

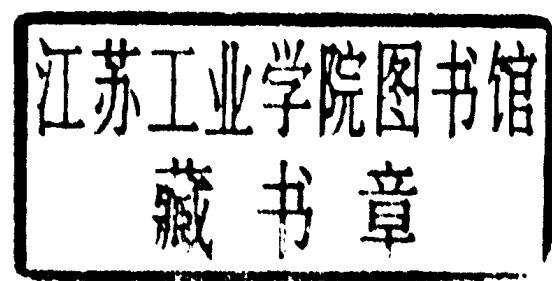


钢筋混凝土圆形环形截面构件  
程序设计和计算用表

施岚青 傅德炫 编著

地 球 出 版 社

1992



地 壳 機 械

1992

钢筋试验报告  
序号设计和计算用表

施岚青 傅德炫 编著

# 目 录

## 第一部分 计算原理和流程框图

一、圆形截面偏心受压构件	1
1. 基本公式	1
2. $\alpha = 0.625$ 时的偏心距 $e_{0b}$	1
3. 钢筋面积计算	1
4. 承载力校核	2
5. 用近似公式计算偏心受压构件	8
6. 用近似公式求 $\alpha = 0.625$ 时的偏心距 $e_{0b}$	14
7. 用近似公式计算钢筋面积	14
8. 用近似公式计算受压承载力 $N_u$	15
二、圆形截面受弯构件	20
1. 基本公式	25
2. 承载力计算流程图	25
3. 钢筋面积计算公式及流程图	26
三、圆形截面偏心受拉构件	26
1. 基本公式	31
2. 承载力计算流程图	31
3. 钢筋面积计算公式及流程图	32
四、环形截面偏心受压构件	32
1. 基本公式	38
2. $\alpha = 2/3$ 时的偏心距 $e_{0b}$	38
	38

3. 钢筋面积计算	39
4. 承载力校核	44
<b>T1、环形截面受弯构件</b>	<b>49</b>
1. 基本公式	49
2. 钢筋面积计算公式及流程图	50
3. 承载力校核的计算公式及流程图	54
<b>六、环形截面偏心受拉构件</b>	<b>54</b>
1. 基本公式	54
2. 承载力计算流程图	54
3. 钢筋面积计算公式及流程图	54

## 第二部分 计算程序

<b>一、圆形截面偏心受压构件</b>	<b>59</b>
1. 钢筋面积计算	59
2. 承载力校核	62
<b>二、圆形截面受弯构件</b>	<b>65</b>
1. 钢筋面积计算	65
2. 承载力校核	66
<b>三、圆形截面偏心受拉构件</b>	<b>68</b>
1. 钢筋面积计算	68
2. 承载力校核	70
<b>四、环形截面偏心受压构件</b>	<b>72</b>
1. 钢筋面积计算	72
2. 承载力校核	75
<b>五、环形截面受弯构件</b>	<b>77</b>
1. 钢筋面积计算	77

2. 承载力校核	79
六、环形截面偏心受拉构件	80
1. 钢筋面积计算	80
2. 承载力校核	82

### 第三部分 计算用表

表 1 圆形截面受弯构件的承载力和钢筋面积	85
表 2 环形截面受弯构件的承载力和钢筋面积	90
表 3 圆形截面偏心受压构件的承载力和钢筋面积	97
表 4 环形截面偏心受压构件的承载力和钢筋面积	227
表 5 圆形截面偏心受压构件 $n = N / f_{cm} A$ 与 $e = \eta e_i / r_s$ 时的 $\beta = f_y A_s / f_{cm} A$ 值	277
表 6 环形截面偏心受压构件 $n = N / f_{cm} A$ 与 $e = \eta e_i / r_s$ 时的 $\beta = f_y A_s / f_{cm} A$ 值	287
表 7 偏心距增大系数	297
表 8 各种圆形构件的直径 $d$ 与配置 $n$ 根钢筋时的钢筋中—中间距（弧长）	302

## 第一部分 计算原理和流程框图

### 一、圆形截面偏心受压构件

#### 1. 基本公式

$$N \leq \alpha f_{cm} A \left( 1 - \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha} \right) + (\alpha - \alpha_t) f_y A_s \quad (1.1)$$

$$N \eta e_i \leq \frac{2}{3} f_{cm} A r \frac{\sin^3 \pi\alpha}{\pi} + f_y A_s r_s \frac{\sin \pi\alpha + \sin \pi\alpha_t}{\pi} \quad (1.2)$$

$$\alpha_t = 1.25 - \alpha \quad (1.3)$$

式中  $A$ ——构件截面面积  $A = \pi r^2$ ;

$A_s$ ——全部纵向钢筋的截面面积;

$r$ ——圆形截面的半径;

$r_s$ ——纵向钢筋所在圆周的半径;

$\alpha$ ——对应于受压区混凝土截面面积的圆心角与  $2\pi$  的比值;

$\alpha_t$ ——纵向受拉钢筋截面面积与全部纵向钢筋截面面积的比值, 当  $\alpha > 0.625$  时, 取  $\alpha_t = 0$ 。上述公式适用于截面内纵向钢筋数量不少于 6 根的圆形截面的情况。

#### 2. $\alpha = 0.625$ 时的偏心距 $e_{0b}$

将  $\alpha = 0.625$ ,  $\alpha_t = 0$  代入式(1.1), 得

$$N = 0.625 f_{cm} A \left( 1 - \frac{\sin 1.25\pi}{1.25\pi} \right) + 0.625 f_y A_s \quad (1.4)$$

$$N = 0.7375 f_{cm} A + 0.625 f_y A_s \quad (1.4)$$

$$f_y A_s = \frac{1}{0.625} (N - 0.7375 f_{cm} A) \quad (1.5)$$

$$f_y A_s = 1.6N - 1.18 f_{cm} A$$

将  $\alpha = 0.625$ ,  $\alpha_i = 0$  代入式(1.2), 得

$$\begin{aligned} Ne_{0b} &= \frac{2}{3}f_{cm}Ar \frac{\sin^3 0.625\pi}{\pi} + f_y A_s \frac{r_s}{\pi} \sin 0.625\pi \\ Ne_{0b} &= 0.1673f_{cm}Ar + 0.2941f_y A_s r_s \\ e_{0b} &= \frac{1}{N}(0.1673f_{cm}Ar + 0.2941f_y A_s r_s) \end{aligned} \quad (1.6)$$

将式(1.4)代入式(1.6), 得

$$e_{0b} = \frac{0.1673f_{cm}Ar + 0.2941f_y A_s r_s}{0.7375f_{cm}A + 0.625f_y A_s} \quad (1.7)$$

此式用于已知  $A_s$  时校核承载力  $N_u$ 。

将式(1.5)代入(1.6), 得

$$\begin{aligned} e_{0b} &= \frac{1}{N}[0.1673f_{cm}Ar + 0.2941r_s(1.6N - 1.18f_{cm}A)] \\ &= 0.4706r_s + \frac{f_{cm}A}{N}(0.1673r - 0.3471r_s) \end{aligned}$$

此式用于已知轴压力  $N$  时求钢筋面积  $A_s$ 。

### 3. 钢筋面积计算

已知  $r$ ,  $r_s$ ,  $f_{cm}$ ,  $f_y$ ,  $N$ ,  $\eta e_i$ , 求  $A_s$ 。

(1) 当  $\eta e_i \geq e_{0b}$  时,

$$\begin{aligned} \alpha \leq 0.625, \quad \alpha_i = 1.25 - 2\alpha \quad &\text{代入式(1.1), 得} \\ N &= \eta f_{cm}A \left(1 - \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha}\right) + (3\alpha - 1.25)f_y A_s \\ N &= \alpha(f_{cm}A + 3f_y A_s) - \left(1.25f_y A_s + \frac{f_{cm}A}{2\pi} \sin 2\pi\alpha\right) \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{N + 1.25f_y A_s + \frac{f_{cm}A}{2\pi} \sin 2\pi\alpha}{f_{cm}A + 3f_y A_s} \quad (1.8)$$

用式(1.8)求  $\alpha$  值时，先假定一个  $\alpha$  值，求得  $\sin 2\pi\alpha$  值，再代入式(1.8)，求得一个新的  $\alpha$  值，如此反复迭代，直到取得一个稳定的  $\alpha$  值为止。

由式(1.2)得

$$A_s = \frac{\pi N \eta e_i - \frac{2}{3} f_{cm} A r \sin^3 \pi \alpha}{f_y r_s (\sin \pi \alpha + \sin \pi \alpha_t)} \quad (1.9)$$

先假定一个  $A_s$  值，由式(1.8)求得一个  $\alpha$  值，代入式(1.9)求得新的  $A_s$  值，再求  $\alpha$  值，反复迭代得到稳定的  $A_s$  值。

(2) 当  $\eta e_i < e_{0b}$  时，

$\alpha > 0.625$ ,  $\alpha_t = 0$ , 代入式(1.1)得

$$N = \alpha f_{cm} A - \frac{f_{cm} A}{2\pi} \sin 2\pi\alpha + \alpha f_y A_s$$

$$A_s = \frac{1}{\alpha f_y} \left( N - \alpha f_{cm} A + \frac{f_{cm} A}{2\pi} \sin 2\pi\alpha \right) \quad (1.10)$$

以  $\alpha_t = 0$  代入式(1.2)得

$$N \eta e_i = \frac{2}{3} f_{cm} A \frac{r}{\pi} \sin^3 \pi \alpha + f_y A_s \frac{r_s}{\pi} \sin \pi \alpha$$

$$\frac{2}{3} f_{cm} A r \sin^3 \pi \alpha + f_y A_s r_s \sin \pi \alpha - N \eta e_i \pi = 0 \quad (1.11)$$

也可写成

$$\sin^3 \pi \alpha + \frac{f_y A_s r_s}{f_{cm} A r} \sin \pi \alpha - \frac{1.5 N \eta e_i \pi}{f_{cm} A r} = 0$$

$$\therefore p = \frac{f_y A_s r_s}{2 f_{cm} A r}, \quad q = \frac{3 N \eta e_i \pi}{4 f_{cm} A r}, \quad D = \sqrt{q^2 + p^3}$$

则上式又可写成

$$\sin^3 \pi \alpha + 3 p \sin \pi \alpha + 2 q = 0$$

解此三次方程得

$$\sin \pi \alpha = \sqrt[3]{D + q} - \sqrt[3]{D - q}$$

因  $\alpha > 0.625$ , 则  $\sin \pi \alpha = \sin(\pi - \pi \alpha)$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{\pi} \sin^{-1} \sin \pi \alpha \quad (1.13)$$

计算时，先假定一个  $A_s$  值，代入式(1.11)，求得  $\sin \pi \alpha$  值，由式(1.13)求得  $\alpha$  值，再代入式(1.10)求得新的  $A_s$  值，如此反复迭代求出稳定的  $A_s$  值。

(3) 钢筋面积计算的流程图示于图 1.1。

**例 1.11** 一圆形截面偏压构件，已知  $r = 200\text{mm}$ ,  $f_{cm} = 11\text{N/mm}^2$ ,  $f_y = 310\text{N/mm}^2$ ,  $N = 500\text{kN}$ ,  $\eta e_i = 200\text{mm}$ , 求  $A_s$ 。

解：(1) 计算参数：

$$A = \pi r^2 = \pi \times 200^2 = 125664\text{mm}^2$$

$$r_s = r - 35 = 200 - 35 = 165\text{mm}$$

$$n = \frac{N}{f_{cm} A} = \frac{500 \times 10^3}{11 \times 125664} = 0.3617$$

$$R = \frac{r}{r_s} = \frac{200}{165} = 1.212$$

$$e = \frac{\eta e_i}{r_s} = \frac{200}{165} = 1.212$$

$$\begin{aligned} e_{0b} &= \left[ 0.4706 + \frac{1}{n} (0.1673R - 0.3471) \right] r_s \\ &= \left[ 0.4706 + \frac{1}{0.3617} \times (0.1673 \times 1.212 - 0.3471) \right] \times 165 = 11.8\text{mm} \end{aligned}$$

$$\eta e_i > e_{0b}$$

(2) 迭代：

$$\text{假定 } \rho^{(0)} = 0.01 \frac{f_y}{f_{cm}} = 0.01 \frac{310}{11} = 0.2818$$

再假定  $\alpha^{(0)} = 0.4$ ,  $\sin 2\pi \alpha = \sin 0.8\pi = 0.5878$

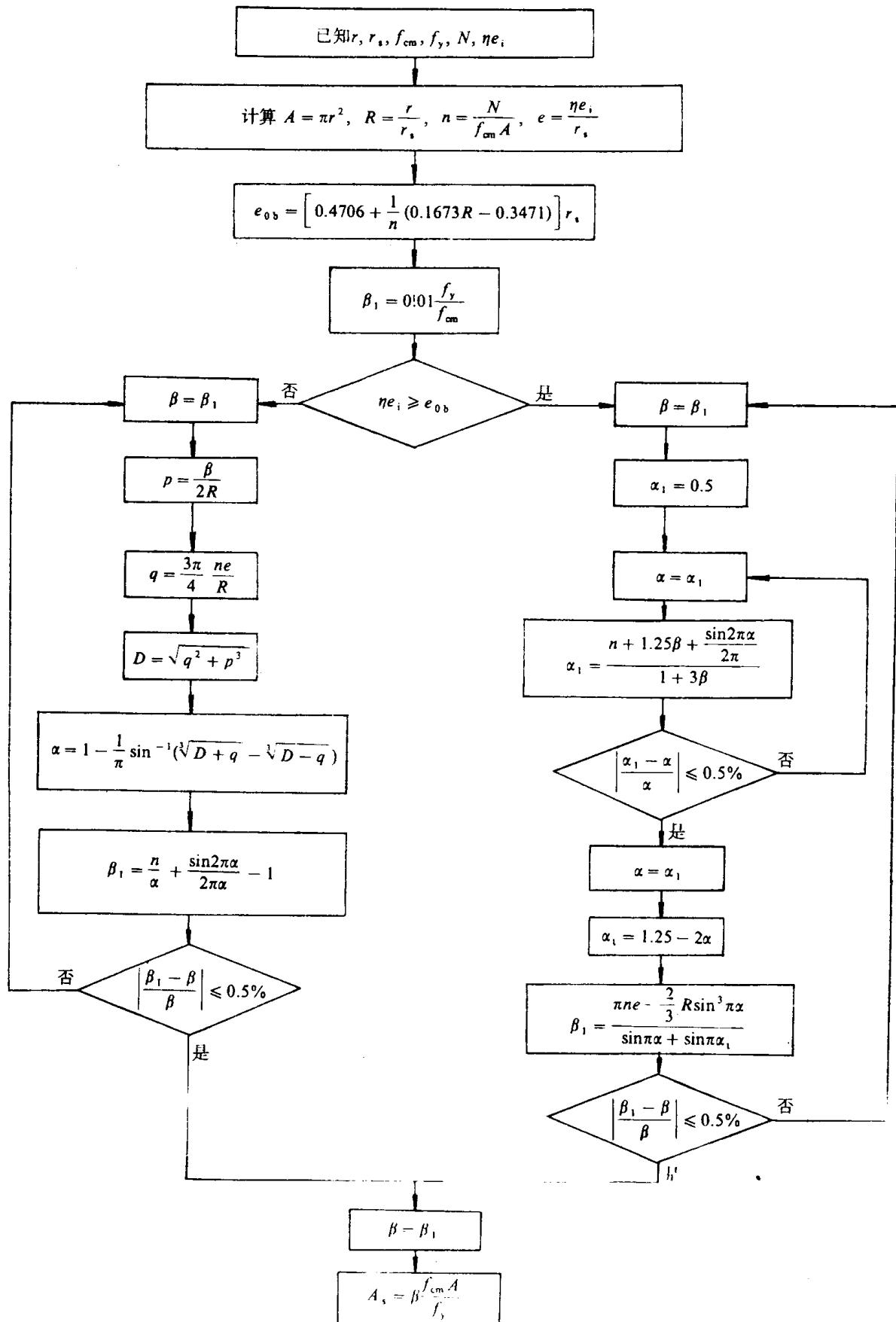


图 1.1 圆形截面偏心受压构件钢筋面积计算流程图

$$\alpha^{(1)} = \frac{n + i.25\beta + (\sin 2\pi\alpha) / 2\pi}{1 + 3\beta} = \frac{0.3617 + 1.25 \times 0.2818 + 0.5878 \div 2\pi}{1 + 3 \times 0.2818} = 0.4361$$

$$\left| \frac{\alpha^{(1)} - \alpha^{(0)}}{\alpha^{(0)}} \right| = \left| \frac{0.4361 - 0.4}{0.4} \right| = 9.03\% > 0.5\%$$

将  $\alpha^{(1)}$  代入上式反复迭代，最后求出一稳定的  $\alpha$  值，计算结果见下表：

迭代次数 $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha^{(i)}$	0.4361	0.4199	0.4285	0.4243	0.4264	0.4254	0.4259	0.4256	0.4257	0.4257
$\frac{\alpha^{(i)} - \alpha^{(i-1)}}{\alpha^{(i-1)}}$	9.03	3.71	2.05	0.98	0.49	0.23	0.12	0.07	0.02	0

求得  $\alpha$  后再求  $\beta^{(1)}$ 。

$$\alpha = 0.4257$$

$$\sin \pi \alpha = \sin 0.4257 \pi = 0.9729$$

$$\alpha_t = 1.25 - 2\alpha = 1.25 - 2 \times 0.4257 = 0.3986$$

$$\sin \pi \alpha_t = \sin 0.3986 \pi = 0.9497$$

$$\beta^{(1)} = \frac{\pi n e - \frac{2}{3} R \sin^3 \pi \alpha}{\sin \pi \alpha + \sin \pi \alpha_t} = \frac{\pi \times 0.3617 \times 1.212 - \frac{2}{3} \times 1.212 \times 0.9729^3}{0.9729 + 0.9497} = 0.3294$$

$$\left| \frac{\beta^{(1)} - \beta^{(0)}}{\beta^{(0)}} \right| = \left| \frac{0.3294 - 0.2818}{0.2818} \right| = 16.9\% > 0.5\%$$

需要继续迭代。

注意，这里要得到一个新的  $\beta$  值，先要迭代求得一个稳定的  $\alpha$  值，再代入公式求得一个新的  $\beta$  值，整个过程包括了二套循环迭代。结果见下表：

迭代次数 $i$	1	2	3	附注
$\alpha$	0.4257	0.4253	0.4253	对应每一个 $\beta$ 值， $\alpha$ 需按表 1 迭代而得
$\beta^{(i)}$	0.3294	0.3297	0.3297	
$\left  \frac{\beta^{(i)} - \beta^{(i-1)}}{\beta^{(i-1)}} \right  \%$	16.9	0.09	0.00	

(3) 求  $A_s$ :

$$A_s = \beta \frac{f_{\text{cm}} A}{f_y} = 0.3297 \frac{11 \times 125664}{310} = 1470 \text{mm}$$

**[例 1.2]** — 圆形截面偏压构件，已知  $r = 200 \text{mm}$ ,  $f_{\text{cm}} = 11 \text{N/mm}^2$ ,  $f_y = 310 \text{N/mm}^2$ ,  $N = 1600 \text{kN}$ ,  $\eta e_i = 40 \text{mm}$ , 求  $A_s$ 。

解：(1) 计算参数：

由前例知  $A = 125664 \text{mm}^2$ ,  $r_s = 165 \text{mm}$ ,  $R = 1.212$

$$n = \frac{N}{f_{\text{cm}} A} = \frac{1600 \times 10^3}{11 \times 125664} = 1.157$$

$$e = \frac{\eta e_i}{r_s} = \frac{40}{165} = 0.2424$$

$$\begin{aligned} e_{0b} &= \left[ 0.4706 + \frac{1}{n} (0.1673R - 0.3471) \right] r_s \\ &= \left[ 0.4706 + \frac{1}{1.157} (0.1673 \times 1.212 - 0.3471) \right] \times 165 = 57.1 \text{mm} \end{aligned}$$

$$\eta e_i < e_{0b}$$

(2) 迭代：

假定  $\beta^{(0)} = 0.01 \frac{f_y}{f_{\text{cm}}} = 0.01 \times \frac{310}{11} = 0.2818$

$$p = \frac{\beta}{2R} = \frac{0.2818}{2 \times 1.212} = 0.1162$$

$$q = \frac{3\pi n e}{4R} = \frac{3 \times \pi \times 1.157 \times 0.2424}{4 \times 1.212} = 0.5455$$

$$D = \sqrt{q^2 + p^3} = \sqrt{0.5455^2 + 0.1162^3} = 0.5469$$

$$\sin \pi \alpha = \sqrt[3]{D+q} - \sqrt[3]{D-q} = \sqrt[3]{0.5469 + 0.5455} - \sqrt[3]{0.5469 - 0.5455} = 0.917$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{\pi} \sin^{-1} \sin \pi \alpha = 1 - \frac{1}{\pi} \sin^{-1} 0.917 = 0.6306$$

$$\beta^{(0)} = \frac{n}{\alpha} + \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha} - 1 = \frac{1.157}{0.6306} + \frac{\sin(2\pi \times 0.6306)}{2\pi \times 0.6306} - 1 = 0.6509$$

$$\left| \frac{\beta^{(i)} - \beta^{(0)}}{\beta^{(0)}} \right| \% = \left| \frac{0.6509 - 0.2818}{0.2818} \right| \% = 131.0\% > 0.5\%$$

需反复迭代，结果如下表：

迭代次数 $i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha^{(i)}$	0.6306	0.7175	0.6627	0.6961	0.6752	0.6881	0.6800	0.6850
$\beta^{(i)}$	0.6509	0.3960	0.5417	0.4472	0.5042	0.4682	0.4903	0.4765
$\left  \frac{\beta^{(i)} - \beta^{(i-1)}}{\beta^{(i-1)}} \right  \% / \%$	131.0	39.2	36.8	17.4	12.7	7.14	4.72	2.81
迭代次数 $i$	9	10	11	12	13	14	15	16
$\alpha^{(i)}$	0.6819	0.6838	0.6827	0.6834	0.6829	0.6832	0.6830	0.6832
$\beta^{(i)}$	0.4850	0.4797	0.4830	0.4810	0.4822	0.4814	0.4819	0.4816
$\left  \frac{\beta^{(i)} - \beta^{(i-1)}}{\beta^{(i-1)}} \right  \% / \%$	1.78	1.09	0.69	0.41	0.25	0.17	0.10	0.06

(3) 求  $A_s$ :

$$A_s = \beta \frac{f_{cm} A}{f_y} = \frac{0.4816 \times 11 \times 125664}{310} = 2148 \text{ mm}$$

从上述两例可以看到，迭代次数和所需精度有关。如控制精度为 5% 时，迭代次数应不会太多。具体精度数值由设计者确定。

#### 4. 承载力校核

已知  $r$ ,  $A_s$ ,  $r_s$ ,  $f_{cm}$ ,  $f_y$ ,  $\eta e_i$ , 求受压承载力  $N_u$ 。

- (1) 当  $\eta e_i \geq e_{0b}$  时,  
 $\alpha \leq 0.625$ ,  $\alpha_i = 1.25 - 2\alpha$  代入式(1.1), 得

$$N = \alpha(f_{\text{cm}} A + 3f_y A_s) - \left( 1.25f_y A_s + \frac{f_{\text{cm}} A}{2\pi} \sin 2\pi\alpha \right)$$

$$\alpha = \frac{N + 1.25f_y A_s + \frac{f_{\text{cm}} A}{2\pi} \sin 2\pi\alpha}{f_{\text{cm}} A + 3f_y A_s} \quad (1.14)$$

用上式求  $\alpha$  值时，先假定一个  $\alpha$  值，求出  $\sin 2\pi\alpha$ ，再代入式(1.14)，求得新的  $\alpha$  值，经过反复迭代，求得稳定的  $\alpha$  值。

由式(1.2)得

$$N = \frac{1}{\eta e_i \pi} \left[ \frac{2}{3} f_{\text{cm}} A r \sin^3 \pi\alpha + f_y A_s r_s (\sin \pi\alpha + \sin \pi\alpha_i) \right] \quad (1.15)$$

计算时，先假定一个  $N$  值，再按上述迭代法由式(1.14)求得一稳定的  $\alpha$  值，再将该  $N$ 、 $\alpha$  值代入式(1.15)，求得一新的  $N$  值，再求  $\alpha$  值，反复迭代求得稳定的  $N$  值，即为承载力  $N_u$ 。

(2) 当  $\eta e_i < e_0$  时，

$\alpha > 0.625$ ， $\alpha_i = 0$ ，代入式(1.1)得

$$N = \alpha f_{\text{cm}} A \left( 1 - \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha} \right) + \alpha f_y A_s$$

$$N = \alpha(f_{\text{cm}} A + f_y A_s) - \frac{f_{\text{cm}} A}{2\pi} \sin 2\pi\alpha . \quad (1.16)$$

代入式(1.2)得

$$N \eta e_i = \frac{2}{3} f_{\text{cm}} A \frac{r}{\pi} \sin^3 \pi\alpha + f_y A_s \frac{r_s}{\pi} \sin \pi\alpha$$

移项整理后又可写成

$$\sin^3 \pi\alpha + \frac{1.5 f_y A_s r_s}{f_{\text{cm}} A r} \sin \pi\alpha - \frac{1.5 N \eta e_i \pi}{f_{\text{cm}} A r} = 0 \quad (1.17)$$

$$\text{令 } p = \frac{f_y A_s r_s}{2 f_{\text{cm}} A r}, q = \frac{3 N \eta e_i \pi}{4 f_{\text{cm}} A r}, D = \sqrt{q^2 + p^3}$$

$$\text{解得 } \sin \pi\alpha = \sqrt[3]{D + q} - \sqrt[3]{D - q}$$

因  $\alpha > 0.625$ , 则  $\sin\pi\alpha = \sin(\pi - \pi\alpha)$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{\pi} \sin^{-1} \sin\pi\alpha \quad (1.18)$$

计算时, 先假定一个  $N$  值, 代入式(1.17), 求得一个  $\sin\pi\alpha$  值, 进而由式(1.18)求得一个  $\alpha$  值, 再将  $\alpha$  代入式(1.16)得一个新的  $N$  值, 如此反复迭代, 求出稳定的  $N$  值即为承载力  $N_u$ 。

(3) 承载力计算的流程图如图 1.2 所示。

**例 1.3** | 一圆形截面偏压构件, 已知  $r = 200\text{mm}$ ,  $f_{cm} = 11\text{N/mm}^2$ ,  $f_y = 310\text{N/mm}^2$ ,  $A_s = 1470\text{mm}^2$ ,  $\eta e_i = 200\text{mm}$ , 求承载力  $N_u$ 。

解: (1) 计算参数:

$$A = \pi r^2 = \pi \times 200^2 = 125664\text{mm}^2$$

$$r_s = r - 35 = 200 - 35 = 165\text{mm}$$

$$\beta = \frac{f_y A_s}{f_{cm} A} = \frac{310 \times 1470}{11 \times 125664} = 0.3297$$

$$R = \frac{r}{r_s} = \frac{200}{165} = 1.212$$

$$e = \frac{\eta e_i}{r_s} = \frac{200}{165} = 1.212$$

$$e_{0b} = \left( \frac{0.1673R + 0.2941\beta}{0.7375 + 0.625\beta} \right) r_s = \left( \frac{0.1673 \times 1.212 + 0.2941 \times 0.3297}{0.7375 + 0.625 \times 0.3297} \right) \times 165 = 52.4\text{mm}$$

$$\eta e_i > e_{0b}$$

(2) 迭代:

先假定  $n^{(0)} = 0.4$ , 再假定  $\alpha^{(0)} = 0.4$

$$\begin{aligned} \alpha^{(1)} &= \frac{n + 1.25\beta + (\sin 2\pi\alpha)/2\pi}{1 + 3\beta} = \frac{0.4 + 1.25 \times 0.3297 + \frac{\sin(2 \times 0.4\pi)}{2\pi}}{1 + 3 \times 0.3297} = 0.4553 \\ \left| \frac{\alpha^{(1)} - \alpha^{(0)}}{\alpha^{(0)}} \right| &= \left| \frac{0.4553 - 0.4}{0.4} \right| = 13.8\% > 0.5\% \end{aligned}$$

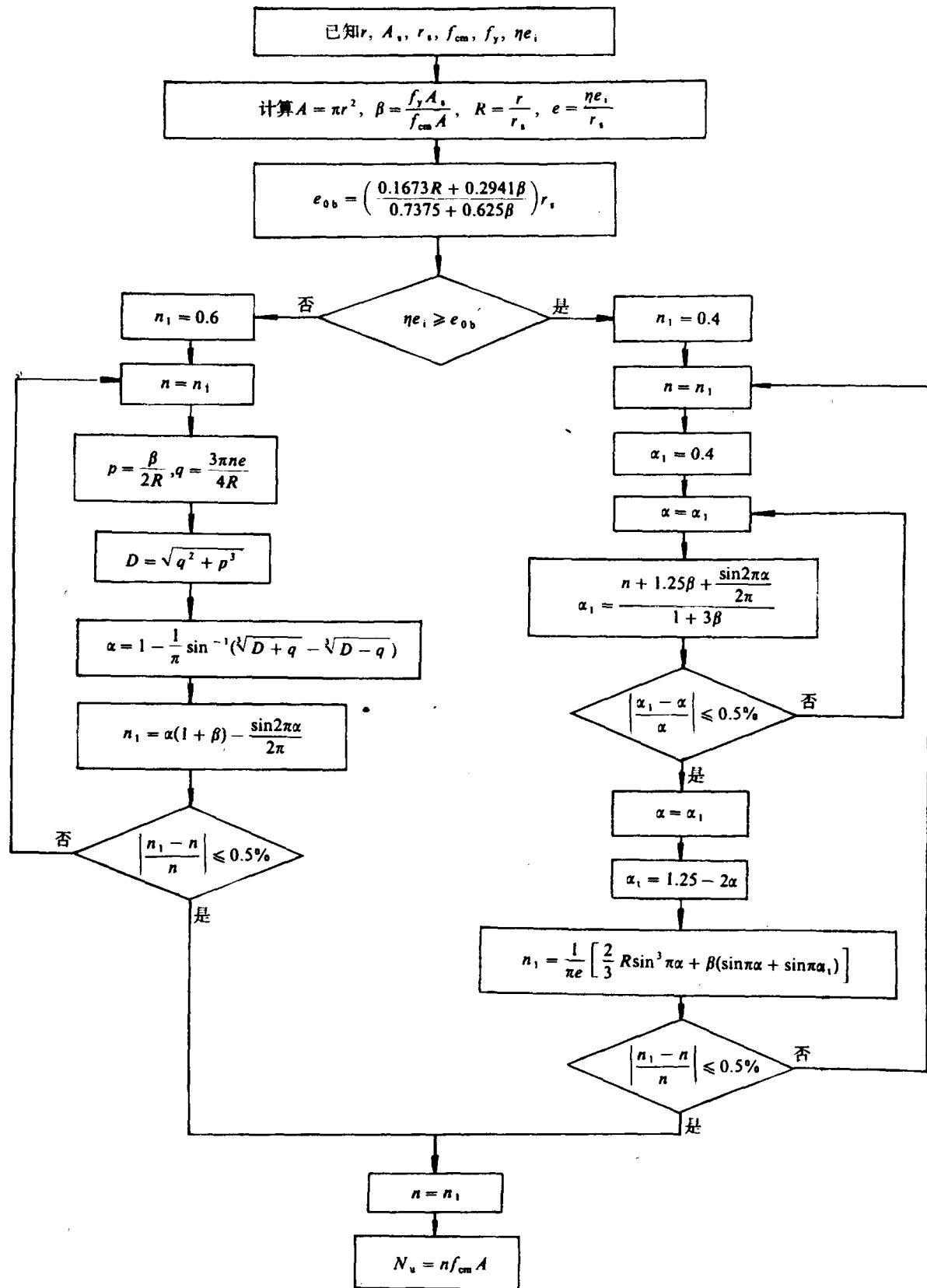


图 1.2 圆形截面偏心受压构件承载力计算流程图