以结点 1 的角位移 θ_1 作为未知量的, 和力法的典型方程相似, 我们称它为位移法的典型方程。其中的 K_{11} 称为系数, 其物理意义是: 单独令基本结构上的结点 1 产生一个单位角位移时, 在附加刚臂中引起的反力矩。式中 R_{1p} 称作自由项, 其物理意义是: 基本结构在荷载单独作用下, 附加刚臂中产生的反力矩。

为了求出位移法方程中的系数和自由项, 可利用形、载常数表, 在基本结构上作出 $\theta_1 = 1$ 时的 $\bar{M}_1$ 图和荷载 P 作用下的 M_p 图, 分别如图 1-3a、b 所示。

由图 1-3a 取结点 1 为隔离体, 利用力矩平衡条件, 即

$$\Sigma M = K_{11} - \frac{6EI_1}{a} - \frac{4EI_1}{a} = 0$$

$$K_{11} = \frac{10EI_1}{a}$$

可得

规定 K_{11} 的正方向恒与所设 θ_1 方向一致, 故它必为正值。

同理, 在图 1-3b 中取结点 1 为隔离体, 利用力矩平衡条件可求得 $R_{1p} = -\frac{3}{16}Pa$, 其中

负号表示 R_{1p} 的方向与所设的方向相反。

将求得的系数和自由项代入式 (a), 即可得出

$$\theta_1 = \frac{3Pa^2}{160EI_1}$$

结点 1 的转角 θ_1 求得后, 可按下式

$$M = \theta_1 \bar{M}_1 + M_p$$

叠加求出最后弯矩图, 如图 1-3c 所示。

通过上面对一个简单结构的分析看出, 用位移法计算刚架的基本方法是: 将它的各杆先变为可定的单跨梁, 即加入附加约束控制各可动结点的位移, 以得到基本结构, 然后把荷载单独作用到基本结构上的状态和单独强迫结点产生位移的状态叠加, 使其符合原结构的变形状态与受力状态。根据附加刚臂约束的总反力矩应为零的条件, 可以建立求解结点位移的方程。

另外, 通过上述的介绍还可以知道:

- (1) 和力法不同, 位移法是以结点的位移作为未知量;
- (2) 和力法相似, 也是以基本结构作为计算对象;
- (3) 和力法一样, 位移法也是通过典型方程式的建立与求解来计算原结构内力。

但是针对任何一个具体结构, 应该选取哪些结点的位移作为基本未知量? 应该怎样选取位移法的基本结构? 以及怎样建立相应的典型方程? 方程中的系数与自由项如何计算都还需要进一步进行讨论。下面将针对这些问题作进一步的介绍。

§ 1—2 位移法的基本未知量和基本结构

位移法是以结构的结点位移作为基本未知量。在用位移法计算刚架时，首先应明确以哪些结点位移作为基本未知量，其数目如何确定。结点位移有两种，即结点角位移和结点线位移。

首先让我们讨论确定结构结点角位移未知量的问题。图1-4a所示为一多跨连续梁结构。该连续梁有两个刚结点2和3，它们各自有自己的转角，即 θ_2 及 θ_3 。杆件1-2及3-4在1点及4点也有杆端转角 θ_1 及 θ_4 ，但是在以后的叙述及例题中可以看出类似 θ_1 及 θ_4 这样的转角，可以不把它们作为基本未知量就可求得全部杆件的内力。所以本章中规定凡杆端为铰支座（包括固定铰支座和活动铰支座）时的杆端转角都不作为基本未知量，以使计算得到简化。这样，这个连续梁作为基本未知量的只有两个结点角位移。图1-4b所示刚架有3个结点，即刚结点2、铰结点1和3。汇交于刚结点2的各杆在结点处有共同的结点转角，即结点角位移 θ_2 。汇交于铰结点1或3的各杆在结点处有各自的转角而没有共同的转角，以后可以看出汇交于铰结点的各杆端转角也可以不作为基本未知量，所以这个刚架只有一个结点角位移作为基本未知量。总之，对于结点角位移，我们可以作出比较简单的结论：每一个刚结点有一个角位移，通常把它们都作为基本未知量，换言之，作为基本未知量的结点角位移的数目与刚结点的数目相同。无论结点是否有线位移，这个结论总是适用的。

其次再研究确定结构结点线位移未知量的问题。在讨论该问题之前，有必要重述上节所提出的假定，即受弯直杆在略去轴向变形和剪切变形的影响以及弯曲变形微小的前提下，假定杆端之间的距离在变形后仍保持不变（简称“杆端联线长度不变”）。以后在选取位移法基本未知量时，就以上述之基本假定为根据。例如图1-4a所示的连续梁中1点受支座约束不能移动，2点受支杆约束无竖向移动，1-2杆长度又无变化，于是结点2无任何线位移产生；3点受支杆约束无竖向移动，2-3杆长度又无变化，于是结点3无任何线位移产生；4点受支杆约束无竖向移动，3-4杆长度又无变化，于是结点4无任何线位移产生。因此，这个连续梁无论承受任何荷载都没有结点线位移。用类似的方法可以分析图1-4b所示刚架也没有任何线位移。

在上述前提下，有些刚架虽然有结点线位移产生，但其中某些结点线位移是彼此相关而非独立的。在此情况下，我们需要确定独立的结点线位移数。例如图1-5a所示的刚架，其结点1和2显然会有移动，但是在上述前提下，结点1和2没有竖向线位移而只有水平线位移，并且它们的水平线位移彼此相等，即 $\Delta_1 = \Delta_2$ 。就是说这个刚架虽然有两个结点水平线位移（ Δ_1 和 Δ_2 ），但是独立的结点线位移只有一个。因此，确定结构的独立结点线位移，需要根据结构的具体情况而定。

下面再来讨论选取基本结构的问题。例如图1-5a所示刚架共有 θ_1 和 Δ （ $\Delta_1 = \Delta_2$ ）两个基本未知量。根据这些基本未知量，在选取基本结构时，除了应当在产生角位移的刚结点1处加上刚臂约束外，还要在结点1或2处加上限制水平线位移的链杆（链杆只限制结点线位移而不控制角位移），如图1-5b所示。这样就可以将杆1-3取成两端固定的单跨梁，

而将杆1-2取成1端固定、2端铰支的单跨梁,同时将杆4-2取成4端固定、2端铰支的单跨梁如图1-5b所示,这就是我们要取的基本结构。(基本结构中,还应注明原结构实际存在的 θ_1 、 Δ_2 ,这里从略)。

归纳一下上面所介绍的内容,我们知道:取位移法的基本结构的方法是:在有角位移未知量的刚结点处附加上刚臂约束,在有线位移未知量的结点处附加上链杆约束。这样做的目的是通过附加约束,使原结构的各杆成为各自独立的单跨梁。由上面的介绍还可以知道:基本结构的选取

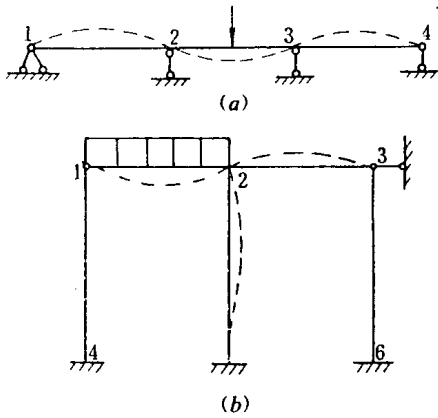


图 1-4

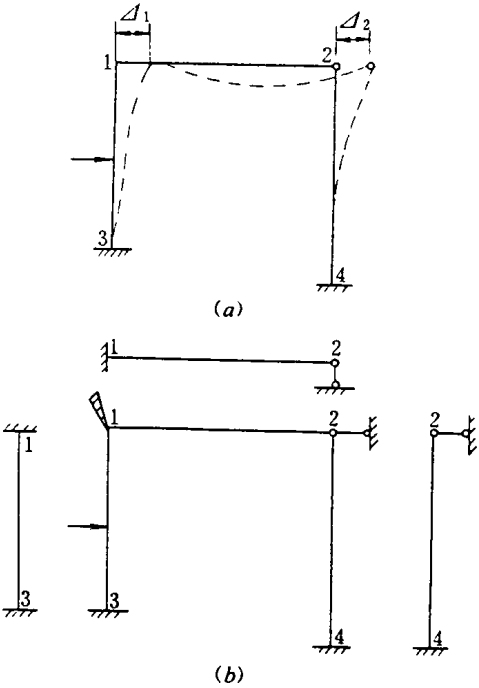


图 1-5

与所确定的基本未知量有着密切关系,有些什么样的基本未知量就应当选取与它们相应的基本结构,反过来,有什么样的基本结构也就知道原结构有些什么样的基本未知量。

在上面已经看到,对于图1-5a所示比较简单的结构,采用上面介绍的方法先确定它有哪些结点位移未知量,然后根据这些未知量附加相应的约束以取得基本结构,还是比较方便的。但是对于比较复杂的结构,要先确定位移未知量而后选取基本结构,有时是比较困难的。

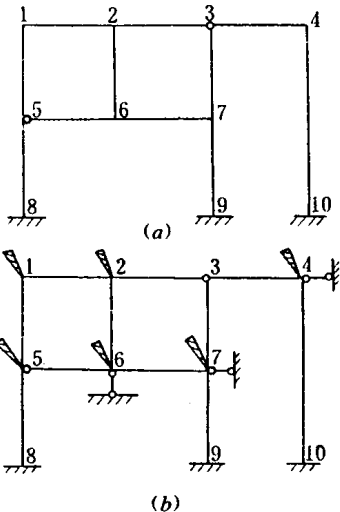


图 1-6

在这种情况下,可以将这两步合起来进行,即研究在原结构的结点上需要附加哪些约束才可以使原结构的各杆成为可定的单跨梁,这样,基本结构和基本未知量就同时确定了。例如,要为图1-6a所示的结构确定基本未知量和选取基本结构时,我们可以取1、2、3、4、5、6、7等点为结点。其中的1、2、4、5、6、7等点是刚结点(注意,其中的结点5,对杆5-1和8-5来说是刚结点,对杆6-5来说则是铰结点),所以在这些结点处都要附加刚臂约束;结点3是一个完全铰结点,它不能够保持转角的连续,即相交于这个结点的三根杆,在这点所产生的角位移可以是各不相等的,我们不取这样的角位移作为基本未知量,所以在结点3不需要附加刚臂约束。现在再考虑线位移。首先分析结点

4, 根据基本假定, 杆4-10的4端不会有竖向线位移, 但是可以有水平线位移, 为了使这个水平线位移不发生, 就需要在结点处附加一根水平链杆使它成为一个不动点。其次分析结点3, 因为4、9两点为不动点, 根据基本假定可以知道, 由杆9-3和杆3-4就可以使结点3成为不动点。再分析结点7, 可以看出它不会有竖向线位移, 但是可能有水平线位移, 所以需要加一根水平链杆予以控制。再分析结点6, 因为结点7是不动点, 有了杆6-7就可以使结点6不发生水平线位移, 但是还可以发生竖向线位移, 所以需要加一根竖直链杆予以约束。再分析结点2, 因为结点3和结点6都已经是不动点, 所以有了杆3-2和6-2就可以使结点2成为不动点。再分析结点5, 因为结点6和8都是不动点, 有了杆6-5和8-5就可以使结点5成为不动点。最后分析结点1, 因为结点2和5都是不动点, 有了杆2-1和5-1就可以使结点1成为不动点。这样我们在原结构上一共加了6个附加刚臂和3根附加链杆, 所以基本未知量是6个角位移和3个线位移, 所取的基本结构如图1-6b所示。最后应该复查一下, 在加了这些约束以后, 原结构的各杆是否都已经成为可定的单跨梁。由图1-6b中可以看出, 杆2-1、5-1、8-5、6-2、6-7、9-7和4-10都已经成为两端固定的单跨梁, 杆3-2、3-4、3-7和6-5都已经成为一端固定、一端铰支的单跨梁, 所以整个结构是可定的。

在位移法中, 为了计算上的方便, 我们对位移和内力的正负号重新作如下规定:

- (1) 角位移以顺时针转的为正, 反之为负。
- (2) 垂直于杆端的相对线位移以使杆绕另一端顺时针转的为正, 反之为负。
- (3) 杆端弯矩以顺时针转的为正, 反之为负。
- (4) 剪力以使杆作顺时针转的为正, 反之为负。
- (5) 轴力以拉力为正, 压力为负。

图1-7为根据上述规定作出的正向角位移 θ_A 和 θ_B , 正向相对竖向线位移 Δ_{AB} , 正向弯矩 M_{AB} 和 M_{BA} , 正向剪力 Q_{AB} 和 Q_{BA} 。需要注意的是: 这里对杆端弯矩的正负号规定, 是以是否绕时针方向转动为标准, 而以前的规定是以杆所产生的弯曲变形为标准的。

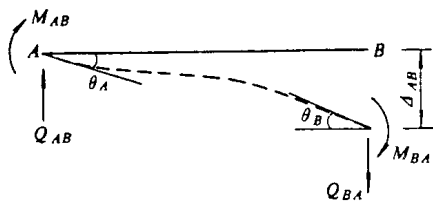


图 1-7

§ 1—3 结点无线位移的刚架计算

现以图1-8a结点无线位移刚架为例, 依据前述之原理, 进一步说明如何用位移法计算超静定结构。设该刚架各杆 $EI = \text{常数}$, $i = \frac{EI}{l}$ (i 称线刚度)。

解算此题可按下述几个步骤进行:

(1) 取基本结构: 此刚架只有一个刚结点1, 且无结点线位移。在铰结点2处的角位移, 可不当作未知量处理。因此, 其基本未知量只有一个, 相应的基本结构如图1-8b所示。

(2) 建立位移法方程:

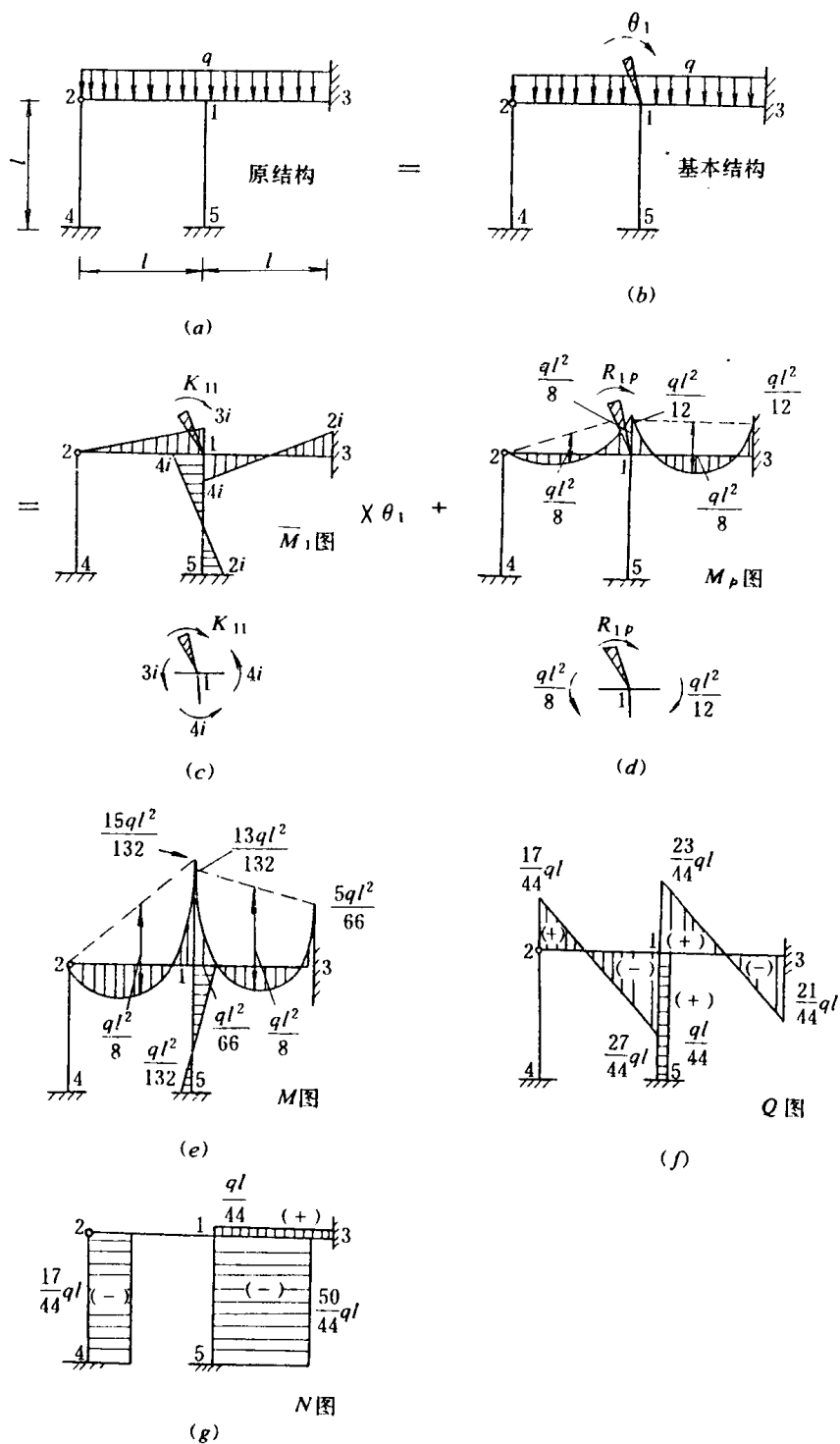


图 1-8

根据附加刚臂中反力矩应该为零的条件建立位移法方程，即

$$K_{11}\theta_1 + R_{1p} = 0$$

(3) 求系数和自由项：利用形、载常数表，分别作出基本结构在 $\theta_1 = 1$ 和荷载单独