

地震科学联合基金资助

桥梁抗震计算

何度心 黄龙生
陆干文 周雍年 编著

地震出版社

1991

(京)新登字095号

内 容 提 要

本书结合《公路工程抗震设计规范(JTJ004-89)》，深入浅出地阐述了地震动反应谱理论的基本原理，对该规范中新纳入的关于桥梁地震力的内容，包括设计反应谱、场地分类、梁式桥、拱桥、橡胶支座、地基变形，以及地震水压力和地震土压力等所采用的计算公式，都简明扼要地阐明其理论根据，介绍各设计参数取值的背景材料，并附有典型计算实例31则。

本书对于从事桥梁抗震设计研究的工程师和科技人员具有实际参考价值。

桥梁抗震计算

何度心 黄龙生 编著
陆干文 周雍年

责任编辑：王伟

责任校对：耿艳

地震出版社出版

北京民族学院南路9号

北京朝阳展望印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

全国各地新华书店经售

850×1168 1/32 4.375印张 115千字

1991年11月第一版 1991年11月第一次印刷

印数：0001—2100

ISBN 7-5028-0500-1/T·18

(888) 定 价：2.50元

目 录

第一章	绪论	(1)
第二章	结构地震反应分析的一般理论	(5)
第三章	梁式桥的地震力	(34)
第四章	拱桥的地震力	(87)
第五章	地震水压力与地震土压力	(111)
附录	(129)
参考文献	(134)

第一章 绪 论

自然界发生的强烈地震给人类造成极大的危害。1976年，唐山地震给我国人民带来了空前的灾难，据统计，死亡人数达24万余人，灾情之重、损失之巨，为世界地震史上所罕见。其中，数以千计的桥梁遭受了不同程度的破坏。顷刻之间，交通中断、音讯隔绝，给震后的紧急救援工作造成了极大困难。

人类不断地与地震灾害作斗争。我们的祖先曾经给我们留下了3000年的历史地震记录，这在世界上是绝无仅有的。尽管如此，地震工程学今天仍是一门年轻的科学，在工程设计中把地震力作为一种设计荷载，还是近几十年的事。

随着人们对地震和工程结构抗震性能认识的深化，工程结构的抗震设计理论在这几十年中经历了由静力理论到动力理论的发展过程。

一、静 力 理 论

结构地震力计算的静力理论是以结构物的刚性假定为基础的。在地震引起地表作水平加速度运动时，结构所受最大地震力可简化为作用于结构的水平静力 P ，其大小可表示为

$$P = K_H W \quad (1.1)$$

式中 K_H ——水平地震系数， $K_H = A_{\max}/g$ ，其中 A_{\max} 为地震动的最大水平加速度， g 为重力加速度；

W ——结构重量。

水平地震系数 K_H 在日本的文献中称为震度，常取 $K_H = 0.1$ 。远在20年代，日本工程师就已按震度法来计算建筑物所受地震

力。

K_H 数值的确定主要根据震害经验推算得出。根据历史地震的经验，人们把自己的国土划分为若干区，各区分别给出不同的震度。这个方法在一些国家陆续采用，并设计了一些建筑物。其中有些建筑后来经受了地震检验，由此得出一个共同的结论：凡是在设计中考虑了地震力作用的建筑物，其震害都明显比周围未考虑抗震设防的建筑物要轻微得多。这就肯定了地震力静力理论的有效性。

由于静力理论的力学概念明确，计算简便，几十年来一直受到重视，现行抗震设计规范中某些大体积的或重力式的建筑物（例如桥台）仍然采用以静力理论或拟静力理论为基础的地震力计算公式。

但是，静力理论从创立时候起就存在明显的缺陷。因为结构物都是可变形的，所以在地震时结构物各个高程的反应加速度不会与其基础（与地基联结在一起）的反应加速度相同。这就很自然地引出了地震力的动力理论。

二、动力理论

30—40年代，美国发生了两件具有重大意义的事件：一是30年代初美国开始布设强震观测台，从1933年起陆续获得了一批有实际意义的地震动加速度过程的记录，特别是1940年的埃尔森特罗地震记录（震级 $M = 6.3$ ，震中距 $\Delta = 9.3\text{km}$ ，地震烈度Ⅷ，最大水平加速度 $A_{\max} = 0.34g$ ，持续时间 $T_d = 20\text{s}$ ）具有强烈地震动的典型特点，至今仍被人们经常引用（详见第二章）；二是在这些强震记录的基础上，Biot在40年代初提出了地震力反应谱理论的概念，并给出了具体的计算公式。到50年代初，Housner利用美国的这些强震记录，把Biot的理论付诸实现，作出了可供工程设计采用的反应谱曲线（详见第二章），并在实际工程设计中加以应用。这

个成就具有划时代的性质，标志着地震力理论进入了动力理论的阶段。从此，反应谱理论获得国际公认并迅速传播开来。我国1964年制订的《地震区建筑设计规范》(草案)引入了反应谱理论，成为在抗震设计规范中采用反应谱理论较早的国家之一。

反应谱理论虽然考虑了结构的动力特性和场地条件的影响，但在一些方面还存在着缺陷。为了弥补这些缺陷，下列各项研究工作正在进行之中：由于反应谱理论以结构的弹性假定为基础，为了研究结构的非线性地震反应，提出了弹塑性反应谱的概念；近年来随机振动理论的发展为结构抗震设计的概率理论奠定了基础；地震危险性分析方法的发展为更合理地选择设计地震动输入，进行结构地震反应的时程分析提供了依据，等等。总之，地震力动力理论正处在蓬勃发展之中。

至于桥梁的抗震设计，作者认为，在吸收地震力理论的最新成就的基础上，必须考虑桥梁结构的特殊性。对于量大面广的一般桥梁，要反映桥梁结构主要的动力特性，满足合理的精度要求，力学概念清楚，计算力求简便，最终的计算结果要接受实际桥梁震害经验的检验，得到实践的印证；对于为数极少，又特别重要的特大桥，抗震设计则要精益求精，应对抗震设计的各个环节进行专门研究，力求严谨合理。总之，通过抗震设计，桥梁的抗震强度应有明显提高，使设计地震发生时能避免或减轻地震灾害，保证作为生命线工程的交通运输线能够通行无阻或迅速恢复。

桥梁是一种跨越建筑，它的上部结构通常很重，具有头重脚轻的特点。这个特点被充分利用来简化梁式桥和拱桥地震力的计算工作。

为了满足简支梁桥和连续梁桥伸缩变形的需要，这些桥梁都设置了活动支座。这些活动支座在车辆过桥或温度变化时都是可动的。地震时，这些活动支座产生的摩擦阻尼的耗能作用是桥梁结构特有的问题。这个问题在本书第二章专门论述。

由于地震动的不确定性和桥梁结构的复杂性，任何理论的可靠性都是相对的，所以应当认识在构造上采取抗震措施的重要性。作者在地震现场看到，有些简单易行、花钱很少的构造措施能获得意外的抗震效果，那是理论计算所不及的。所以，在桥梁抗震设计中，合理的抗震计算和有效的抗震措施是不可或缺的两部分，是同等重要的。

随着工程抗震设计理论的发展，我国的桥梁抗震设计规范，从1959年起几经修订。铁路桥梁抗震设计遵循1987年批准的《铁路工程抗震设计规范(GBJ111-87)》(以下简称《铁路规范》)；公路桥梁抗震设计则遵循1990年批准的《公路工程抗震设计规范(JTJ004-89)》(以下简称《公路规范》)。这两部规范均吸取了国内外新的科研成果和实际震害经验，地震力计算亦均以反应谱理论为基础。

本书结合《公路规范》，深入浅出地阐述地震力反应谱理论的基本原理，对规范中新纳入的关于桥梁地震力的内容，诸如设计反应谱、场地分类、梁式桥、拱桥、橡胶支座、地基变形以及地震水压力和地震土压力等所采用的计算公式，简明扼要地阐明其理论根据，介绍各设计参数取值的背景材料，并附有典型计算实例31则，对于桥梁抗震设计和科研人员掌握设计原理、正确使用计算公式可收到逐类旁通的效果。

第二章 结构地震反应分析 的一般理论

地震时,桥梁结构的破坏虽然可由多种地震效应(诸如地基液化引起桥梁基础下沉、岸坡失稳引起桥台向河心滑坡等)所造成,但地震地面运动作用于桥梁结构的基底引起的结构反应仍是桥梁所受地震作用的主要的荷载机制。所以,《公路规范》和《铁路规范》仍以此种荷载机制,即所谓地震力,作为结构强度与稳定校核的主要依据。而上述其余的地震效应,则通过其他验算或采取抗震构造措施来加以避免。本章扼要介绍作为现行抗震设计规范依据的结构地震反应分析的一般理论和方法,其目的是预测一座已知的桥梁在一个确定的地震地面运动作用下将要产生的内力和变位。

由于结构的地震反应不仅取决于地震地面运动的大小和时间过程,而且还取决于结构自身的动力特性,所以,要比较正确地预测某一结构的地震反应,首先要研究桥址的地震危险性,评估桥址的地震烈度,或根据已颁布的全国地震区划图选择适当的地震输入;其次是要确定这个结构的动力特性参数。由于假定结构是线弹性的,所以在计算地震力时可不考虑其他静载的作用,然后采用叠加原理将静载引起的结构内力或位移与地震力引起的内力或位移相叠加,得出结构总的内力或位移。

一、地震条件下单自由度系统的动力方程

设有一简支梁桥(图2.1),上部结构质量为 M (与上部结构的质量相比,设桥墩的质量很小,可忽略),桥墩的总抗弯刚度为 K ,

表示结构阻尼特性的阻尼器的阻尼系数为 c 。质点 M 只能作水平方向

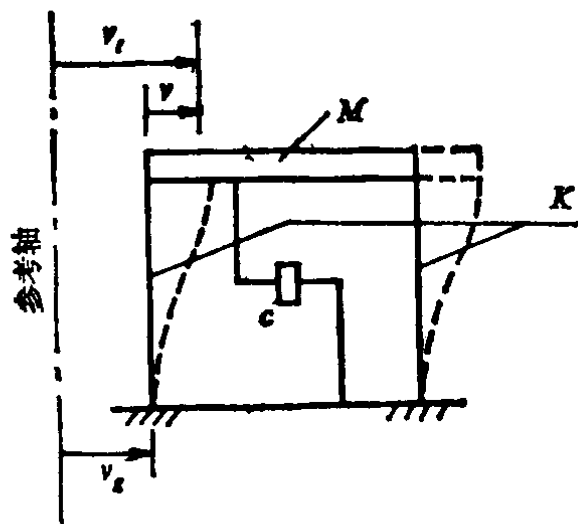


图2.1 单自由度系统

的运动，其相对于基底的位移为 v 。设地震地面运动为一时变函数 $v_g = v_g(t)$ ，作用于基底，运动着的桥梁体系受到惯性力 F_I 、阻尼力 F_D （设 F_D 与质点的运动速度成正比）和弹性力 F_s 的作用，动力平衡方程为

$$F_I + F_D + F_s = 0 \quad (2.1)$$

式(2.1)中惯性力 F_I 与质点 M 总的运动加速度有关，而总加速度等于相对加速度 \ddot{v} 和地震地面加速度 \ddot{v}_g 之和，故有

$$\left. \begin{aligned} F_I &= M\ddot{v}_t = M\ddot{v} + M\ddot{v}_g \\ F_D &= c\dot{v} \\ F_s &= Kv \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

代入式(2.1)，得

$$M\ddot{v} + M\ddot{v}_g + c\dot{v} + Kv = 0$$

或改写为
$$M\ddot{v} + c\dot{v} + Kv = P_{eff}(t) \quad (2.3)$$

式中 $P_{eff}(t)$ ——由地震地面运动引起的等效荷载，简称等效地震荷载，

$$P_{eff}(t) = -M\ddot{v}_g \quad (2.4)$$

由于地震地面运动的特点，式(2.4)右方的负号没有重要意义。以 M 除式(2.3)各项，得

$$\ddot{v} + 2\mu\omega\dot{v} + \omega^2v = P_{eff}(t)/M \quad (2.5)$$

式中 μ ——阻尼比，即结构的阻尼系数与临界阻尼之比，

$$\mu = c/(2M\omega) \quad (2.6)$$

ω ——图2.1所示结构系统的自振圆频率，

$$\omega = \sqrt{K/M} \quad (2.7)$$

式(2.5)即为地震条件下单自由度系统, 例如图2.1所示桥梁体系的动力平衡方程。

在已知地震地面运动 $\ddot{v}_g(t)$ 的条件下求解方程式(2.5), 得出位移的时间过程 $v(t)$ 或 $v_g(t)$, 则结构在地震条件下的动力反应即可完全确定。

二、地震条件下多自由度系统的动力方程

一座桥墩在架梁前可表示为伸臂柱结构, 这是一个无限自由度系统。也可将桥墩的全部质量集中在适当的分散点上而作为一个多自由度系统来分析。

桥墩如图2.2, 柱每单位长度质量为 $m(x)$, 抗弯刚度为 $EI(x)$ 。设位移 $v(x, t)$ 用振型函数 $\psi(x)$ 表示为

$$v(x, t) = \sum_j \psi_j(x) Y_j(t) \quad (2.8)$$

式中 $Y(t)$ —— 广义坐标, 是时间 t 的函数;

j —— 振型序号。

多自由度系统的动力平衡方程为

$$[M]\{\ddot{V}\} + [c]\{\dot{V}\} + [K]\{V\} = \{P_{eff}(t)\} = [M]\{I\}\ddot{v}_g(t) \quad (2.9)$$

式中 $[M]$ —— 质量矩阵;

$\{\ddot{V}\}, \{\dot{V}\}, \{V\}$ —— 加速度、速度和位移矢量;

$[c]$ —— 阻尼矩阵;

$[K]$ —— 刚度矩阵;

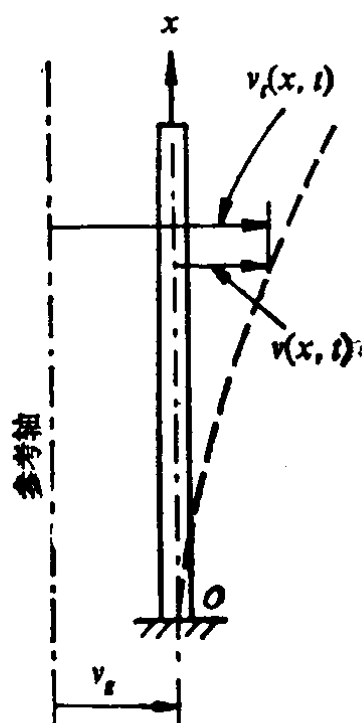


图2.2 伸臂柱系统

$\{P_{eff}(t)\}$ ——等效地震荷载, 是质量矩阵与地面加速度 $\ddot{v}_g(t)$ 的乘积;

$\{I\}$ ——表示一个单位矢量。

一个 n 自由度系统具有 n 个独立的振型。由于振型的正交性, 对于每一个振型都可以写出一个独立的运动方程, 即

$$M_j^* \ddot{Y}_j + c_j^* \dot{Y}_j + K_j^* Y_j = P_{j, eff}^*(t) = \mathcal{L}_j \ddot{v}_g(t) \quad (2.10)$$

式中 M_j^* ——广义质量, $M_j^* = \{\psi_j^T\} [M] \{\psi_j\}$;

c_j^* ——广义阻尼, $c_j^* = \{\psi_j^T\} [c] \{\psi_j\}$;

K_j^* ——广义刚度, $K_j^* = \{\psi_j^T\} [K] \{\psi_j\}$;

\mathcal{L}_j ——地震参与系数, $\mathcal{L}_j = \{\psi_j^T\} [M] \{I\}$ 。

各广义参数之间存在下列关系:

$$\left. \begin{aligned} c_j^* &= 2\mu_j \omega_j M_j^* \\ K_j^* &= \omega_j^2 M_j^* \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

将式(2.11)代入式(2.10), 得

$$\ddot{Y}_j + 2\mu_j \omega_j \dot{Y}_j + \omega_j^2 Y_j = P_{j, eff}^*(t) / M_j^* \quad (2.12)$$

式(2.10)、(2.11)、(2.12)与单自由度情形的式(2.3)、(2.5)、(2.6)、(2.7)相当。于是, 一个 n 自由度系统的第 j 振型 ($j = 1, 2, \dots, n$) 运动方程式(2.12)完全相当于一个单自由度系统的运动方程。将这些独立方程分别解出广义坐标 $Y_j(t)$, 按式(2.8) 将各振型反应叠加就得出地震条件下总的位移反应。

三、地震时程反应分析

一般的单自由度系统的地震反应可以用杜哈默积分表示。方程式(2.5)的未知量位移 $v(t)$ 的解可写成

$$v(t) = \frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{v}_g(\tau) e^{-\mu \omega (t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \quad (2.13)$$

用 $V(t)$ 表示上式中的积分式, 即

$$V(t) = \int_0^t \ddot{v}_g(\tau) e^{-\mu \omega (t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \quad (2.14)$$

则单自由度系统的地震反应化为

$$v(t) = \frac{1}{\omega} V(t) \quad (2.15)$$

式(2.15)表示图2.1所示的质点 M (即上部结构) 对于任何给定的地震地面运动 $v_g(t)$ 相对于地面的位移时程反应。而地震力(质点 M 的地震惯性力) 则等于质点的质量 M 与有效加速度 $\ddot{v}_g(t)$ 的乘积, 有效加速度定义为频率的平方与位移的乘积, 故地震力(即基底剪力) $Q(t)$ 为

$$Q(t) = M \ddot{v}_g(t) = M\omega^2 v(t) = M\omega V(t) \quad (2.16)$$

多自由度系统第 j 振型的位移反应可仿照单自由度系统求解。由于方程(2.12)与方程(2.5)相似, 其解答可写为

$$v(x, t) = \psi_j(x) Y_j(t) = \psi_j(x) \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^* \omega_j} V_j(t) \quad (2.17)$$

式(2.17)中 M_j^* , \mathcal{L}_j 由式(2.10)确定, 积分式 $V_j(t)$ 中的 $\omega = \omega_j$ 。

相应的沿桥墩单位高度的第 j 振型有效惯性力 $q(x, t)$ 为

$$\begin{aligned} q(x, t) &= m(x) \ddot{v}_g(x, t) = m(x) \psi_j(x) \ddot{Y}_j(t) \\ &= m(x) \psi_j(x) \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} \omega_j V_j(t) \end{aligned} \quad (2.18)$$

将 $q(x, t)$ 看作静载, 可求出桥墩各个截面的弯矩和剪力。桥墩的基底剪力 $Q(t)$ 可用积分式表示为

$$Q(t) = \int_0^H q(x, t) dx = \frac{\mathcal{L}_j^2}{M_j^*} \omega_j V_j(t) \quad (2.19)$$

【例2.1】 如图2.1所示的单自由度系统, 上部结构的重量 $W = Mg = 2254\text{kN}$, 总刚度 $K = 56693\text{kN/m}$, 阻尼比 $\mu = 0.05$ 。基底输入迁安公路桥桥头基岩地震记录水平分量(取主震相3s, 最大加速度 $A_{\max} = 0.15g$, 卓越周期 $T_1 = 0.3\text{s}$) (图2.3)。求地震时程反应。

【解】 系统自振圆频率 $\omega = \sqrt{K/M} = \sqrt{\frac{56693}{2254/9.8}} = 15.7 \text{ 1/s}$

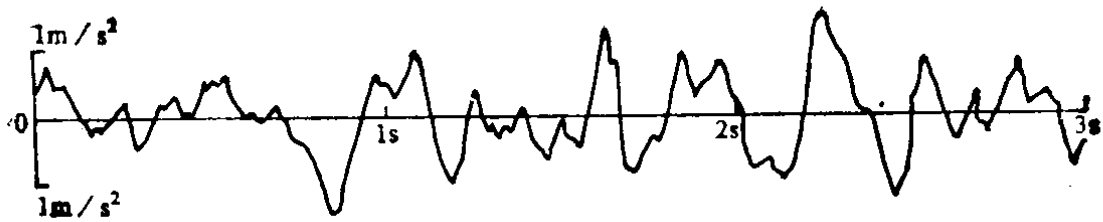


图2.3 迁安记录(1976.8.9, $M=5.7$, $\Delta=7\text{km}$)

$$\text{自振周期 } T = 2\pi/\omega = 2\pi/15.7 = 0.4\text{s}$$

借助于电子计算机,在所给地震记录作用下,用直接积分法计算式(2.13),得出质点 M (即墩顶)位移反应时程曲线(图2.4)。其中墩顶最大位移 $v_{\max}(t=2.56\text{s})=0.0185\text{m}$;最大地震力(即最大

$$\text{基底剪力) } Q_{\max} = M\ddot{v}_{e,\max} = M\omega^2 v_{\max} = \frac{2254}{g} \times 15.7^2 \times 0.0185 \\ = 1048.8\text{kN}。$$

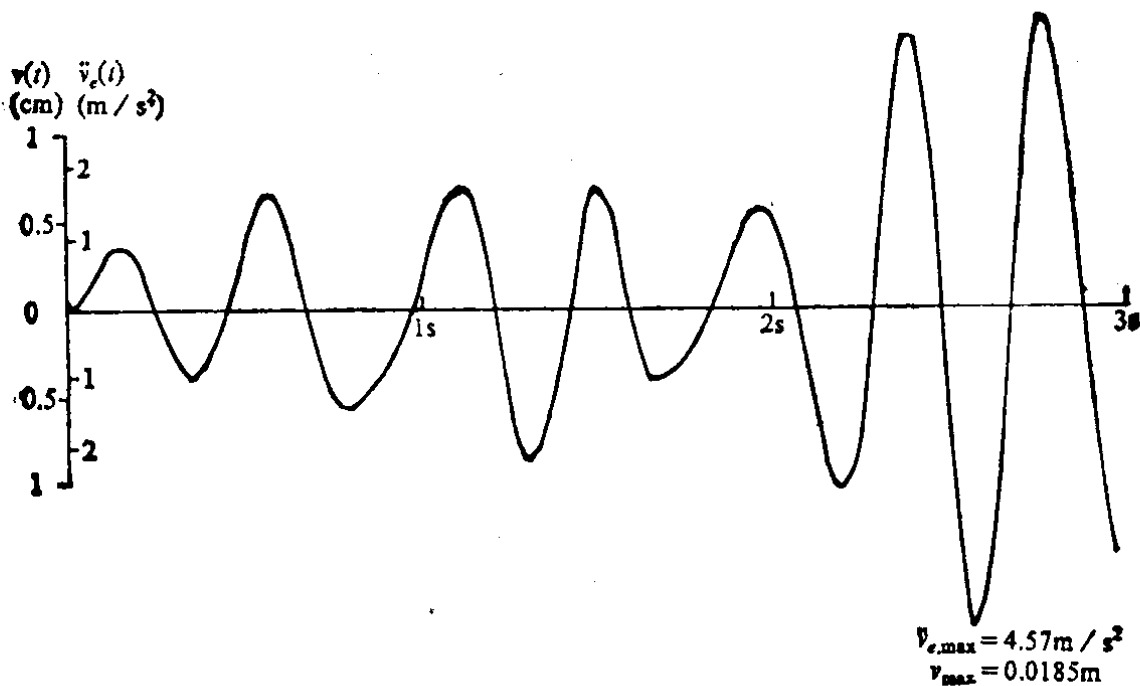


图2.4 单自由度系统 $v(t)$, $\ddot{v}_e(t)$

【例2.2】 如图2.2所示桥墩,墩高 $H=14\text{m}$,等截面 $2 \times 4\text{m}$,弹性

模量 $E = 1.96 \times 10^7 \text{kN/m}^2$, 容重 $\gamma = 23.52 \text{kN/m}^3$, 基底输入与例 2.1 同样的地震动。求地震时程反应。

【解】 取基本振型函数(详见第三章) $\psi_1(x) = \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right)$

由式(2.10)导出

$$M_1^* = m \int_0^H \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right)^2 dx = 0.226mH$$

$$= 0.226 \times \frac{4 \times 2 \times 23.52}{g} \times 14$$

$$= 595.34 \text{kN/g} = 60.75 \text{kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$K_1^* = EI \int_0^H \left(\frac{\pi^2}{4H^2} \cos \frac{\pi x}{2H}\right)^2 dx = \frac{\pi^4}{32} \frac{EI}{H^3} = 3.04 \frac{EI}{H^3}$$

$$\approx 3EI/H^3 = 3 \times 1.96 \times 10^7 \times \frac{1}{12} \times 4 \times 2^3/14^3$$

$$= 57142.86 \text{kN/m}$$

$$\mathcal{L}_1 = m \int_0^H \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right) dx = 0.364mH$$

$$= 0.364 \times \frac{4 \times 2 \times 23.52}{g} \times 14 = 958.86 \text{kN/g} = 97.8 \text{kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$\text{基本圆频率 } \omega_1 = \left(\frac{3EI/H^3}{0.226mH}\right)^{1/2} = 3.64 \sqrt{\frac{EI}{mH^4}}$$

$$= 3.64 \sqrt{\frac{1.96 \times 10^7 \times 4 \times 2^3/12}{4 \times 2 \times 23.52 \times 14^4/g}} = 30.7 \text{ 1/s}$$

$$\text{基本周期 } T_1 = 2\pi/\omega_1 = 2\pi/30.7 = 0.2\text{s}$$

取结构阻尼比 $\mu = 0.05$, 则系统的运动方程化为

$$\ddot{Y}_1 + \left(0.364 \sqrt{\frac{EI}{mH^4}}\right) \dot{Y}_1 + \left(13.25 \frac{EI}{mH^4}\right) Y_1 = -1.61 \ddot{v}_g(t)$$

上式的解为

$$Y_1(t) = \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^* \omega_1} V_1(t) = \frac{0.364}{0.226 \times 30.7} V_1(t) = 0.0525 V_1(t)$$

$$\text{位移 } v(x, t) = \psi_1(x) Y_1(t) = 0.0525 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H} \right) V_1(t)$$

$$\begin{aligned} \text{地震力 } q(x, t) &= m \psi_1(x) \ddot{Y}_1(t) = m \psi_1(x) \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} \omega_1^2 V_1(t) \\ &= \frac{4 \times 2 \times 23.52}{g} \times \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H} \right) \times \frac{0.364}{0.226} \times 30.7 V_1(t) \\ &= 948.4 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H} \right) V_1(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{基底剪力 } Q(t) &= \int_0^L q(x, t) dx = \frac{\mathcal{L}_1^2}{M_1^*} \omega_1^2 V_1(t) \\ &= \frac{0.364^2}{0.226} \times 30.7 V_1(t) mH \end{aligned}$$

同例2.1一样，输入所给地震记录，计算积分式 $V_1(t)$ ，即可由式(2.17)得出位移 $v(x, t)$ 或有效加速度 $\ddot{v}_e(x, t)$ 。图2.5给出了墩顶位移 $v(H, t)$ 或墩顶有效加速度 $\ddot{v}_e(H, t)$ 的时程曲线。由图2.5，当 $t = 2.3\text{s}$ 时出现最大地震反应值如下：

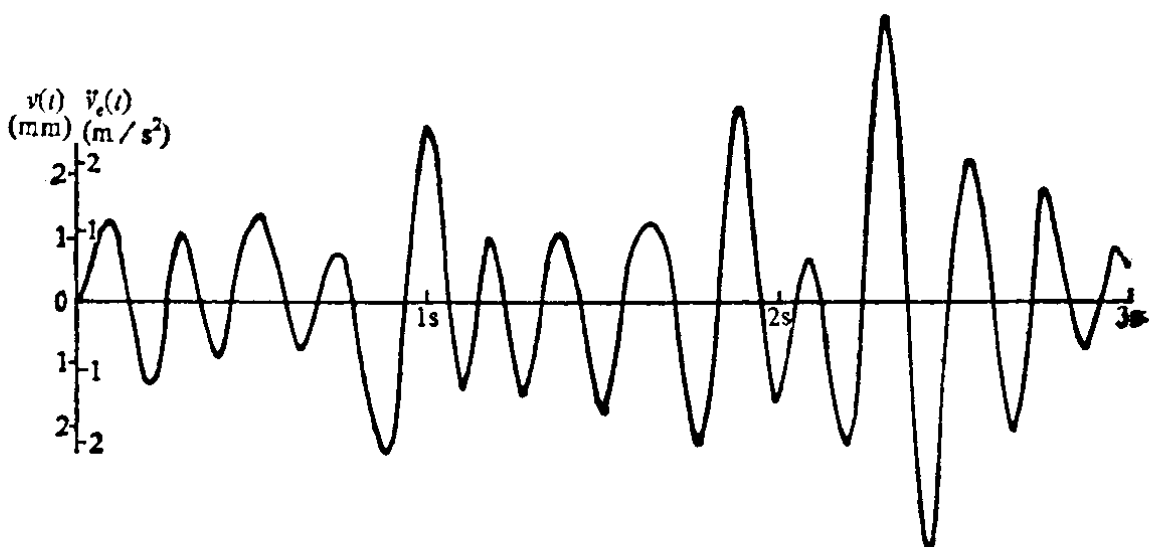


图2.5 伸臂柱墩顶位移 $v(H, t)$ 及有效加速度 $\ddot{v}_e(H, t)$

墩顶有效加速度 $\ddot{v}_{e, \max}(H, t = 2.3) = \ddot{Y}_e(t = 2.3) = 4.11 \text{ m/s}^2$

墩顶位移 $v_{\max}(H, t = 2.3) = \ddot{Y}_e(t = 2.3) / \omega_1^2 = 4.11 / 30.7^2$
 $= 0.0044 \text{ m} = 4.4 \text{ mm}$

地震力 $q_{\max}(x, t = 2.3) = m\psi_1(x) \ddot{Y}_e(t = 2.3)$
 $= \frac{4 \times 2 \times 23.52}{g} \times \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right) \times 4.11$
 $= 78.8 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right) \text{ kN/m}$

基底剪力 $Q_{\max}(t = 2.3) = \mathcal{L}_1 \ddot{Y}_1(t = 2.3) = 97.8 \times 4.11$
 $= 402 \text{ kN}$

四、反应谱分析

为了满足结构强度验算的需要，只要确定地震反应整个时程中的最大反应量就够了。因此，地震反应式(2.15)或(2.17)只要求出反应函数 $V(t)$ 的最大值，即可得出结构的内力或位移的最大值。 $V(t)$ 的最大值称为谱速度，以 S_v 表示：

$$S_v = [V(t)]_{\max} = \left[\int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\mu \omega (t-\tau)} \sin \omega (t-\tau) d\tau \right]_{\max} \quad (2.20)$$

于是由式(2.15)和(2.16)，谱位移 S_d 和谱加速度 S_a 可写为

$$S_d = S_v / \omega \quad (2.21)$$

$$S_a = \omega S_v = \omega^2 S_d \quad (2.22)$$

显然结构的最大地震位移反应可表示为

$$v_{\max} = S_d \quad (2.23)$$

或 $[v(x)]_{\max} = \psi_j(x) Y_{j, \max} = \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} \psi_j(x) S_d \quad (2.24)$

而最大有效地震力为

$$Q_{\max} = MS_s \quad (2.25)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{或} \quad [q(x)]_{\max} &= m(x)\psi_j(x) \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} S_s \\ Q_{\max} &= \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} S_s \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

综上所述，求解结构的最大地震反应归结为求解谱速度 S_s ，而谱速度取决于三个因素：

- (1) 地震地面运动 $\ddot{v}_g(t)$ ；
- (2) 结构阻尼比 μ ；
- (3) 结构自振频率 ω 。

因此，对于任何给定的地震输入和已知的结构阻尼比，把谱速度作为结构自振频率(或周期)的函数来进行计算，对于每一种频率(或周期)可给出谱速度值的一个点，在一定的有实际意义的结构周期范围内把这些点连起来，就得到速度反应谱。按照反应谱的关系式(2.21)、(2.22)可得出位移反应谱和加速度反应谱。由于加速度反应谱直接与地震力相联系，所以各国的抗震设计规范一般都给出加速度反应谱。我国《公路规范》和《铁路规范》也是这样。由于地震地面运动的随机性，一个地震记录得出的反应谱曲线有许多突出的峰点或谷点，不同的地震记录有不同的峰点或谷点。这些峰点或谷点是由于特定的地震地面运动中局部共振引起的。为了实用的目的，应忽略这些峰点或谷点，将这些反应谱曲线平滑化，并对不同的大量地震记录取平均值，得到平均反应谱，付诸应用。以美国1940年获得的埃尔森特罗地震记录为基准得到的平均速度谱、加速度谱和位移谱见图2.6。

【例2.3】 如图2.1所示的单自由度系统，结构的各设计参数同例2.1。设地震烈度与埃尔森特罗地震相当。用埃尔森特罗地震平均反应谱求最大地震反应。

【解】 已知 $\omega = 15.7 \text{ 1/s}$, $T = 0.4\text{s}$, $\mu = 0.05$