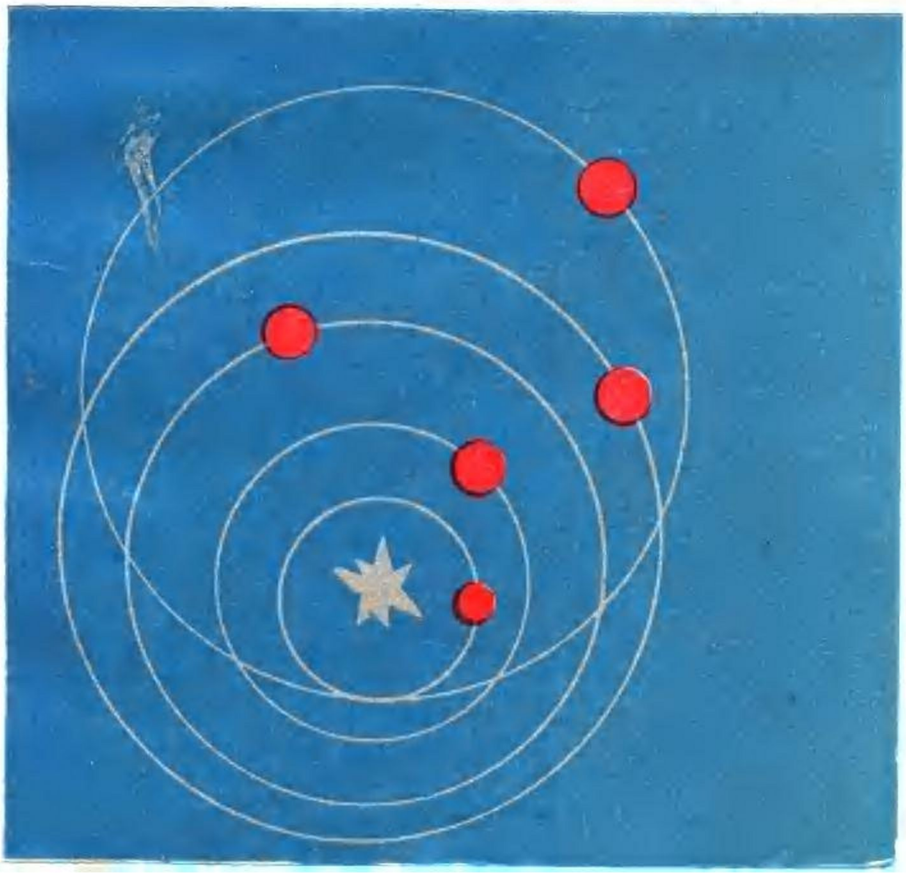
华东化工学院出版社

理论物理学

金桂林　潘孝仁　施善定　编著



理论物理学

金桂林 潘孝仁 施善定 编著

华东化工学院出版社

内容提要

本书系统地讲述了理论物理学的基本概念、原理、常用的方法和对一些重要问题的处理。对原来应用物理学科中四门重要的理论基础课，在内容的精选、问题的提出、讲授的顺序等方面都作了全面的综合考虑。全书分为四篇，包括分析力学、电动力学、量子力学、统计力学共二十三章，每一章末都附有相当数量的习题。

本书可作为应用物理专业以及与物理学交叉的各边缘学科专业的本科生和研究生的教材，也可供在相应领域中从事教学和科研工作的人员参考。

(沪)新登字 208 号

理论物理学
Lilun Wulixue
金桂林　潘孝仁　施善定　编著
华东化工学院出版社出版发行
(上海市梅陇路 130 号)
新华书店上海发行所发行经销
江苏常熟文化印刷厂印刷
开本 850×1168　1/32　印张 17.875　字数 480 千字
1993 年 4 月第 1 版　1993 年 4 月第 1 次印刷
印数 1—2000 册

ISBN 7-5628-0235-1/O·28　　定价 11.50元

序　言

当前，科学发展的一个显著特点，就是各门学科之间出现的广泛交叉，人们对自然现象的认识，已深入到分子、原子层次，涉及到了物质运动的物理本质，人们对物理现象的研究也与材料本身的组成、结构、性质联系起来，在化学、化工、生物、高分子以及其它许多领域的研究中，也都引入了更多的物理和数学的原理、理论及实验方法，因此就产生了许多新兴的边缘学科。这些学科是化学与物理的结合，是宏观与微观的结合，也是基础研究与工程技术的结合，于是就提出了这样一个问题：正在和将要在应用物理学科以及与物理学科交叉的或邻近的学科中从事于教学、科研和生产的科学技术人员，究竟应该具备什么样的理论知识结构，才能适应当前边缘学科蓬勃发展的形势，才能面对高新技术的挑战？

针对上述事实，我们本着少而精、学到手的原则编写了《理论物理学》这本书，它包括了应用物理学科四门重要的专业理论基础课《理论力学》、《电动力学》、《量子力学》和《统计力学》的基本内容，主要目的就是为了使正在和将要在与物理学科交叉的或邻近的领域内从事于教学、科研或生产的读者，能在比较短的时间内尽快地掌握系统、完整而又简明的理论物理学的基础知识，以便为进一步掌握更加专门的理论或高新技术创造条件，诸如表面物理、激光物理、激光化学、光谱学、化学动力学、高分子反应与构象统计理论、功能材料、航天技术等等，从人类认识世界这个高度上看，也就是从基础学科的角度上看，理论物理学是把人们的认识由简单体系带到了复杂体系，由宏观世界引进到微观领域，使人们对原子、分子之间，电子、光子与原子、分子之间相互作用和碰撞过程规律以及原子、分子内部运动的规律以及宏观现象的微观机理，有更深层次的认识，而这些都是物理学以及与物理学科交叉或邻近的边缘学科中的最根本的规律，具有普遍的意义。

全书在整个选材、结构、编排等各个方面都作了较为综合的全

面的考虑，即不仅注意增强学科之间的相互联系而且还注意增强全书的严谨性、逻辑性以及尽可能的通俗性。本书避免了过分繁冗的数学推导，读者仅需要具备高等数学、普通物理学和一般的数学物理方程基础知识，就可以顺利地学完本书。

本书作为应用物理专业的教材，可以把原来的四门重要专业基础理论课《理论力学》、《电动力学》、《量子力学》和《统计力学》的教学时数从原来的300多学时缩减到144学时左右。多年来的课堂教学实践表明：这样做对学生没有什么困难，效果比较好，可接受性强。

在编写全书的过程中，金乾元教授提出了许多指导性意见，并得到了卢明强、朱祖萱、金晓英等几位先生的热情支持和帮助，值此机会，表示衷心的感谢。

编　者

一九九二年十月

目　　录

第一编　分析力学

第二编 电 动 力 学

第三编　量 子 力 学

第四编　统 计 力 学

第一编　分析力学

1　力学的变分原理

1.1　广义坐标、广义力和运动方程

一个自由质点在欧氏空间运动，它可以在空间三个独立的方向上任意运动。因此，要准确地确定运动质点在空间的位置，必须使用三个参变量。譬如在直角坐标系中要用 x、y、z 三个参变量。而在柱坐标系中则为 r、φ、z，在球坐标系中是 r、φ、θ，通常说自由质点具有三个自由度。

所谓约束，就是对某一力学系统(质点或质点系)的运动所加的各种限制。

对于受到某种约束的非自由质点，它的自由度就要减少。如有一质点沿着空间的某一曲线运动，这时确定质点空间位置的参变量仍然是三个 (x, y, z)，但这三个参变量 x、y、z 不是互相独立的，它们要同时满足约束方程式

$$f(x, y, z)=0 \tag{1-1}$$

这里互相独立的参变量只有两个。

通常，所谓自由度数即是指：确定质点位置的独立参变量的个数，用小写字母 s 标记。

对于由 n 个质点组成的力学体系，当所考虑的力学体系不受任何约束时，则必须用 $3n$ 个直角坐标来描述该质点系的空间状态，它的自由度数是 $s=3n$。

如果所考虑的力学系统(质点系)受到 k 个约束，每个约束都可以用一个约束方程式来表示，$3n$ 个直角坐标就要受到 k 个约束

方程式的制约，即描述该质点系空间状态的独立参变量的个数为 $3n-k$，因此自由度数 $s=3n-k$。

当然，描述力学系统空间状态的独立参变量不限于直角坐标，可以是极坐标、球坐标、椭圆坐标或抛物线坐标等等。选用哪一种坐标，看具体问题中的方便与否而灵活决定。

我们把描述力学系统（质点或质点系）空间状态的独立参变量称为广义坐标。记为 $q_1(t)$，$q_2(t)$，$\cdots$，$q_s(t)$（s 为该力学系统的自由度）。

广义坐标对于时间的导数被称为广义速度，记为 $\dot{q}_1(t)$，$\dot{q}_2(t)$，$\cdots$，$\dot{q}_s(t)$。

直角坐标与广义坐标之间满足一定的函数关系。

n 个粒子组成的质点系中第 i 个粒子的矢径可表为：

$$\boldsymbol{r}_i=\boldsymbol{r}_i(q_1,\ q_2,\ \cdots,\ q_s;t) \tag{1-2}$$

表示成分量形式：

$$x_i=x_i(q_1,\ q_2,\ \cdots,\ q_s;t) \tag{1-3}$$

$$y_i=y_i(q_1,\ q_2,\ \cdots,\ q_s;t) \tag{1-4}$$

$$z_i=z_i(q_1,\ q_2,\ \cdots,\ q_s;t) \tag{1-5}$$

设每个粒子都受到力 $\boldsymbol{F}_i$ 的作用，在力 $\boldsymbol{F}_i$ 的作用下，第 i 个粒子有一微小的位移 $\delta\boldsymbol{r}_i$，则整个力学系统所做的功即为全部粒子在发生微小位移时所做的元功之和

$$\delta W=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i\cdot\delta\boldsymbol{r}_i \tag{1-6}$$

$$\delta\boldsymbol{r}_i=\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_1}\delta q_1+\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_2}\delta q_2+\cdots+\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_s}\delta q_s \tag{1-7}$$

将式(1-7)代入式(1-6)有

$$\begin{aligned}\delta W&=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i\cdot\left(\sum_{\alpha=1}^{s}\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha}\delta q_\alpha\right)\\&=\sum_{\alpha=1}^{s}\left(\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i\cdot\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha}\right)\delta q_\alpha\end{aligned}$$

令

$$Q_\alpha=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i\cdot\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_\alpha}$$

$$\delta W = \sum_{\alpha=1}^{s} Q_{\alpha} \delta q_{\alpha} \tag{1-8}$$

Q_{α} 我们就称为广义力。注意：广义力不一定就是力的量纲，究竟是什么量纲要看广义坐标的量纲而定。由于广义力 Q_{α} 和广义坐标 q_{α} 的乘积是功，所以当 q_{α} 是长度时 Q_{α} 代表力，当 q_{α} 是角度时 Q_{α} 代表力矩。

在确定了一力学系统在某一时刻的全部广义坐标的值 q_{α}，我们只能说这一力学系统的空间状态是完全确定了，但力学系统在该时刻的"力学状态"并没有确定。因为我们不能预言该系统在下一个时刻的空间位置，仅仅是给定了该时刻系统的广义坐标的值，在同一时刻，系统可以具有任何的速度。这些速度对于时间间隔 dt 以后系统的空间位置都会有影响，因此只有同时确定了力学系统的全部广义坐标 q_{α} 和全部广义速度 $\dot{q}_{\alpha}$ 的值($\alpha=1,2,\cdots,s$)时，系统的"力学状态"才算完全确定了，并且在原则上能计算系统在其后的运动。

为了描述一个力学系统的运动定律，通常首先要寻求力 Q_{α} (或者加速度 $\ddot{q}_{\alpha}$)、速度 $\dot{q}_{\alpha}$ 和坐标 q_{α} 之间的关系式 (q_{α}当然也可包括直角坐标)，这种关系式就称为力学系统的运动方程。它们通常是 $q(t)$ 的二阶微分方程组(这里 $q_1, q_2, \cdots, q_s$ 简记为 $q(t)$) 微分方程组的积分原则上能确定未知函数 $q(t)$，从而确定力学系统的运动轨道。

1.2 变分法初步

1.2.1 最速降落线问题

变分法是在解决最速降落线的问题而发展起来的。所谓最速降落线是指一个质点在铅直的平面上，从某一点由静止开始，在重力的作用下，无摩擦地滑到另外一点，走什么样的轨道所用的时间最短。

如图 1-1 所示，一质点从原点 O 移动到 A 点，在运动中的任一

时刻处于其一位置 $M(x, y)$ 处，其速度应为

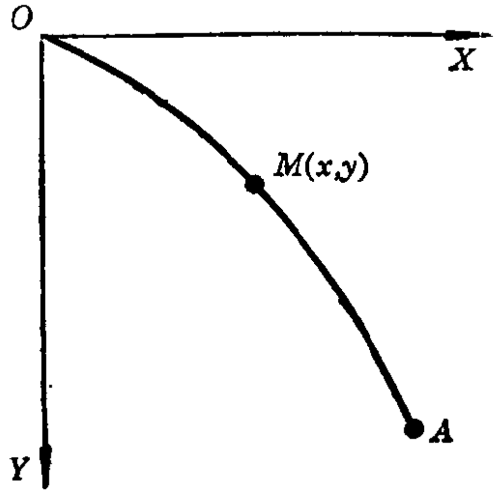


图1-1

$$v=\sqrt{2gy}$$

从 O 点移至 A 点所需要的时间

$$t=\int_0^A \frac{\mathrm{d}l}{v}=\int_0^A \frac{\sqrt{(\mathrm{d}x)^2+(\mathrm{d}y)^2}}{v}$$

$$=\int_0^A \left[\frac{1+(y_x')^2}{2gy}\right]^{1/2} \mathrm{d}x$$

记 $f=\left[\frac{1+(y_x')^2}{y}\right]^{1/2}$，$y$ 是关于 x 的一个未知函数，

则
$$t=\frac{1}{\sqrt{2g}}\int_0^A f[y(x), y'(x)]\,\mathrm{d}x$$

t 是一个变数，它的值取决于函数 $y=y(x)$ 的具体形式。我们把变数 t 称作函数 $y(x)$ 的泛函，记作 $t[y(x)]$。

1.2.2 泛函的极值条件

广义地讲，定义在 $[A, B]$ 区间任意函数 $y=y(x)$，其积分：

$$J[y(x)]=\int_A^B f[y(x), \dot{y}(x), x]\mathrm{d}x \tag{1-9}$$

称为未知函数 $y=y(x)$ 的泛函。这里 $f[y(x), \dot{y}(x), x]$ 的具体形式是确定的。如在最速降落线问题中 $f=\left[\frac{1+(y_x')^2}{y}\right]^{1/2}$

$y=y(x)$ 是 $[A, B]$ 区间的任意不确定函数。

函数（或泛函）的变分，是指在自变量不变的条件下，求由于函数 $y=y(x)$ 取不同的形式而引起的函数（或泛函）的增量。

如图 1-2 所示

$$\delta y(x)=y_1(x)-y_0(x) \tag{1-10}$$

这里 y_1 和 y_0 都对应着同一个自变量的值 x，这和函数的微分完全不同，函数的微分是由于自变量取得一微小的增量而引起的函数的增量。因此微分中函数取得增量的原因是自变量取得增量 $\mathrm{d}x$，而变分中，函数（或泛函）取得增量的原因是函数关系

$y=y(x)$ 的变化。

显然在变分中，自变量 x 的变分

$$\delta x=0 \qquad (1\text{-}11)$$

将式(1-10)两边对 x 求导：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\delta y(x)=\frac{\mathrm{d}y_1(x)}{\mathrm{d}x}-\frac{\mathrm{d}y_0(x)}{\mathrm{d}x}=\dot{y}_1(x)-\dot{y}_0(x)$$

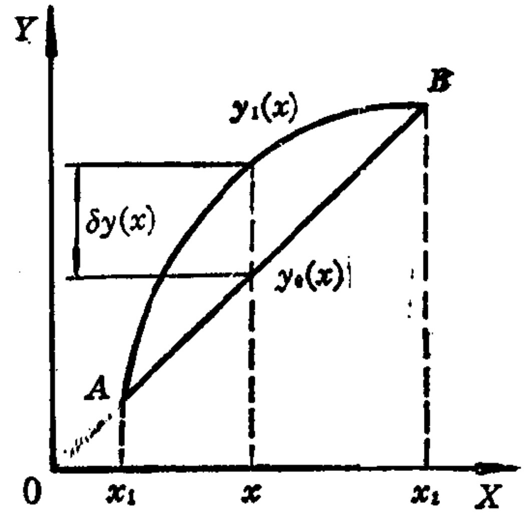


图1-2

另一方面根据定义：

$$\delta\dot{y}(x)=\dot{y}_1(x)-\dot{y}_0(x)$$

因而有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\delta y)=\delta\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \qquad (1\text{-}12)$$

即算符 δ 和 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$ 可以对易，但要强调 x 必须是自变量才行。

对于泛函 $J[y(x)]$ 的变分，根据定义应有

$$\begin{aligned}\delta J[y(x)]&=J[y_1(x)]-J[y_0(x)]\\&=\int_A^B\{f[y_1(x),\ \dot{y}_1(x),\ x]-f[y_0(x),\ \dot{y}_0(x),\ x]\}\mathrm{d}x\\&=\int_A^B\{f[y_0(x)+\delta y(x),\ \dot{y}_0(x)+\delta\dot{y}(x),\ x]\\&\quad-f[y_0(x),\ \dot{y}_0(x),x]\}\mathrm{d}x\end{aligned}$$

应用台劳级数把上式展开取至一阶小量

$$\begin{aligned}\delta J&=\int_A^B\left(\frac{\partial f}{\partial y}\delta y+\frac{\partial f}{\partial\dot{y}}\delta\dot{y}\right)\mathrm{d}x\\&=\int_A^B\left[\frac{\partial f}{\partial y}\delta y+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{\partial f}{\partial\dot{y}}\delta y\right)\right.\\&\quad\left.-\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial f}{\partial\dot{y}}\right)\delta y\right]\mathrm{d}x\end{aligned}$$

即有关系式：

$$\delta J[y(x)]=\left(\frac{\partial f}{\partial\dot{y}}\delta y\right)\Big|_A^B$$

$$-\int_A^B\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}-\frac{\partial f}{\partial y}\right)\delta y\ \mathrm{d}x \tag{1-13}$$

由于 $y=y(x)$ 是定义在 $[A, B]$ 区间的任意函数，A、B 是两个确定的点，因此函数 y_0、y_1、…都通过 A、B 两端点。

$$\delta y|_A=\delta y|_B=0$$

因此变分 $\delta J=-\int_A^B\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}-\frac{\partial f}{\partial y}\right)\delta y\ \mathrm{d}x$ (1-14)

从数学上可以证明：要使得泛函 $J[y(x)]$ 取极值，必须

$$\delta J\equiv 0 \tag{1-15}$$

显然，在 $[A、B]$ 区间内(不包括端点) $\delta y\neq 0$。

要使得式(1-15)成立

必须

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}-\frac{\partial f}{\partial y}\equiv 0 \tag{1-16}$$

就是说在 $[A、B]$ 区间内满足上式的未知函数 $y=y(x)$ 才有可能使得泛函 $J[y(x)]$ 取极值。

式 (1-16) 是一个二阶微分方程，根据这个方程就能解出 $y(x)$，解出的这个 $y(x)$ 就是原先定义在 $[A, B]$ 区间内一组不确定的任意函数中的某一个能使得泛函 J 取极值的那个特定的函数。

完全类似，对于自变量为 x 而包含多个因变量 $y_1(x)$，$y_2(x)$ …，$y_s(x)$ 的泛函 J 的变分

$$\delta J[y_1(x), y_2(x), \cdots, y_s(x)]=\sum_{\alpha=1}^{s}\frac{\partial f}{\partial \dot{y}_\alpha}\partial y_\alpha\Big|_A^B-\sum_{\alpha=1}^{s}\int_A^B\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial f}{\partial \dot{y}_\alpha}-\frac{\partial f}{\partial y_\alpha}\right)\delta y_\alpha\,\mathrm{d}x \tag{1-17}$$

使得 J 取极值的条件是

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial f}{\partial \dot{y}_\alpha}-\frac{\partial f}{\partial y_\alpha}\equiv 0\ (\alpha=1, 2, \cdots, s) \tag{1-18}$$

这是由 s 个二阶微分方程组成的方程组。解此方程组就能得到使得 J 取极值的 $y_\alpha(x)\,(\alpha=1, 2, \cdots, s)$。