

隔震技术的应用

王优龙 魏 璉 主编
李康祺 王文明

地 震 出 版 社

1 9 9 1

(京)新登字 095 号

内 容 提 要

减轻建筑物地震灾害的途径主要有两条路。一条路是地震预报,另一条路是隔震,即应用一定方法阻止地震能量传入建筑物,以此保护建筑物不受损害。

在隔震技术与理论研究方面,国外在70年代末,我国在80年代开始研究,目前已掌握了一些技术与经验。这些技术有些是成熟的,有些仍处在探索阶段。本文集选择了一些有代表性的文章编辑成册,供建筑抗震的工程技术人员研究、参考、使用,亦可供大专院校有关专业学生了解国内外隔震技术的最新发展与现状。

隔震技术的研究与应用

王优龙 魏 琰 主编
李康祺 王文明

责任编辑:李洪杰

责任校对:王花芝

*

地震出版社出版

北京民族学院南路9号

北京市丰台区丰华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

全国各地新华书店经售

*

787×1092 1/16 12印张 307千字

1991年9月第一版 1991年9月第一次印刷

印数 0001—3800

ISBN 7-5028-0522-2/TU·39

(910)定价: 8.50 元

目 录

前言

世界隔震技术的发展现状	王优龙(1)
钢筋混凝土预应力横缝摩擦减震剪力墙多层结构地震反应的计算方法	魏 璉等(9)
隔震技术及其在工程中的应用	张雪亮(23)
高层建筑结构抗震新体系	李康祺(32)
大型计算机设备隔震楼板	吴绮芸等(38)
悬吊质量结构的抗震计算及减震性能分析	王玉朋等(51)
建筑物的滑动隔震	李 立等(60)
高耸结构滑动减震的抗倾覆分析	李 立等(70)
砂层滑动隔震	王文明(99)
中间垫层桩基减震性能的分析与计算	孙建生等(110)
新型抗震耗能支撑试验研究	陈宗明等(119)
一种隔震房屋的试验研究	卫龙武(128)
吊重的减震性能研究	胡家华(134)
隔震建筑物的地震反应观测	和泉正哲(142)
加拿大康戈迭尔大学图书馆建筑中的抗震摩擦装置	A.Pall 等(176)

世界隔震技术的发展现状

王 优 龙

(中国石油天然气总公司)

一、引 言

在面临高科技工业的时代，工程建设所承担的社会责任越来越大。现在的抗震技术已不单纯为了确保大地震时建（构）筑物免遭破坏，它还应当保证建（构）筑物内的重要设备、仪表、贵重财产不受地震损坏，隔震技术就是适应这一需要而产生并发展起来的。

传统的抗震设计是利用材料的强度和结构构件的塑性变形能力来抵抗外来的地震力，使建（构）筑物不倒塌。隔震技术则是采用一种特殊的措施来隔离地震对上部结构的影响，使建（构）筑物在地震时只产生很小的振动，这种振动不致造成结构和设施的破坏，还能保证结构物上的重要设备、仪表的正常运行。随着地震实例对这种技术的检验，愈来愈看出隔震装置无比的优越性。本文将向读者介绍隔震技术的发展过程、隔震技术的原理、方法、应用范围和通用的隔震装置性能。

二、隔震技术的发展概况

1906 年美国旧金山发生了大地震，1909 年一位在美国居住的英国籍医生，利用滑石以滑动建筑物的构思在美国获得了许可；1923 年日本发生了关东大地震，1924 年日本的山下兴家氏和鬼头健三郎氏两人分别以弹簧及球体隔震方法取得了专利。1933 年美国首先提出了柔弱底层的减震构想，1934 年日本的真岛教授也提出了类似设想，将一楼与二楼在结构上分开，二楼的结构以柔弱柱支承以达到减震的目的。1965 年日本的松下清夫与和泉正哲教授在新西兰举行的第三次世界地震工程会议上提出以摇动球座装置进行隔震，这篇文章是世界上首次以解析方法论证隔震构造的文章。

采用隔震技术建造建筑物在国外已有很多实例。如瑞士人利用橡胶支承垫于 1969 年在南斯拉夫建造了一所小学；1974 年新西兰人采用多种耗能器在新西兰首都惠灵顿的惠拉姆—卡立顿筹划建造一座四层办公大楼，该楼于 1982 年建成；1981 年日本松下教授利用双重柱为隔震装置建成了东京理科大学一号馆；1985 年美国采用隔震技术建成了加州圣伯纳丁诺司法事务中心；1986 年日本东京又建成了一座五层隔震高技术中心；1986 年新西兰又利用隔震装置建成十层联合大楼。

1970 年后多层橡胶支承垫开发成功。南非和法国一些核能电厂采用了多层橡胶垫；1982 年在新西兰的一座建筑上首次采用含铅心的多层橡胶支承垫；1985 年在美国加州采用了高阻尼多层橡胶支承垫。新西兰、美国、日本在桥梁中也广泛采用隔震技术，日本已将隔

震设计纳入建筑设计指南中，取得了合法地位。

中国的隔震研究开始于 70 年代，真正用于工程上还是 80 年代的事。李立教授多年研究砂垫层隔震并在北京建成了一座四层隔震楼房；魏琰教授研究了预应力横缝摩擦剪力墙的层间结构，并提出了有关参数的计算公式。计算结果表明，摩擦缝的滑动能明显消减地震荷载；李康祺高级工程师提出了剪力墙式框架耗能杆件的新思维，试图用次要杆件先出现塑性铰而耗能来避免主体结构的破坏，这项大型试验正在西安冶金学院进行。从这些研究发展趋势看，隔震方法是多方面的，它具有广阔的发展前途，是今后抗御地震的发展方向。

三、隔震技术的原理和设计方法

建筑物在地震、强风、机械振动等外力作用下产生振动，采用隔震技术的目的就是使建筑物在任何外振动力作用下有一个无振动空间，从而降低作用在建筑物上的地震力和振动水平力。就地震而言，可以将建筑物与地基用隔震装置隔开，使地面运动的地震能量直接由基础的隔震支座和耗能装置所吸收，建筑物相对不受影响，从而达到抗御地震的目的。目前隔震方法可归纳为 16 类，如图 1 所示。

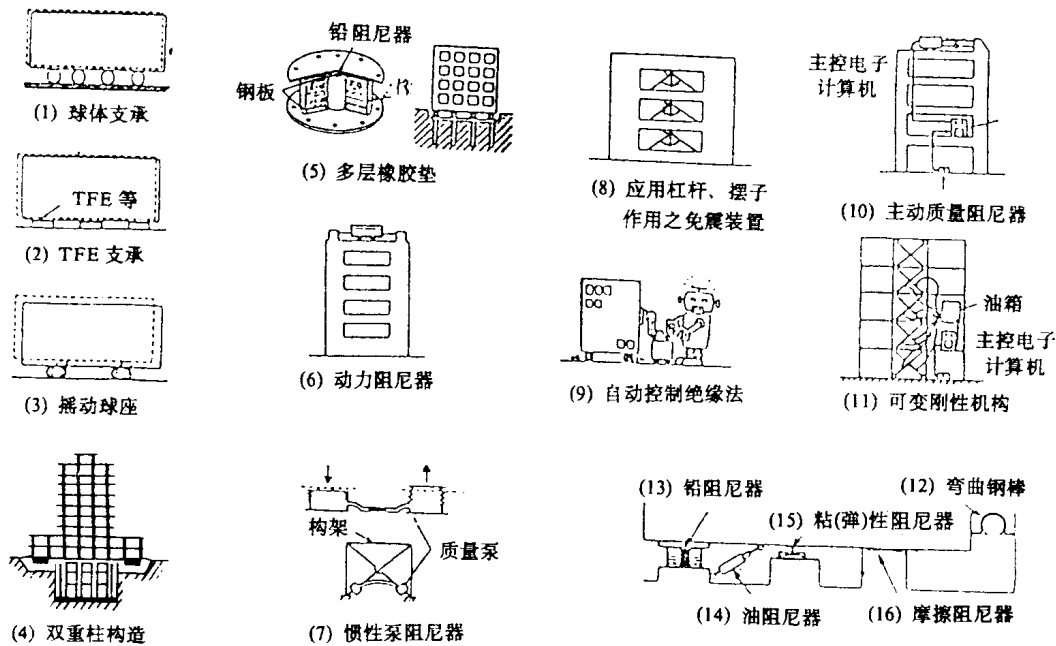


图 1 隔震方法分类

(一) 基础隔震的基本原理

目前基础隔震装置采用的形式大多为滑动方式或弹性支承方式，两种形式见图 2。从图中可见，滑动方式方法简单，但大地震时建筑物会产生大位移，适用性较差，因此目前开发的隔震构造多以弹性支承方式为主。需要注意的是：由于地震动引起结构物上下垂直振动比

水平振动要小，如果将上下垂直振动的柔度增大，有可能诱发摇摆振动，因此隔震装置隔离构件应以上下方向刚度极大而水平方向柔软的材料最适合。目前各国采用的材料中，以钢板与橡胶交互夹层相接的多层橡胶垫最为普遍。

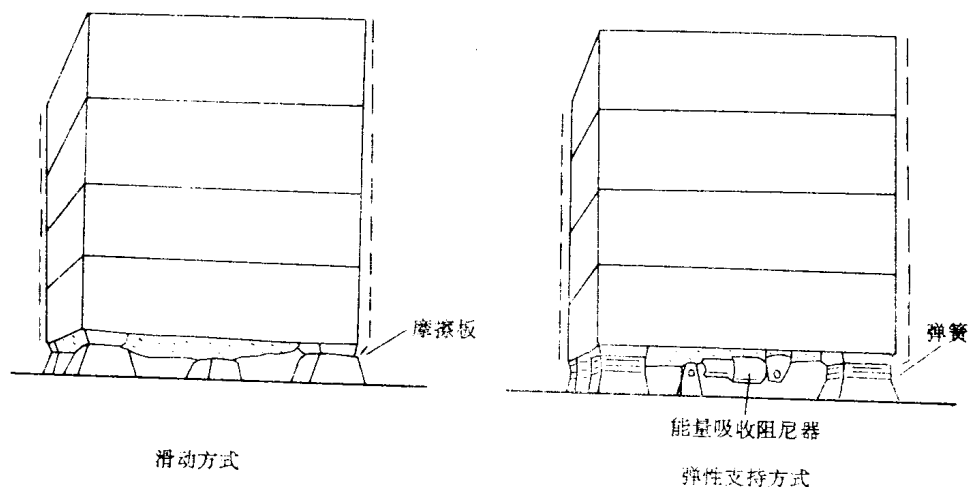


图2 基础隔震形式

由于在地震动过程中常含有长周期成分，所以单靠橡胶垫来抑制振动效果不佳，为弥补这个缺陷，隔震结构常并用阻尼器（Damper）来抑制振幅。多层橡胶支承垫与各种形式的阻尼器的组合，一方面能使结构物的周期变长从而降低了地震力，另一方面又通过阻尼器吸收地震能量，减少基底可能产生的位移。

（二）隔震结构设计概念

由于隔震结构使建筑物的地震力大大降低，各楼层间的相对变形变小，故其设计重点不再是传统的增加结构材料强度和改善变形能力，而是把上部结构作为一个刚体，这个刚体必须在振动时具备足够的刚度。为确保这种结构的安全可靠，设计人员必须对隔震结构进行动力反应分析。

由于建筑物的地震力降低、层间变位变小，所以设计时的自由度便相对增高，结构物中的次要构件及设备管道均可以大为简化，这就是隔震结构设计的新概念。

不管是通过试验还是实际地震的验证，都可以得出一个共同的结论，即有隔震装置的建筑物和没有隔震装置的建筑物在地震动作用下，层间变位和加速度完全不一样，其变化情况见图3。从图3可看出隔震建筑物不管是变位还是加速度都是变化很小的；非隔震建筑物不管是层间变位还是加速度都是愈向上愈大。隔震建筑的优越性是显而易见的。

（三）常用的隔震装置介绍

1. 多层橡胶垫

多层橡胶垫安装在建筑物与基础之间，它支持着建筑物的全部荷重，故要求垂直方向的刚度很大，即沉陷压缩量很小。为了使建筑物的周期变长，又必须使多层橡胶垫的水平刚度

变小，因为水平刚度减小后，建筑物的加速度反应随之减小，但变位的反应反而变大。因此，多层橡胶垫必须具有充分的变形能力。就是在大变形的情况下也能支承上部建筑物的重量。为了抑制过大的变形，常常配用阻尼器以吸收振动能量。

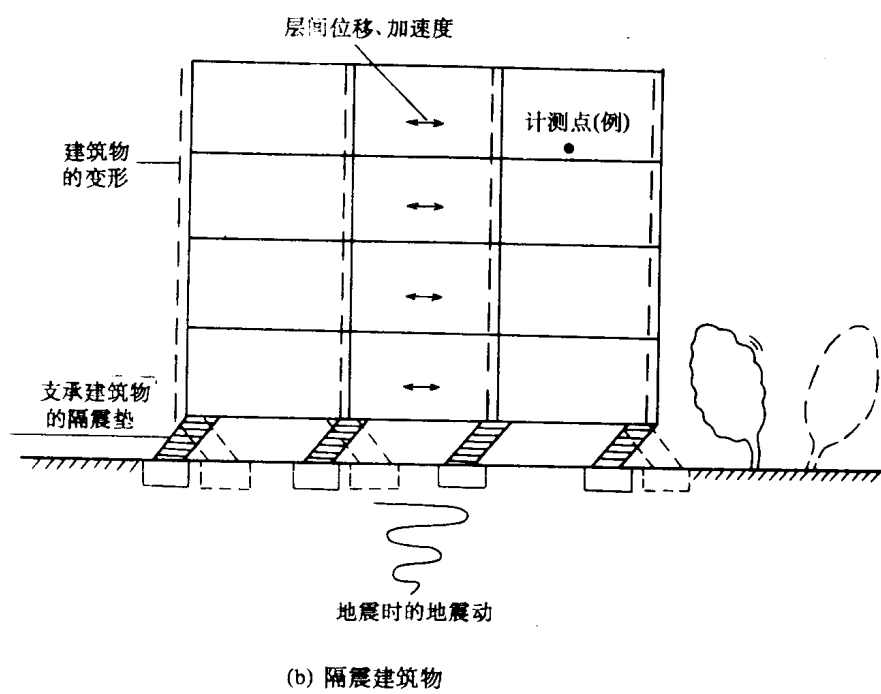
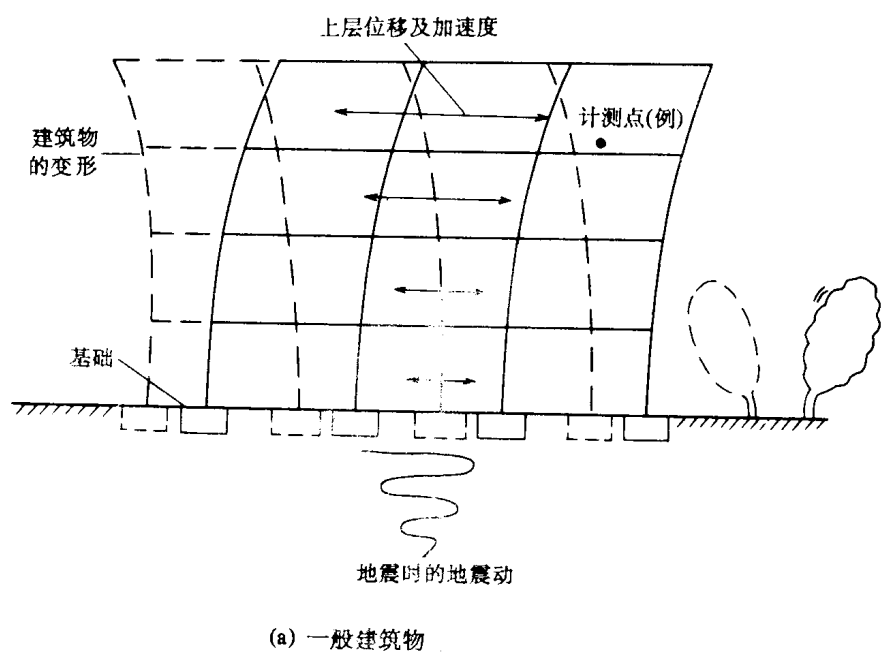


图3 建筑物变位及加速度变化情况

由于橡胶在卸荷后具有恢复原状的性质，故多层橡胶垫经历大变形后，仍可借自身的恢复力使建筑物恢复到原来的位置。

多层橡胶垫是由钢板与橡胶逐层接合而成。由于加入钢板，它可有效地束缚垂直方向的体积变化而不约束水平方向的变形，也就是垂直刚度增大、水平刚度变小。多层橡胶垫直径约 30cm 至 100cm，每个支承荷重可由 50t 至 500t 大直径的可支承 700t 以上。多层橡胶垫变形原理见图 4。

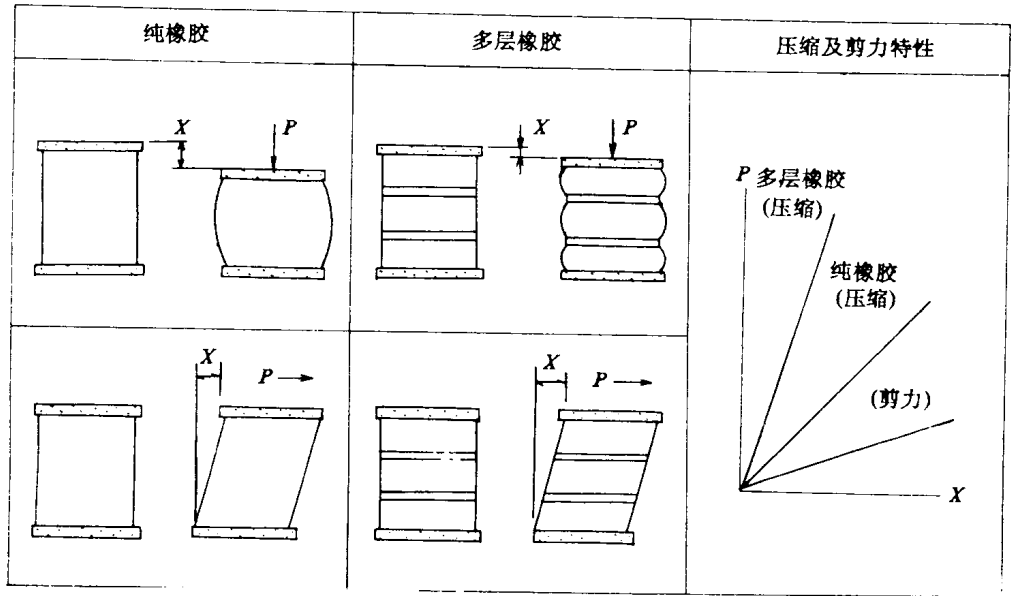


图 4 多层橡胶的原理

目前在日本开发应用的橡胶垫有三种，现介绍如下：

标准多层橡胶垫：它是由薄橡胶片与薄钢板间层重叠加热加压而成一整体。与单体橡胶相比，多层橡胶垫具有很强的垂直支承力，而在水平方向又保持了橡胶的柔性，在支承上部结构重量的同时还能把地震产生的摇摆变成缓慢的运动。

高阻尼多层橡胶垫：即把具有高阻尼性能的橡胶使用在多层橡胶中。这样制成的多层橡胶，一方面可支承上部结构重量，同时又具有吸收地震能量的作用。

加铅的多层橡胶垫：即把铅注入多层橡胶中心，使隔震装置一体化。铅销子在地震时可吸收地震能量，同时还可使建筑物返回原来位置。

2. 阻尼器

阻尼器是吸收地震能量抑制变形的装置。目前国际上广泛用于工程上的阻尼器有：钢棒阻尼器、粘性阻尼器、摩擦阻尼器和铅阻尼器。这几种阻尼器应用的部位见图 5，三种阻尼器的恢复力特性见图 6，多层橡胶垫加各种阻尼器的组合恢复力特性见图 7。

以上几种阻尼器的特点介绍如下：

钢棒阻尼器：利用钢材的弹塑性来吸收地震能量，特殊的钢棒与特殊的轴承组合可开发出 40cm 变形能力的高性能阻尼器。

粘性阻尼器：利用粘性液体来抵抗吸收地震能量。这种阻尼器对中小地震是有效的。

摩擦阻尼器：又叫摩擦缓冲器。它是由钢板组成，上下板固定在基础一侧，中板固定在建筑物一侧。由于地震力作用，使这些钢板发生回转运动，由于摩擦力的作用使相互间的运动受到抑制。

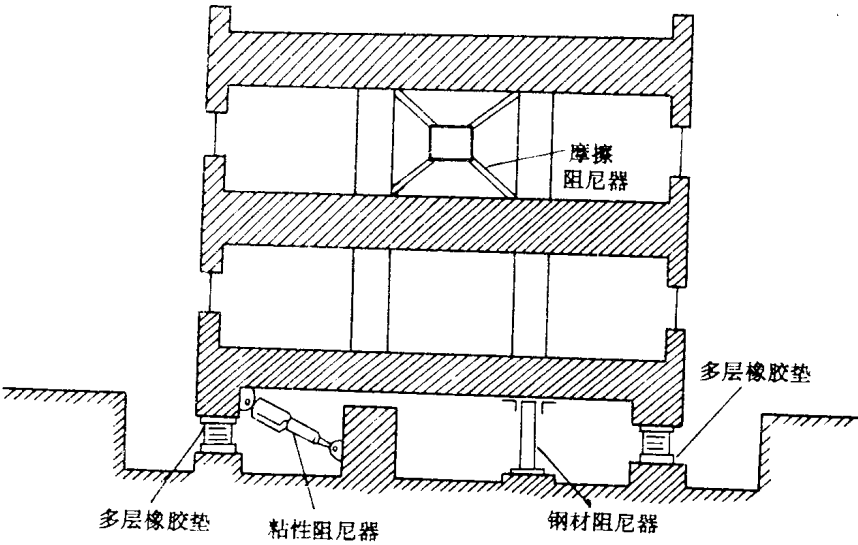


图 5 阻尼器种类

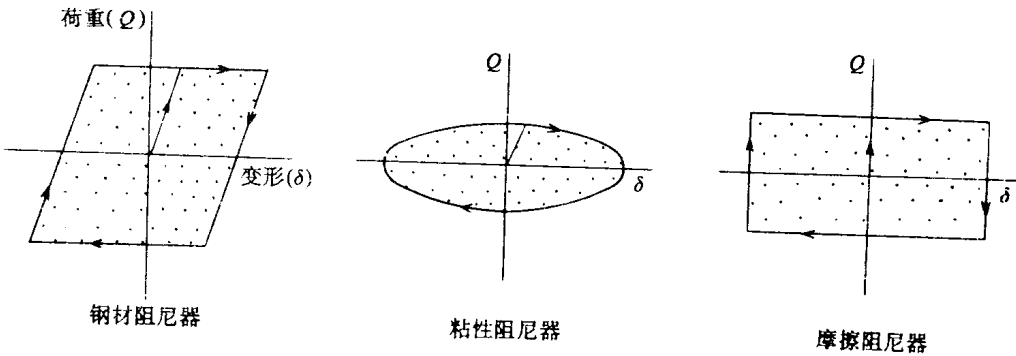


图 6 恢复力特性

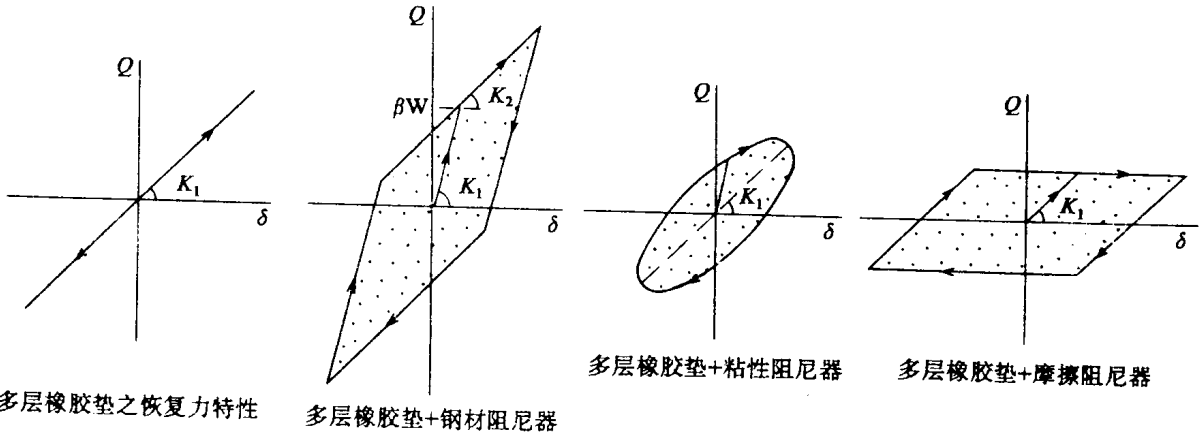


图 7 隔(减)震装置恢复力特性

铅阻尼器：完全用铅棒制成的阻尼器可用来抑制较大变形，吸收地震能量。

四、隔震技术的应用范围

隔震技术应用范围是相当广泛的，特别是工业比较发达的国家尤为如此。归纳起来已采用隔震装置的领域大致有以下几个方面：

- (1) 核能电厂及相关设施；
- (2) 变电所、加压站等设施；
- (3) 电子计算机中心、雷达站等设施；
- (4) 尖端、精密仪表工业，如半导体工厂、精密机床等；
- (5) 大型公共建筑如医院、教学楼、办公楼、俱乐部、通讯楼等；
- (6) 博物馆、美术馆、纪念馆等文物设施；
- (7) 制造或贮存化学药品、有毒物质、危险物品的工程设施；
- (8) 交通振动、机器振动直接受害的建筑物；
- (9) 生命线系统工程中的重要建筑物；
- (10) 桥梁、储罐、水塔及设备。

五、对隔震技术发展方向的预测

笔者在 1988 年提出过一个设想，即“走抗震与隔震相结合的道路”。时间已过去两年了，在中国已经有愈来愈多的人开始研究隔震技术，有的学者在某一结构体系上采用抗震措施的同时又人为地设计了具有隔震效果的杆件，这说明采用多种方法抗御地震已成为当今世界共同的发展趋势。

目前隔震技术尚未全面推广的主要障碍是造价问题。隔震装置的造价相当于一层钢筋混凝土结构的造价，也就是说，采用隔震装置的造价相当于总造价的 15—20%。如果造价降下来，隔震技术将会得到迅速发展。

中国和日本、美国、新西兰等国不仅国情不一样，经济实力也相差甚大，甚至建筑材料也不相同。例如在日本砖石结构已经绝迹，但在中国仍广泛采用秦砖汉瓦。外国首先在建筑物上采用隔震装置，而我们中国在大量砖混结构房屋上推广这一技术就不现实。当前我们迫切需要解决的重点似应在以下几个方面：

1. 贵重浮放设备的隔震

我国大量贵重浮放设备均没有防震措施。当遭受破坏性地震时，放置在地面、楼层面或楼层的台面上的仪器设备可能移动，相互碰撞以致坠落损坏、丢失珍贵得数据、影响正常的生产，甚至会造成不可挽回的损失。隔震技术用于这些浮放设备，能保持地震时相对不动而使这些浮放设备在地震时完整无损。人所共知，有些设备的造价比一座建筑物要贵得多。设备损坏造成停产，损失是无法计算的。

2. 计算机楼板需要隔震

随着现代化工业的发展，大型计算机中心相继一个个建成，但是放置计算机软硬件的楼板并不隔震，楼板的架空层都是积木式的活动楼板，一旦有震，机件的倒塌碰撞将不可避免，所以采用隔震楼板是保证计算机重要部件在地震时不受损坏、数据不丢失的重要措施。

中国建研院抗震所和中国石油天然气总公司物探局共同开发的计算机隔震楼板值得推广。

3.高烈度区生命线系统中的重要建筑物可以采用基础隔震装置

上面介绍的各种多层橡胶垫和各种阻尼器都是成熟的技术。但是全靠引进不行，少量引进，立足自己研制是正确的方向。在认真消化吸收国外的先进隔震技术的同时，要创制出中国自己的隔震技术来。如李立教授等研制的砂垫层隔震、魏琰教授等研制的滑动摩擦耗能减震方法都是大有可取之处的。

4.要突破目前隔震结构使用上的局限性

目前日本采用隔震装置的建筑物均在 30m 高度以下，建筑物基本周期控制在 4s 以内，地基都比较好。超高层建筑、软弱地基上如何采用隔震技术尚无研究。如何有针对性地研究这类问题，大有探讨的必要。

隔震技术是世界的发展趋势，中国不久的将来定会出现各种类型的隔震装置。隔震的优越性不仅在国外得到检验，也一定会在中国大地上得到体现。

钢筋混凝土预应力横缝摩擦减震剪力墙 多层结构地震反应的计算方法

魏 璉 姜敬凯 刘振昌

(中国建筑科学研究院)

李 郢 宋瑞华

(北京市建筑设计院)

一、引 言

预应力横缝摩擦减震剪力墙(简称摩擦剪力墙)是一种不同于传统构造的新型剪力墙。它以竖向预应力为手段,在墙板顶面与梁底接缝处做成一条水平摩擦缝,在地震作用下,通过依靠摩擦缝的往复滑动并借助框架柱的良好变形能力,可大大地耗散地震能量,提高结构抗震能力,达到抗震的目的。

这种结构型式在摩擦缝滑动前,如同整体剪力墙结构那样工作,而在强烈地震作用下,一旦地震剪力超过了缝中的摩擦力,则可利用摩擦缝的滑动,使框架柱产生变形,以耗散地震能量。因而,这种结构既具备剪力墙强度高、刚度大的优点,又具有框架延性较好、变形能力较大的长处,特别是通过预应力取值的调整能控制摩擦缝的滑动剪力,从而在抗震设计上具有较大的适应性。试验证明,这种结构的抗震性能是优越的^(1,2)。

为了在工程中逐步推广应用这种新型结构,及时研究解决这类结构地震反应的计算问题是必要的。本文以试验结果为依据,提出了预应力横缝摩擦剪力墙层间结构的退化多段折线型恢复力曲线,并给出了有关参数的计算公式,在此基础上建立了这类结构(包括剪切型与弯剪型)地震反应的计算方法。

文中附有算例说明计算方法的应用。计算结果有助于阐明这类结构抗震时的受力与变形特性及其优点。

二、层间摩擦滑动结构的恢复力模型及参数计算公式

为了建立预应力横缝摩擦剪力墙结构的抗震计算方法,首先需确定层间摩擦滑动结构的合理恢复力计算模型。本文依据文献[1]的试验结果提出了一个理想的退化多段折线型恢复力模型,同时给出相应的参数计算公式。

试验表明^(1,2),当层剪力达到一定值时,摩擦缝将产生滑动,它并能随着反复力的作用而反复滑动,其力与位移的关系类似于一般弹塑性结构构件的滞回曲线,但有其自身的特

点。现拟分成三个阶段来描述其主要特征:

(1) 摩擦缝滑动前: 这时外力作用下在接缝内产生的剪力小于缝中的摩擦力, 摩擦缝不滑动, 整个结构处于弹性状态, 力与位移呈线性关系。

(2) 摩擦缝开始滑动: 当外力使摩擦缝处的剪力达到了缝内由竖向预应力及垂直荷载产生的摩擦力时, 摩擦缝开始滑动。

在滑动开始后, 随着力的继续增大, 框架柱的变形就逐步发展。由于这时结构的变形实际就是框架柱的侧移, 因而整个结构的刚度明显下降, 但框架仍处于弹性状态工作, 这样一直到框架出现开裂。

框架柱开裂后, 荷载可能继续增大, 框架变形继续增长, 逐步发展到屈服。在这一过程中, 结构的刚度进一步下降。如果这时发生外荷的卸载, 结构的刚度与初始刚度接近, 直至反向滑动开始, 这时缝中的剪力 (反向) 达到缝中的摩擦力。

(3) 框架进入屈服: 这时外力不再增长, 而框架变形尚能继续发展, 力与位移的关系近似呈一水平直线。此时如卸载至零将发生一定的残余变形, 但卸载时的结构刚度仍与结构初始刚度相接近, 继续反向加载, 很快结构即发生反向的摩擦缝滑动, 其位移轨迹明显指向上次经历的位移最大点。

综合以上诸特征, 结构的恢复力模型可采用图 1 所示的退化多段折线型形式, 各转折点的参数可用以下公式计算:

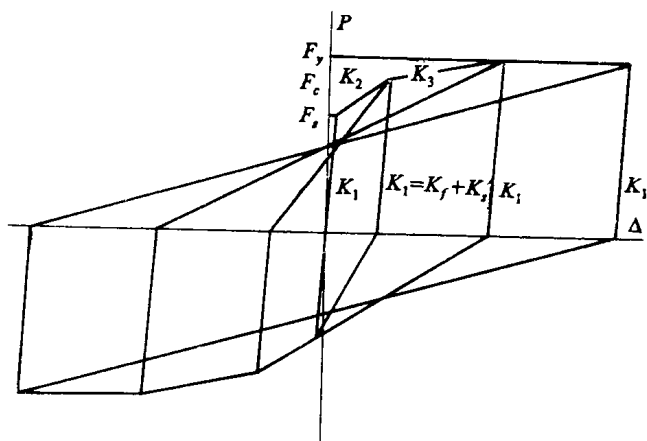


图 1 层间滑动结构恢复力模型

K_1 为墙体滑动前结构整体的层侧向刚度; K_2 为墙体滑动后, 框架柱开裂前结构整体的层侧向刚度; K_3 为墙体滑动、框架开裂时结构整体的层侧向刚度; F_s 为对应于墙体开始滑动时的层滑动强度; F_c 为对应于框架开裂时的层开裂强度; F_y 为对应于框架屈服时的层屈服强度

(1) 摩擦缝开始滑动时的水平力 F_s 为

$$F_s = \mu(N + N_L) + K_f \Delta_s \quad (1a)$$

或

$$F_s = \mu(N + N_L)(1 + K_f / K_s) \quad (1b)$$

式中, Δ_s ——摩擦缝滑动时的位移;

K_f ——框架弹性刚度;

μ ——摩擦缝的摩擦系数;

N ——竖向预应力;

N_L ——竖向荷载;

A_s ——墙板横截面面积;

I_s ——墙板横截面惯性矩;

K_s ——墙板剪切刚度;

K_1 —— $k_1 = k_s + k_f$ 。

$$\Delta_s = \frac{\mu(N + N_L)}{K_s} \quad (2)$$

$$K_s = \frac{2.4EI_s A_s}{H(7.0I_s + H^2 A_s)} \quad (3)$$

(2)层开裂强度

$$F_c = \mu(N + N_L) + K_f \Delta_c \quad (4a)$$

或

$$F_c = \frac{\Sigma M_c}{H} + F_s - K_f \Delta_s \quad (4b)$$

式中, ΣM_c ——柱上下端截面抗裂弯矩和;

H ——柱净高。

$$\Delta_c = \frac{\Sigma M_c}{H \cdot K_f} \quad (5)$$

$$K_1 = \frac{F_c - F_s}{\Delta_c - \Delta_s} \quad (6)$$

(3)层屈服强度

$$F_y = \frac{\Sigma M_y}{H} + F_s - K_f \Delta_s \quad (7a)$$

或

$$F_y = \frac{\Sigma M_y}{H} + \mu(N + N_L) \quad (7b)$$

式中, ΣM_y ——柱上、下端屈服弯矩和;

H ——柱净高;

K_f ——框架层间刚度。

屈服点的位移

$$\Delta_y = \frac{\Sigma M_y}{H \alpha_y K_f} \leq \left(\frac{1}{80} - \frac{1}{100} H \right) \quad (8)$$

式中,

$$\alpha_y = 0.035(1 + a/h) + 0.27\% + 1.65n\mu \quad (9)$$

$$n = E_g / E_h;$$

$$\mu = A_g / b_h;$$

a/h —— 剪跨比;

E_g, E_h —— 钢筋与混凝土的弹性模量;

A_g —— 受拉钢筋截面积。

这一阶段的结构刚度

$$K_2 = \frac{F_y - F_c}{\Delta_y - \Delta_c} \quad (10)$$

柱截面的抗裂弯矩 M_c 及屈服弯矩 M_y 可按有关规范公式计算。

三、结构地震反应计算方法

将建筑的质量集中于各楼层，于是结构可化为图 2 所示的多质点体系。

1. 多层剪切型结构

当结构层数不多时，可近似地将结构当作剪切型体系来处理，结构的振动方程为⁽³⁾

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = -[M]\{\ddot{u}_0\} \quad (11)$$

式中，

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & m_2 & \\ 0 & & \ddots \\ & & & m_N \end{bmatrix} \quad (12)$$

为质量矩阵， N 为楼层数。

$$\{\dot{X}\}^T = \{\dot{X}_1, \dot{X}_2, \dots, \dot{X}_N\} \quad (13)$$

$$\{\dot{X}\}^T = \{\dot{X}_1, \dot{X}_2, \dots, \dot{X}_N\} \quad (14)$$

$$\{X\}^T = \{X_1, X_2, \dots, X_N\} \quad (15)$$

分别为质量加速度、速度及位移向量。

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & & & \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & & \\ & k_{32} & k_{33} & k_{34} & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & k_{N-1,N-2} & k_{N-1,N-1} & k_{N-1,N} \\ & & & & k_{N,N-1} & k_{NN} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中，

$$\begin{aligned}
k_{j-1,j} &= -k_j \\
k_{jj} &= k_j + k_{j+1} \\
k_{jj+1} &= -k_{j+1}
\end{aligned}
\tag{17}$$

阻尼矩阵为

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \tag{18}$$

式中, α 、 β 为常数, 可以直接给出, 也可以用任意两阶振型的阻尼比 ζ_i 、 ζ_j 而反算出其值, 如下式所示:

$$\alpha = \frac{\zeta_j \omega_i - \zeta_i \omega_j}{\omega_i^2 - \omega_j^2} \omega_i \omega_j \tag{19}$$

$$\beta = 2 \frac{\zeta_j \omega_i - \zeta_i \omega_j}{\omega_i^2 - \omega_j^2} \tag{20}$$

一般可用一、二振型的 ζ 及 ω 值计算。

$\ddot{u}_0$ ——输入地震加速度。

2. 多层剪弯型结构

当结构层数较多, 墙体的弯曲变形不能忽略时, 可按剪弯型结构处理, 结构的振动方程为

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = -[M]\{\ddot{u}_0\} \tag{21}$$

式中, 刚度矩阵 $[K]$ 为下述两个矩阵之积。

$$[K] = [\beta_{ij}]^{-1} \cdot [\alpha_{ij}] \tag{22}$$

其中

$$\alpha_{ii} = -\frac{A_{i+1}}{H_{i+1}} + \frac{B_i}{H_i} \quad (i \neq N) \tag{23}$$

$$\alpha_{nn} = \frac{B_n}{H_n} \tag{24}$$

$$\alpha_{i,i-1} = -\frac{B_i}{H_i} + \frac{C_{i-1}}{H_{i-1}} \quad (i \neq 1) \tag{25}$$

$$\alpha_{i,i-2} = -\frac{C_{i-1}}{H_{i-1}} \quad (i \geq 3) \tag{26}$$

$$\alpha_{i,i+1} = \frac{A_{i+1}}{H_{i+1}} \quad (i \neq N) \tag{27}$$

$$\beta_{ii} = E_i + F_{i-1} \quad (i \neq 1) \tag{28}$$

$$\beta_{1,1} = E_1 \tag{29}$$

$$\beta_{i,i-1} = F_{i-1} \quad (i \neq 1) \tag{30}$$

$$\beta_{ij} = D_{i+1} + E_i + F_{i-1} \quad (j > i, i = 2, \dots, N-1) \tag{31}$$

$$\beta_{1j} = E_1 + D_2 \quad (j \geq 2) \quad (32)$$

其余的 α_{ij} , β_{ij} 均为零。

$$A_i = \frac{1}{1 + 2\gamma_{i-1}} \cdot \frac{K_i}{K_{i-1} + K_i} \quad (33)$$

$$B_i = \frac{K_i}{K_{i-1} + K_i} \cdot \frac{1}{1 + 2\gamma_i} + \frac{K_i}{K_i + K_{i+1}} \cdot \frac{1}{1 + 2\gamma_i} - \frac{2}{1 + 2\gamma_i} \quad (i \neq 1) \quad (34)$$

$$B_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2} \cdot \frac{1}{1 + 2\gamma_1} - \frac{2}{1 + 2\gamma_1} \quad (35)$$

$$C_i = \frac{K_i}{K_i + K_{i+1}} \cdot \frac{1}{1 + 2\gamma_{i+1}} \quad (i \neq N) \quad (36)$$

$$D_i = \frac{1 - \gamma_i}{K_i + K_{i+1}} \cdot \frac{1}{1 + 2\gamma_{i+1}} \cdot \frac{H_i}{6E} \quad (37)$$

$$E_i = - \left(\frac{1 - \gamma_i}{1 + 2\gamma_i} \cdot \frac{1}{K_i + K_{i-1}} + \frac{1 - \gamma_i}{1 + 2\gamma_i} \cdot \frac{1}{K_i + K_{i+1}} + \frac{1}{K_i} \right) \cdot \frac{H_i}{6E} \quad (i \neq 1) \quad (38)$$

$$E_1 = - \left(\frac{1 - \gamma_1}{1 + 2\gamma_1} \cdot \frac{1}{K_1 + K_2} + \frac{1}{K_1} \right) \cdot \frac{H_i}{6E} \quad (39)$$

$$F_i = - \frac{1 - \gamma_i}{K_i + K_{i+1}} \cdot \frac{1}{1 + 2\gamma_{i+1}} \cdot \frac{H_i}{6E} \quad (i \neq N) \quad (40)$$

式中, $\gamma = 6EI_i / GA I_i^2$ 。

阻尼矩阵[C]可近似取为瑞雷阻尼形式, 参见式 (18)。

当由方程 (21) 解得位移向量 {X} 后, 各楼层处之转角 θ_i 及弯矩 M_i 均可方便求出, 于是各楼层的剪力按下式计算

$$Q_i = - \frac{M_i + M_{i-1}}{H_i} \quad (41)$$

也可直接由侧力平衡条件求出层剪力 Q_i

$$Q_i = - \sum_{j=i}^N M_j \ddot{X}_j \quad (42)$$

对于摩擦缝可能产生滑动的楼层, 其力-位移关系需采用图 1 所示的曲线, 在不同的受力阶段, 须采用不同的剪切刚度值。由于摩擦缝的滑动大大消减了地震荷载, 可以近似认为结构的弯曲变形是处于弹性阶段, 其刚度在整个计算过程中维持不变, 这样计算得到了很大的简化。

3.微分方程的近似解法

鉴于摩擦缝滑动楼层的剪切刚度在强烈地震过程中不断改变, 需不断判断并调整取值, 因而方程 (11)、(21) 必须采用步步积分法进行求解。为了便于求解, 将式 (11) 的全量微分方程组改写为半增量形式的微分方程组, 得: