

合成板、夹层板与整体板 的强度计算原理

吴 鸿 遥 编著

725403

国防工业出版社

725408

V214/10

合成板、夹层板与整体板 的强度计算原理

吴鸿逵 编著

HK20112



C0062391

国防工业出版社

内 容 简 介

本书主要介绍纤维增强叠层合成板、各种夹层板以及整体壁板的弹性静力学计算原理。纤维增强叠层合成板是正交各向异性的。本书就从讨论正交各向异性板出发，在扼要地介绍了这种合成板的计算方法以后，逐条地放弃对正交各向异性板所作的有关假定，渐次深入地探讨各种夹层板的计算方法。最后以各向异性板、蜂巢夹层板及波形夹层板为基础，探讨整体壁板的强度计算原理。

本书以材料力学，弹性力学和薄板力学为基础。可供广大从事结构、强度以及力学方面工作的科研、设计和教学人员以及正在学习这方面课程的大学高年级学生参考。

合成板、夹层板与整体板的强度计算原理

吴鸿鹄 编著

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

787×1092 1/32 印张 7 5/8 165千字

1989年1月第一版 1989年1月第一次印刷 印数：00,001—1,530册

ISBN 7-118-00282-8/V28 定价：3.99元

序 言

叠层合成板、夹层板和整体壁板都是近代发展起来的比较先进的结构形式。它具有重量轻，刚度高，表面光洁度好以及抗疲劳特性强等优点，为近代工业，尤其是航空、航天工业所乐于采用。随着制造技术的不断提高，并作为受力构件被广泛使用后，就必须对它们的力学特性作深入地探讨、研究，以提高设计水平，保证使用中间安全可靠。本书就是试图从这一角度作一些贡献——介绍这几种板件的力学原理。这几种板件的力学问题涉及的方面很多，本书仅就其弹性静力学问题进行阐述。

这三种板件虽然在构造与制造方面差异很大。但其力学分析方法，正如本书简介中提过的，就整个板而言，或是说从整体、从宏观上看，是相通的，都是传统的力学分析方法的进一步推广和发展。而且其中一种板的处理方法与计算结果常可以为它种板所借鉴与利用。因此，我把它写在一本书里，并就同样的受载情况与支持状态对不同板进行计算，以便相互对照、比较，取得举一反三的效果，使读者全面地系统地了解它们。

从局部，或说是从“微观”上分析，这几种板虽然各有各的特点，互不相同，但就其所提出的问题以及解决问题的途径来说，也还是有相似之处的，甚至是相同的。因此同时论述这几种板也还是有一定好处的。本书将分别针对纤维增强叠层合成板、蜂巢夹层板、波形夹心板、型材夹心板以及

几种整体壁板所共同存在的两个主要局部问题——由局部构件的力学特性推算出整块板的刚度性能，以及局部失稳问题，在几章中进行阐述。

本书以材料力学、结构力学、薄板力学为基础。凡是在这些学科中详细讨论过的问题，这里不再重述，并直接引用其结果。

由于本书涉及面广，所用符号较多，凡是力学上通用的就在文前的符号表中统一加以说明，在文中不再一一解释。

为便于读者解决实际设计分析问题，尽可能多地给出了一些数据、曲线与公式。但由于篇幅有限，无法给得太多。为弥补此项不足，在本书末尾以参考文献的形式推荐与介绍了一些有价值的工具性资料及书籍，可供参考。

由于笔者能力水平有限，书中错误不当之处在所难免，请读者给予帮助指正。

在本书编著过程中，承蒙西北工业大学黄玉珊老师和中国科学院柳春图同志提出了许多宝贵意见，并给予了热情的帮助和指教，在此表示衷心的感谢。此外对我校力学教研室给予的支持以及曹明同志协助绘图也表示衷心感谢。

北京工业大学 吴鸿遥

目 录

符号表	1
第一章 合成板	4
§ 1-1 合成板的构造、种类与特点	4
§ 1-2 正交各向异性弹性	5
§ 1-3 正交各向异性板的基本方程	7
I 平衡方程	7
II 能量方程	12
§ 1-4 正交各向异性板的静力学平衡理论 (弯曲)	13
I 双三角级数法 (纳维尔法)	14
II 单三角级数法 (莱威法)	15
§ 1-5 正交各向异性板的静力学稳定性理论 (纯 弯屈曲)	19
I 单轴向受压	20
II 双轴向受压	24
III 受剪	25
IV 受压与剪联合作用	28
§ 1-6 纤维叠合合成板的折合模数	28
I 沿纤维方向的折合杨氏模数 E_x	28
II 垂直于纤维方向的折合杨氏模数 E_y	29
III 折合主波柔比 ν_{xy}	33
IV 折合剪切模数 G_{xy}	33
§ 1-7 合成板的局部失稳	35
I 对称型失稳	36

I 反对称型失稳	38
第二章 夹层板概论	41
§ 2-1 夹层板的构造、种类与特点	41
§ 2-2 夹层板的基本方程	42
I 平衡方程	43
I 能量方程	54
§ 2-3 上下面板不相同的效应	55
I 平衡方程	55
I 能量方程	62
第三章 长矩形夹层板	63
§ 3-1 引言	63
§ 3-2 静力学平衡理论 (筒形弯曲)	63
I 具有薄面板的夹层板	63
II 具有厚面板的夹层板	65
§ 3-3 静力学稳定性理论 (屈曲)	86
I 纯剪屈曲	86
I 弯剪联合屈曲	87
第四章 圆形及环形夹层板	89
§ 4-1 静力学平衡问题 (轴对称弯曲)	89
I 具有薄面板的夹层板	89
I 具有厚面板的夹层板	91
§ 4-2 静力学稳定性理论 (屈曲)	94
I 纯剪屈曲	94
I 弯剪联合屈曲	95
第五章 矩形夹层板的静力学平衡理论	97
§ 5-1 各向同性夹层板	97
I 具有薄面板的夹层板	97
I 具有厚面板的夹层板	99

§ 5-2 各向异性夹层板	117
I 具有各向同性薄面板及各向异性柔夹心的夹层板	117
II 其它各向异性夹层板	129
第六章 矩形夹层板的弹性静力学稳定性理论 (屈曲失稳)	136
§ 6-1 引言	136
§ 6-2 短波纯剪屈曲	138
I 单轴向受压	139
II 双轴向受压	140
III 受剪	141
IV 受压与剪的联合作用	142
§ 6-3 弯剪联合屈曲	143
I 单轴向受压	143
II 双轴向受压	169
III 受剪	169
IV 受压、剪联合作用	180
第七章 夹层板垂向可压缩效应 (翘曲)	181
§ 7-1 引言	181
§ 7-2 蜂巢夹层板的翘曲失稳	181
I 对称性翘曲失稳	182
II 反对称翘曲失稳	184
第八章 蜂巢夹层板	190
§ 8-1 蜂巢夹层的构造、种类与特点	190
§ 8-2 折合刚度	191
I 夹心 yz 面的抗剪刚度 U_{yz} (也可用 U_y 表示)	192
II 夹心在 xz 面的抗剪刚度 U_{xz} (U_x)	192
III 夹心的抗弯扭刚度 D_{x_c} 、 D_{y_c} 、 D_{xy_c} 及波桑比 ν_{xy_c}	193
IV 夹心的垂向抗压刚度 E_{x_c}	194
§ 8-3 蜂巢夹层板的室间失稳	194

第九章 波形夹层板	195
§ 9-1 波形夹层板的构造、种类与特点	195
§ 9-2 折合刚度	197
I 夹心在 xz 面的抗剪刚度 U_{xz}	197
II 夹心在 yz 面的抗剪刚度 U_{yz}	197
III 夹心的 z 向抗压刚度 E_{zz}	204
IV 抗弯扭刚度 D_{x_0} 、 D_{y_0} 、 D_{xy_0} 及 ν_{yz_0}	206
§ 9-3 波形夹层板的局部皱曲失稳	206
I 纵向受压	210
II 横向受压	216
第十章 整体壁板	219
§ 10-1 整体壁板的构造、种类与特点	219
§ 10-2 折合刚度	220
§ 10-3 整体壁板的静力学平衡理论	220
§ 10-4 整体壁板的静力学稳定性理论	220
I 初始失稳	221
II 随后失稳	224
参考文献	234

符 号 表

E 杨氏模数;

E' 有效杨氏模数, 如 $E'_x = \frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}}$;

G 剪切模数;

I $I = \frac{t^3}{12}$ 单位宽度板截面面积惯性矩;

D 板的抗弯刚度, 对于正交各向异性板 D_x 与 D_y 分别是 x 与 y 向抗弯刚度, 为 $E'_x I$ 与 $E'_y I$; D_{xy} 是抗扭刚度, 为 $G_{xy} I$ (参看式 (1.36)~式(1.38)); 用 D 表示 $D_x \nu_{yx} + 2D_{xy}$ (参看式 (1.44));

U 夹心抗剪刚度, 如 $U_x = G_{xz} t$ 或取 $U_x = G_{xz} \left(t - \frac{t_1 + t_2}{2} \right)$;

A $A = \sqrt{\frac{D_y}{D_x}}$, 抗弯刚度比;

B $B = \frac{D}{\sqrt{D_x D_y}}$;

C $C = \frac{D_{xy}}{\sqrt{D_x D_y}}$, 扭弯刚度比;

R $R = \frac{U_y}{U_x}$, 抗剪刚度比;

S 表板固有抗弯扭刚度与整个夹层板抗弯扭刚度之比;

$$V \quad V = \frac{\pi^2 D_{x0}}{a^2 U_x} \quad (\text{参看第五章}) \quad \text{或} \quad V = \frac{\pi^2 \sqrt{D_x D_y}}{b^2 U_x} \quad (\text{参看第$$

六章), 弯剪刚度比;

$$K \quad K = \frac{b^2 N}{\pi^2 D}, \quad \text{屈曲系数};$$

M 单位宽板所受之弯矩;

Q 单位宽板所受之垂向 (z 方向) 剪力;

N $N = N_1 + N_2 + N_c$, 单位宽板所受拉力, 此处 N_1 、 N_2 与 N_c 分别为上、下面板及夹心所受之拉力;

F 单位宽板下、上面板所受拉力差值的一半, 即 $\frac{N_2 - N_1}{2}$ 。

此力将引起弯矩;

P 作用于板面集中载荷;

p 作用于板面定常分布载荷;

q 作用于板面随位置变化的分布载荷;

a 矩形板 x 向边长;

b 矩形板 y 向边宽;

t z 向板厚;

m x 向半波数;

n y 向半波数;

u x 向位移;

v y 向位移;

w z 向位移;

α 长宽比 $\frac{a}{b}$;

α' $\alpha' = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{D_y}{D_x}}$, 有效长宽比;

- γ 剪应变;
 ε 正应变;
 τ 剪应力;
 σ 正应力;
 ν 波桑比;
 ϕ 夹心内垂直于板面线素绕 y 轴的偏转角;
 ψ 夹心内垂直于板面线素绕 x 轴的偏转角。

右上角标:

* 波形系数。

右下角标:

- x x 方向的;
 y y 方向的;
 z z 方向的;
 xy xy 平面的;
 xz xz 平面的;
 yz yz 平面的;
 0 忽略面板固有抗弯刚度后夹层板的;
 1 上面板的;
 2 下面板的;
 3 夹心材料的;
 c 夹心的;
 f 纤维的;
 m 基体的。

第一章 合成板

§ 1-1 合成板的构造、种类与特点

由两种或两种以上的互不相溶材料共同组成的板，也就是以宏观尺寸结合而成的板叫合成板。合成板的种类很多，也经常遇到。诸如由木材、混凝土、衣金、弥散硬化合金制成的板都可以视为合成板。甚至由多晶体材料制成的板，如将不同取向的晶粒视为不同的组成材料也可以认为是合成板。合成板根据构造不同可分为几类，如：纤维合成板，它是由纤维和基体材料构成的；叠层板，由数层不同材料制成的薄板叠合而成；以及颗粒合成板，在这种板中有许许多多颗粒弥散于基体材料之中。在合成板中最常见、最有用的一种叫做纤维增强叠层合成板。它是纤维合成板与叠层板的混合体，这种板是将纤维分层地镶入基体材料中。纤维起着加强强度与增大刚度的作用，基体起粘合、支持与传力作用。常被用来制作纤维的材料有玻璃、石墨、碳、硼、铍等；基体材料常见的有树脂与金属铝等。本章就着重讨论这种板件。

在纤维叠层合成板中，纤维通常是沿着板面某个固定的方面进行铺设。就整个板来看，沿纤维与垂直于纤维方向的性能显然不同。因此它是正交各向异性的，应按正交各向异性板的理论进行处理。因此我们在从“微观”上讨论纤维的效应之前，先介绍正交各向异性以及正交各向异性板的弹性理论。

§ 1-2 正交各向异性弹性

所谓正交各向异性弹性就是说在弹性体内各点都存在着三个互相垂直的弹性对称面。如安排正交坐标系的 x 、 y 、 z 轴垂直于这些面。由于正应力、应变具有对称性;剪应力、应变在其所在平面内反对称 (参看图 1-1), 具对称性的 x 向正应力将不会引起反对称的 xy 、 yz 、 xz 面内的剪切变形。 y 及 z 向亦然。同样 xz 面的剪应力也不会造成 x 、 y 、 z 向正应变及 yz 、 xy 面剪应变。在弹性变形范围内, 应变随应力线性变化, 因此可表达其间关系为

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \frac{\nu_{yz}\sigma_y}{E_y} - \frac{\nu_{zx}\sigma_z}{E_z} \quad (1.1)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \quad (1.2)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \frac{\nu_{xy}\sigma_x}{E_x} - \frac{\nu_{yz}\sigma_z}{E_z} \quad (1.3)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G_{yz}} \quad (1.4)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_z} - \frac{\nu_{xz}\sigma_x}{E_x} - \frac{\nu_{yz}\sigma_y}{E_y} \quad (1.5)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G_{xz}} \quad (1.6)$$

根据位移互易律可知, 单位 x 向正应力 σ_x 所引起的 y 向应变 ε_y 与单位 σ_y 所引起的 ε_x 相等。

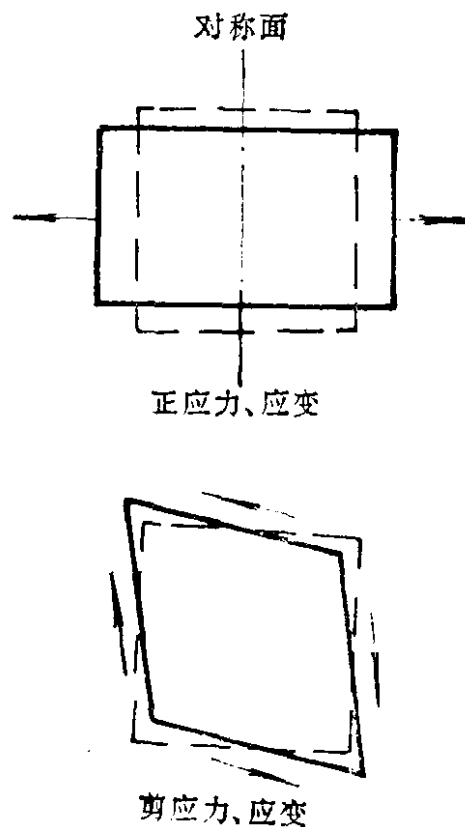


图1-1 应力应变对称及反对称性示意图

故

$$\frac{\nu_{yz}}{E_y} = \frac{\nu_{zy}}{E_z} \quad (1.7)$$

也就是

$$E_x \nu_{yx} = E_y \nu_{xy} \quad (1.8)$$

同样有

$$E_y \nu_{zy} = E_z \nu_{yz} \quad (1.9)$$

$$E_x \nu_{zx} = E_z \nu_{xz} \quad (1.10)$$

对于正交各向异性板，板厚远小于长宽。如选 z 轴垂直于板面，则 z 向正应力所能引起的 x 与 y 向应变甚小，可以略去不计。这样，上列诸式就进一步简化为

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \frac{\nu_{yx}\sigma_y}{E_y} \quad (1.11)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \frac{\nu_{xy}\sigma_x}{E_x} \quad (1.12)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \quad (1.13)$$

及

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_z} \quad (1.14)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G_{xz}} \quad (1.15)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G_{yz}} \quad (1.16)$$

或表示成

$$\sigma_x = E'_x \varepsilon_x + E'_x \nu_{yx} \varepsilon_y \quad (1.17)$$

$$\sigma_y = E'_y \varepsilon_y + E'_y \nu_{yx} \varepsilon_x \quad (1.18)$$

$$\tau_{xy} = G_{xy} \gamma_{xy} \quad (1.19)$$

及

$$\sigma_z = E_z \varepsilon_z \quad (1.20)$$

$$\tau_{xz} = G_{xz} \gamma_{xz} \quad (1.21)$$

$$\tau_{yz} = G_{yz} \gamma_{yz} \quad (1.22)$$

式中

$$E'_x = \frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \quad (1.23); \quad E'_y = \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \quad (1.24)$$

在表示成式 (1.17) 与式 (1.18) 时, 用了式 (1.8)。上列诸式中仅余七个独立的弹性常数, 在板内有四个。

§ 1-3 正交各向异性板的基本方程

对于正交各向异性板, 仍如薄板理论一样, 作如下假定:

(1) 垂直于板面的线索, 在变形中永远垂直于板的中立面, 这就是认为横截面抗剪刚度无限大:

$$G_{xz} = \infty, \quad G_{yz} = \infty;$$

(2) 垂直于板面的线索不可压缩, 即垂向抗压刚度无限大: $E_z = \infty$;

(3) 材料均匀连续;

(4) 变形处于弹性区;

(5) 变形与相应几何尺寸比十分微小, 其二次效应可略去不计; 等等。

I 平衡方程

根据如上假定可建立几何关系 (参图 1-2)

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1.25); \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (1.26)$$

将上述位移代入如下应变表示式

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.27); \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (1.28)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.29)$$

再代入式 (1.17) ~ 式 (1.19) 弹性关系式, 并作如下积分

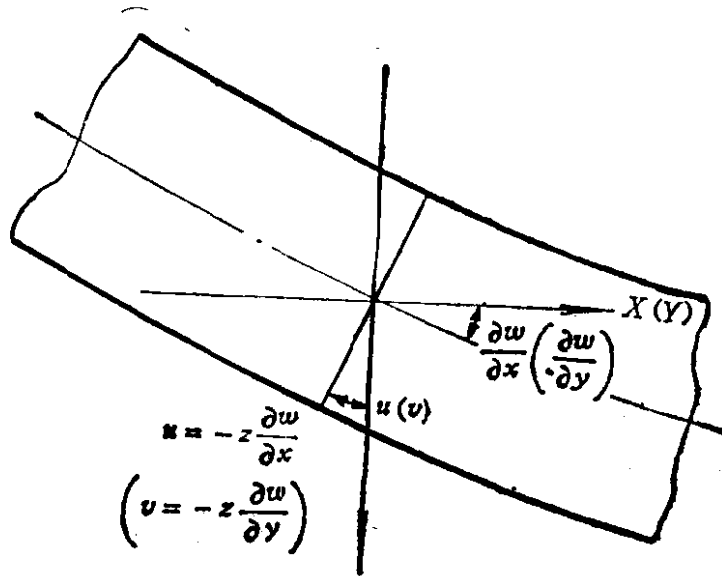


图1-2 X (与Y) 向线位移 u (与 v) 和挠度 w 的关系

$$M_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_x z dz \quad (1.30); \quad M_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_y z dz \quad (1.31)$$

$$M_{xy} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{xy} z dz \quad (1.32)$$

得

$$M_x = - \left(D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1.33)$$

$$M_y = - \left(D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (1.34)$$

$$M_{xy} = -2D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1.35)$$

式中

$$D_x = \frac{E_x t^3}{12(1 - \nu_{xy} \nu_{yz})} \quad (1.36)$$