

网架结构简化计算手册

唐瑞森 主编

中国建筑工业出版社

网架结构简化计算手册

唐瑞森 主编

中国建筑工业出版社

本书内容包括：网架的设计概要；一般计算方法；简化计算图表的编制依据；不同网格的两向正交正放网架、两向正交斜放网架、三向网架、正放四角锥网架和斜放四角锥网架的杆件内力系数的图表共285种；并有上述五类网架的计算例题。

本书可供土建工程技术人员和高等院校土建专业师生参考。

网架结构简化计算手册

唐瑞森 主编

中国建筑工业出版社出版（北京西郊百万庄）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国建筑工业出版社印刷厂印刷（北京阜外南礼士路）

*

开本：787×1092毫米 1/16 印张：34 1/2 字数：835千字

1989年7月第一版 1989年7月第一次印刷

印数：1—10,440册 定价：14.85元

ISBN 7—112—00563—9/TU·399

(5713)

目 录

第一章 网架结构的设计概要及其计算方法	1
第一节 网架的分类及选型	1
第二节 网架几何尺寸的确定	7
第三节 网架设计的一般规定	9
第四节 网架的一般计算方法	10
第五节 网架简化计算图表的编制依据	21
第二章 两向正交正放网架的简化计算图表	26
(图表 2 - 1) ~ (图表 2 - 70)	
第三章 两向正交斜放网架的简化计算图表	144
(图表 3 - 1) ~ (图表 3 - 49)	
第四章 三向网架的简化计算图表	232
(图表 4 - 1) ~ (图表 4 - 10)	
第五章 正放四角锥网架的简化计算图表	252
(图表 5 - 1) ~ (图表 5 - 78)	
第六章 斜放四角锥网架的简化计算图表	396
(图表 6 - 1) ~ (图表 6 - 78)	
第七章 网架计算例题	538
第一节 两向正交正放网架计算例题	538
第二节 两向正交斜放网架计算例题	539
第三节 三向网架计算例题	540
第四节 正放四角锥网架计算例题	542
第五节 斜放四角锥网架计算例题	543
参考文献	545

第一章 网架结构的设计概要 及其计算方法

第一节 网架的分类及选型

通常，人们将平板型网架简称为网架。网架是空间钢结构的一种。首先，由上、下弦和腹杆组成各种体形的网格单元，将各种网格单元按一定规律组合起来，就形成各种形式的网架结构。

一、网架的分类

(一) 按网架的支承情况分类

1. 周边支承网架

网架的所有周边节点均为支座节点，搁置在下部的支承结构上，如图 1-1 所示。这种网架受力均匀，空间刚度大，应用最为广泛。我国目前已建成的网架多属这种支承形式。

2. 三边支承网架

网架只有三个周边节点为支座节点，另一边的节点悬空，形成自由边界，如图 1-2 所示。这种网架在飞机制造厂或大型飞机库中应用较为广泛。

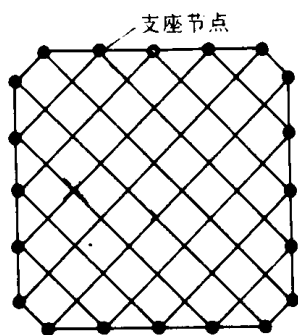


图 1-1

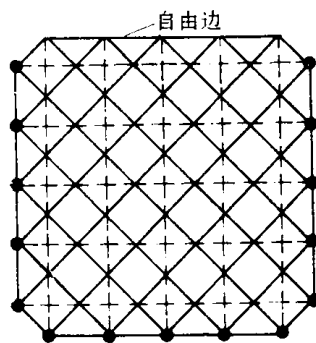


图 1-2

3. 两边支承网架

网架的周边节点只有两对边上的节点为支座节点，其余两边为自由边，如图 1-3 所示。这种网架应用极少。

4. 四点支承网架

网架由四点支承，支承点多为对称布置，周边应设有悬臂段，以减少跨中弯矩，支承点处宜设柱帽，以避免网架支座处杆件内力过分集中（图 1-4）。

5. 四点支承无限连续网架

这种网架多用于灵活车间，国外采用较多（图 1-5）。

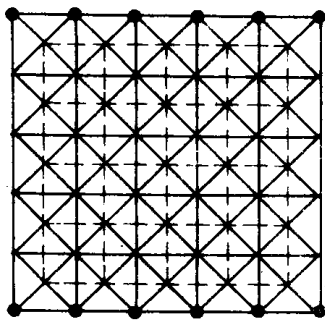


图 1-3

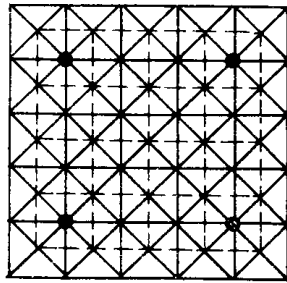


图 1-4

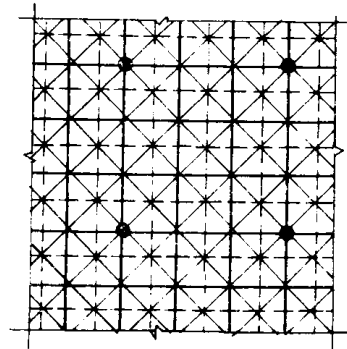


图 1-5

6. 多点支承网架

根据建筑功能要求，网架支承点布置较为稀疏，形成多点支承网架，如图1-6所示。

(二) 按网架的组成形式分类

1. 由平面桁架组成的网架

这种网架是由若干片平面桁架相互交叉而成，每片桁架的上下弦及腹杆位于同一垂直平面内。根据建筑物的平面形状和跨度大小，整个网架可由两个方向或三个方向的平面桁架交叉而成，交叉桁架可以相互垂直，也可成任意角度。它们又可分为以下四种：

(1) 两向正交正放网架 (图 1-8)

这种网架由两个方向的平面桁架交叉而成，其交角为 90° ，且两个方向的桁架分别平行于建筑物的轴线，故称为正交正放网架。

本节图1-8至1-9的表示方法如图1-7所示，平面分为四区，左上角表示平面总图，右上角表示上弦杆，左下角表示下弦杆，右下角表示腹杆。

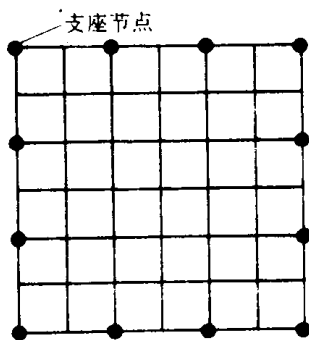


图 1-6

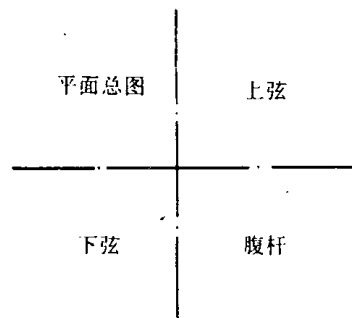


图 1-7

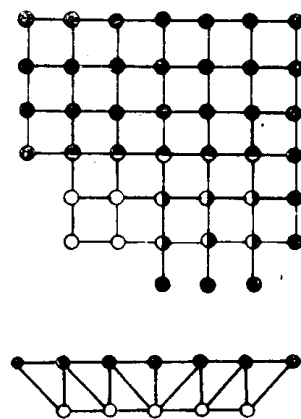
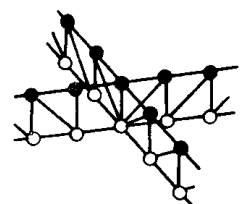


图 1-8



- 上弦节点
- 下弦节点
- ⊙ 有竖杆的下弦节点

(2) 两向正交斜放网架 (图 1-9)

这种网架也是由两个方向的平面桁架交叉而成，其交角也是 90° ，但每片桁架不与建筑物轴线平行，而是成 45° 的交角，故称为两向正交斜放网架。这种网架中各片桁架长度不一，四角处的短桁架刚度较大，对长桁架有一定嵌固作用，使长桁架在其端部产生负弯矩，使跨中弯矩减少。网架四角隅处的支座产生拔力，应按拉力支座进行设计。

(3) 两向斜交斜放网架 (图 1-10)

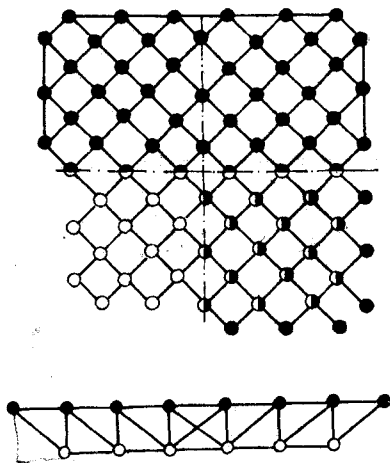


图 1-9

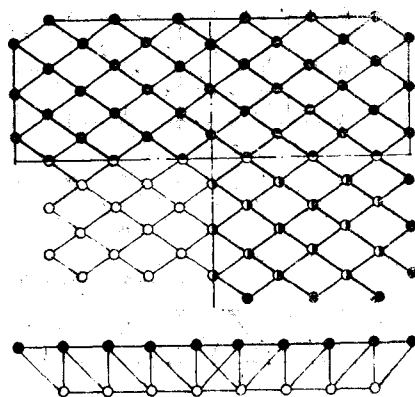


图 1-10

由于建筑物的使用要求,平面中两个相互垂直方向的柱距不等,因而相互交叉桁架的交角不能呈 90° ,且两方向桁架与建筑物轴线的交角也不相同,这种网架称为两向斜交斜放网架。

(4) 三向网架 (图 1-11)

这种网架是由三个方向的平面桁架相互交叉而成,其相互交角为 60° ,上下弦杆在平面中组成正三角形。三向网架比两向网架的刚度大,适合在大跨度结构中采用,其平面适用于三角形、梯形及正六边形,在圆形平面中也可采用,只是周边出现一些不规则杆件。

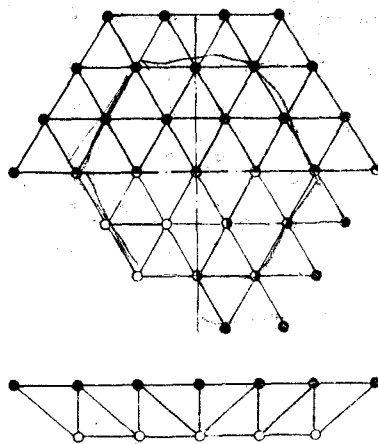


图 1-11

2. 由四角锥体组成的网架

首先,由四根上弦组成正方形锥底,锥顶位于正方形的形心下方,由正方形四角节点向锥顶连接四根腹杆即形成一个四角锥体,将各个四角锥体按一定规律连接起来,便成为由四角锥体组成的网架。由于四角锥体的连接方式不同,这种网架又可分为下列几种形式。

(1) 正放四角锥网架

四角锥底边分别与建筑物的轴线相平行,各个四角锥体的底边相互连接形成网架的上弦杆,连接各个四角锥体的锥顶形成下弦杆。这种网架的上下弦杆长度相等,并相互错开半个节间。下弦杆也与建筑物的轴线平行,如图 1-12 所示。

(2) 正放抽空四角锥网架

上面所述的正放四角锥网架,其每个正方形上弦网格中都布置有四角锥体。这种网架的刚度较大,但杆件数量多,对于中小跨度的网架用钢量较多。此时可适当抽掉一些四角锥体而得到正放抽空四角锥网架,如图 1-13 所示。

(3) 斜放四角锥网架

这种网架是将各四角锥体的锥底角与角相连,上弦(即锥底边)与建筑物轴线成 45° 交角,连接锥顶而形成的下弦仍与建筑物轴线平行(图 1-14)。这种网架受压的上弦杆长度小于受拉的

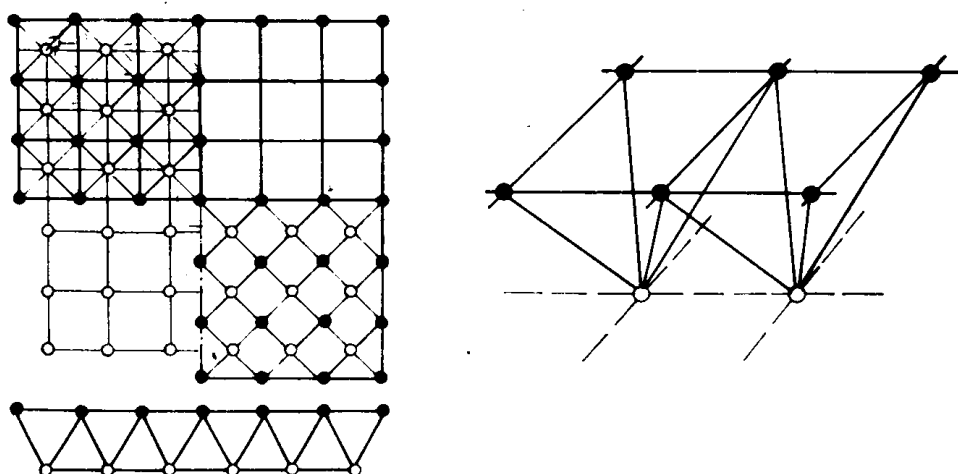


图 1-12

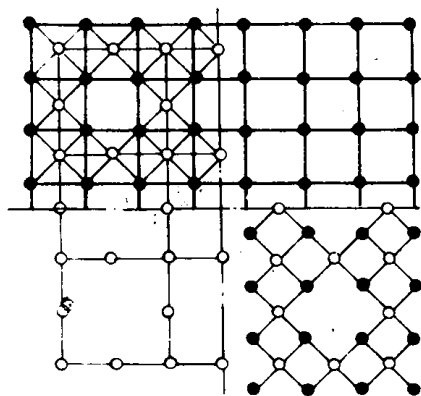


图 1-13

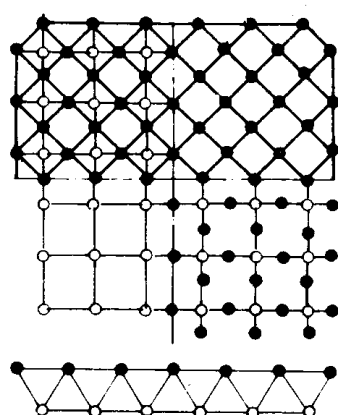


图 1-14

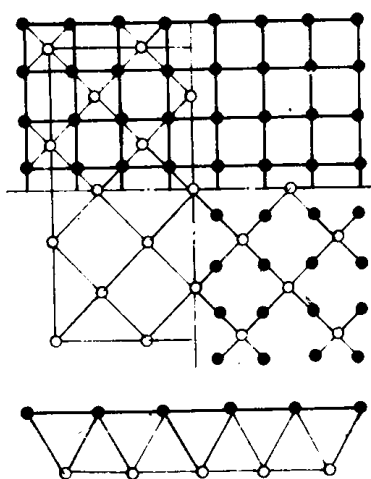


图 1-15

下弦杆，因而受力比较合理，而且每个节点交汇的杆件数量也较少，因而用钢量也较少。其缺点是屋面板种类较多，屋面排水坡的形成也比较困难。

(4) 棋盘形四角锥网架

将整个斜放四角锥网架水平转动 45° 角，使网架上弦与建筑物轴线平行，下弦与建筑物轴线成 45° 交角，即得图1-15所示的棋盘形四角锥网架。这种网架可以克服斜放四角锥网架屋面板种类多，屋面排水坡形成困难的缺点。

(5) 星形四角锥网架

网架单元为一星形四角锥，十字交叉的四根上弦为锥体的底边，由十字交叉点连接一根竖杆，再由交叉的四根上弦杆的另一端向竖杆下端连接，即得四根腹杆，这就构成了一个星形四角锥网架单元，将各单元的锥顶相连，即为下弦杆（图1-16）。这种网架的受力性能和刚度都比较好。

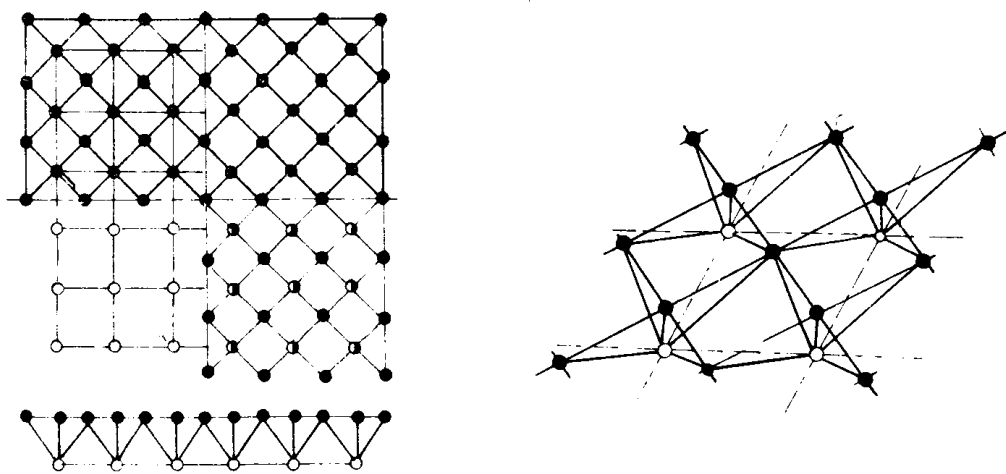


图 1-16

3. 由三角锥体组成的网架

这种网架的单元为三角锥体。锥体的底边朝上，呈正三角形。锥顶向下，位于正三角形底面的形心线上。锥底的三根杆为上弦杆。由锥底的三个角点向锥顶连接即得三根腹杆，这样就构成了一个三角锥单元体。将各单元的锥顶连接起来，即为网架的下弦杆。下弦杆构成的平面为正三角形或正六边形。

三角锥网架的刚度较好，适用于大跨度工程，在平面为梯形、六边形和圆形工程中采用尤为适宜。根据情况适当地抽掉一些锥体或改变单元的连接方式，可以构成不同的网格图案，以增加建筑物的艺术效果。常见的形式有以下几种：

(1) 三角锥网架

将三角锥体的角与角相连，使上下弦杆组成的平面图形均为正三角形，即得三角锥网架（图 1-17）。

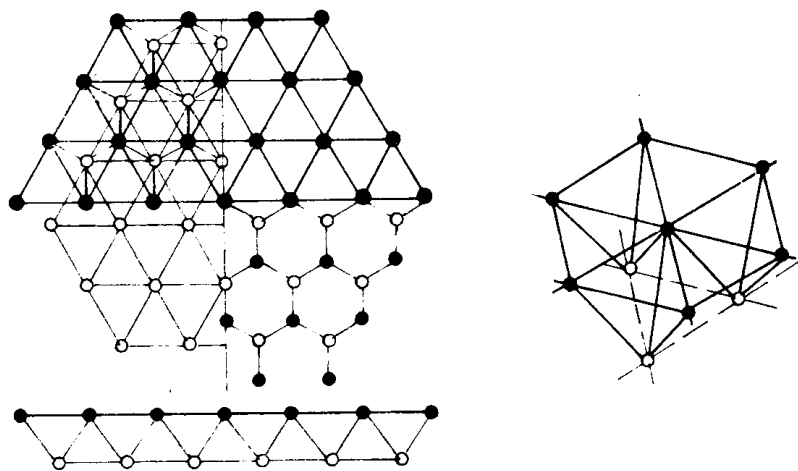


图 1-17

(2) 抽空三角锥网架

将三角锥网架适当抽掉一些锥体，即成抽空三角锥网架。这种网架的上弦杆仍呈正三角形，下弦杆组成的图形，则因抽锥方式不同而呈三角形、六边形等多种图形，图 1-18 是其中的一种。

抽空三角锥网架的杆件与节点均较三角锥网架少，用钢量也较少，适于在荷载较轻、跨度

较小的情况下采用。

(3) 蜂窝形三角锥网架

这种网架仍由三角锥单元体组成,但其连接方式不同于前两种网架(图1-19),上弦杆与腹杆位于同一垂直平面内,上下弦节点均汇集六根杆件,是常见网架中节点汇集杆件最少的一种。其受压上弦杆的长度比受拉下弦杆的长度短,受力比较合理,用钢量也是常见网架中较少的一种。但由于上弦组成的图形为六边形和三角形,给屋面板设计带来一定困难。

二、网架的选型

网架的选型应根据具体工程的平面形状和尺寸、网架的支承方式、荷载的种类和大小、屋面构造和

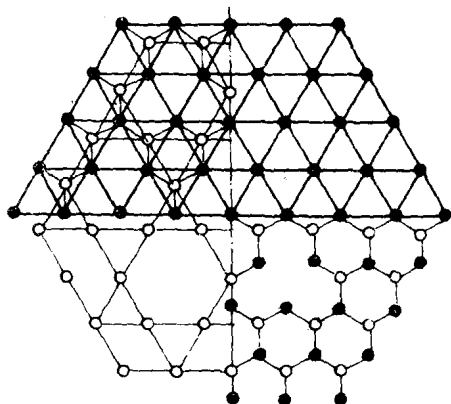


图 1-18

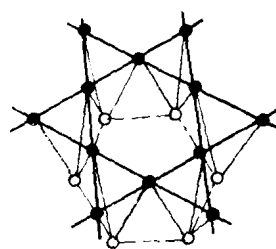
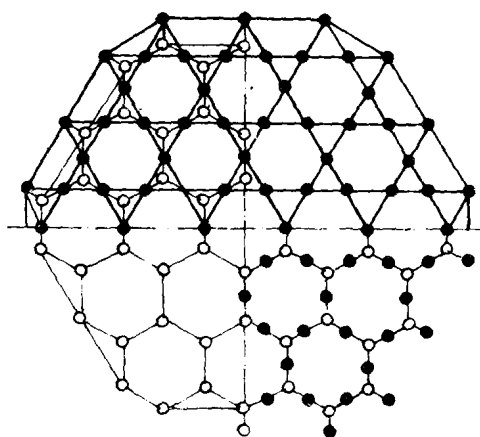


图 1-19

材料、建筑功能要求,以及网架的制作、安装方法等因素,进行综合分析比较来确定。通常以同样条件下用钢量的多少及刚度大小两项指标来作为衡量选型好坏的标准。根据国内有关资料[2],对几种网架选型提出如下参考意见。

(一) 周边支承的方形或接近方形的网架

根据常见的两向正交正放、两向正交斜放、正放四角锥、正放抽空四角锥、斜放四角锥、棋盘形四角锥和星形四角锥七种形式网架进行计算对比表明,在荷载、网格尺寸和网架高度相同的条件下,单位面积用钢量以斜放四角锥网架最少,其次是棋盘形四角锥和星形四角锥网架,正放四角锥网架的用钢量最高。对上述七种网架的挠度计算表明,它们的挠度值相差不大,其中以斜放四角锥、星形四角锥和正放四角锥三种网架的刚度最好。综合起来,斜放四角锥、星形四角锥和棋盘形四角锥的技术经济指标较好。原因是:它们的空间作用好,杆件受力合理,受压的上弦杆长度比受拉的下弦杆长度小,能充分发挥杆件的承载能力,而且在每个节点上交汇的杆件较少,使节点构造简单。因此,在正方形或接近正方形的周边支承网架中,应优先考虑上述三种形式。

(二) 周边支承的狭长矩形平面网架

这种网架的长宽比一般大于1.5:1,在工业建筑中比较常见。计算表明,随着网架长宽比的增大,两向正交正放、正放四角锥、正放抽空四角锥等正放类型网架,无论是用钢量还是挠

度的增长都比较缓慢，而其它斜放类型网架上述两项指标的增加速度均较快。由于斜放类型网架在狭长的矩形平面情况下，其内力的传递路线较正放类型网架长，从而大大降低了空间作用。因此，对于平面形状较为狭长的网架，应尽量选用正放类型网架。

(三) 三边支承的矩形平面网架

计算表明，三边支承矩形平面网架中各类网架用钢量和刚度的指标，与周边支承网架同类形相应的指标基本相似，因此可参考上述周边支承网架进行选型。

(四) 周边支承的圆形及多边形网架

圆形及多边形网架，一般适合选用三向网架、三角锥网架、抽空三角锥网架和蜂窝三角锥网架四种型式，计算比较表明，以蜂窝三角锥网架用钢量最少，其次是抽空三角锥网架。因为它们的杆件数量和节点数量均比三角锥网架和三向网架少，而其中大多数的中小跨度网架中部分杆件内力不大，只按构造要求设计的，因而不能充分发挥杆件材料的作用。所以，对一般中小跨度的圆形及多边形网架，应优先选用蜂窝三角锥或抽空三角锥网架。但是，三向网架和三角锥网架的刚度较好，对于大跨度网架来说，上述四种类型的用钢量都比较接近。但当跨度接近一百米时，由于刚度的要求，三向网架和三角锥网架的用钢量反而较前两种网架小。因此，对于大跨度或荷载较大的网架，应选用刚度较好的三向网架或三角锥网架。

(五) 四点支承及多点支承网架

这种网架宜选用正放型网架，如两向正交正放、正放四角锥和正放抽空四角锥网架。在多点支承情况下，正放型网架的刚度比斜放型要好些。尤其正放抽空四角锥网架，更可根据网架的内力分布情况，适当增减一些四角锥体，以取得最佳的技术经济效果。

第二节 网架几何尺寸的确定

网架的几何尺寸，包括网格的大小、网架的高度（上、下弦平面间的垂直距离）、腹杆与上下弦所在平面的夹角等等，应根据网架跨度的大小、支承点布置情况、屋面材料以及建筑功能要求等因素来确定。为便于设计参考，现将文献[3]的有关规定及文献[2]的有关建议分别介绍如下。

(一) 上弦网格尺寸

对于矩形平面的网架，上弦网格一般应设计成正方形，上弦网格尺寸与网架短向跨度之间的关系见表1-1。

上 弦 网 格 尺 寸		表 1 - 1
网架短向跨度 (L_2)	网 格 尺 寸	
$< 30\text{ m}$	$(\frac{1}{6} \sim \frac{1}{12}) L_2$	
$30 \sim 60\text{ m}$	$(\frac{1}{10} \sim \frac{1}{16}) L_2$	
$> 60\text{ m}$	$(\frac{1}{12} \sim \frac{1}{20}) L_2$	

根据表1-1的规定及国内外已建成的网架实际尺寸，设计时可参考表1-2选用网架的网 格数。

上弦网格数

表 1-2

网架短边跨度 L_2 (m)	网 格 数
10	5 ~ 8
20	7 ~ 10
30	9 ~ 12
40	10 ~ 14
50	11 ~ 15
60	12 ~ 16
70	13 ~ 17
80	14 ~ 18
90	15 ~ 19
100	16 ~ 20

(二) 网架高度

网架高度与网架杆件内力及挠度关系很大，文献 [3] 提出如下数值 (表 1-3)

网 架 高 度

表 1-3

网架短边跨度 (L_2)	网架高度 (h)
$< 30\text{m}$	$(\frac{1}{10} \sim \frac{1}{14}) L_2$
$30 \sim 60\text{m}$	$(\frac{1}{12} \sim \frac{1}{16}) L_2$
$> 60\text{m}$	$(\frac{1}{14} \sim \frac{1}{20}) L_2$

根据表 1-3 的规定，并参考国内外已建成的网架实际尺寸，对不同跨度的网架，设计时可参考表 1-4 的网架高度选用。

不 同 跨 度 的 网 架 高 度

表 1-4

网架短边跨度 L_2 (m)	网架高度 h (m)
10	0.8 ~ 1.8
20	1.4 ~ 2.6
30	1.8 ~ 3.2
40	2.5 ~ 3.8
50	2.8 ~ 4.5
60	3.3 ~ 5.1
70	3.8 ~ 5.8
80	4.3 ~ 6.4
90	4.8 ~ 7.0
100	5.5 ~ 7.5

表 1-2 及表 1-4 所列的网格数及网架高度的上下限，是根据文献 [2] 的曲线得出的。最近，文献 [4] 采用造价作为目标函数，通过对周边支承网架的大量优化计算，采用回归分析得出了各类网架最优网格数与跨高比的经验公式如表 1-5，可供设计参考。表中 L_2 为网架短边跨度，

单位为m。

网架的最优网格数与高跨比

表 1-5

网架类型	网格数		高跨比 ($\frac{h}{L_2}$)	
	钢筋混凝土屋面体系	钢檩条屋面体系	钢筋混凝土屋面体系	钢檩条屋面体系
两向正交正放、正放四角锥、正放抽空四角锥	$\frac{L_2+16}{5}$	$\frac{L_2+70}{11}$	12 ± 2	$\frac{510-L_2}{34} \pm 2$
棋盘形四角锥	$\frac{L_2+118}{15}$			
两向正交斜放、斜放四角锥、星形四角锥	$\frac{L_2+55}{10}$	$\frac{L_2+117}{17}$		

(三) 斜杆布置

一般来说，斜杆与上下弦平面的夹角以45°左右为宜，因为这样的角度对节点构造比较有利。

由角锥体组成的网架，其腹杆有多种布置方式，一般将腹杆布置成拉杆，受力比较合理(图1-20)。

当桁架节间距离较大而使腹杆过长，或上弦节间有集中荷载时，可采用再分式腹杆以减少腹杆的计算长度，如图1-21所示。



图 1-20

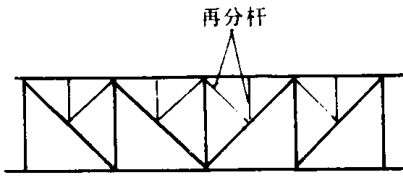


图 1-21

第三节 网架设计的一般规定

(一) 网架起拱

由于网架的刚度较大，对于中小跨度网架，一般可不起拱，对于大跨度网架及有特殊要求的中小跨度网架，其起拱坡度取不大于短向跨度的 $\frac{1}{300}$ 。

(二) 容许挠度

网架结构的容许挠度不宜超过网架短向跨度的 $\frac{1}{200}$ 。

(三) 网架自重

网架自重 g (kN/m^2) 可按式估算

$$g = \xi \sqrt{q_w} \frac{L_2}{2} \quad (1-1)$$

式中 q_w ——屋面荷载 (不包括网架自重, 单位为 kN/m^2);

L_2 ——网架短向跨度 (m);

ξ ——系数, 对于钢管网架取 $\xi=1.0$, 对于型钢网架取 $\xi=1.2$ 。

(四) 杆件设计

1. 材料

目前国内网架钢材主要采用 3 号钢和 16 锰钢, 其力学性能均较好, 材质稳定。但从减轻屋盖重量和节约钢材出发, 应尽量采用强度较高的 16 锰钢。

2. 截面形式

网架杆件的截面形式种类很多, 常用的有角钢及钢管两种, 钢管截面迴转半径大, 抗压承载能力较高, 与球形节点连接方便, 不需要搭接材料, 构造比较简单。且钢管端部封闭后内部不易锈蚀, 抗腐性能较好。因此, 截面选择时应优先采用钢管。

3. 杆件计算长度

文献 [3] 规定的计算长度取值如表 1-6。

网架杆件的计算长度

表 1-6

杆件 \ 节点	螺栓球	焊接空心球	板节点
弦杆及支座腹杆	l	$0.9l$	l
腹杆	l	$0.75l$	$0.8l$

l ——杆件几何长度 (节点中心之间的距离)

4. 网架杆件的容许长细比

(1) 压杆

1) 使用阶段 180

2) 施工阶段 200

(2) 拉杆

1) 一般杆件 400

2) 支座附近杆件 300

5. 杆件截面最小尺寸

(1) 普通型钢一般不宜小于 $\angle 45 \times 3$ 或 $\angle 56 \times 36 \times 3$ 的角钢。

(2) 薄壁型钢厚度不应小于 2 mm。

第四节 网架的一般计算方法

一、概述

网架结构是一种空间杆件体系, 其精确计算是十分复杂的, 为了简化计算, 通常采用以下几点假设:

1. 忽略各节点刚度的影响, 即假定网架节点为空间铰接节点, 并按弹性阶段进行分析。
2. 网架结构的荷载均按静力等效原则化为作用于节点上的集中荷载。
3. 网架支座节点可根据具体情况分别假设为一向可侧移、二向可侧移、二向无侧移的铰接支座或弹性支承。

网架结构的计算方法, 一般有以下两类。

1. 空间桁架位移法: 首先将杆件内力用节点位移来表示, 再根据节点平衡条件建立以各节点位移为未知量的代数方程组, 解出位移后再计算杆件内力。通常采用矩阵方法表示, 并用电子计算机完成。由于每个节点具有三个位移分量, 所建立的方程阶数很高, 所以要求计算机有较大的内存, 运算时间也较长, 计算前的数据准备工作量亦较大。但它的精确度较高, 通用性较强, 适合于计算各种复杂的网架结构。

2. 差分法

对于由交叉平面桁架组成的网架, 可先将交叉桁架用网格梁代替, 建立以挠度为未知量的平衡微分方程, 再根据差分法将微分方程化为代数方程组, 求得挠度后再用差分公式求各交叉桁架的内力, 对于由四角锥体组成的网架, 可以用“拟板法”建立微分方程式, 然后再用差分法求解。

此外, 还有一些文献采用“假想弯矩法”来求解斜放四角锥和棋盘形四角锥网架, 其实质仍是一种差分法, 只是推演过程不同。

差分法也要求解联立代数方程组, 但其未知量要比空间桁架位移法少得多。虽然这种方法是一种近似解法, 但我国已在很多工程中采用, 其精确度尚能满足实际工程要求。文献 [1]、[2] 根据差分法编制了计算各种常用网架挠度或假想弯矩的表格, 可以避免求解联立方程式。本手册在此基础上, 进一步研究编制了直接计算各种常用网架杆件内力的系数图表, 使网架内力计算量简化到最低限度, 一般设计人员都能迅速用手算直接求得常用网架的杆件内力。

下面, 着重介绍差分法求解网架的公式。为省篇幅, 不介绍公式的推演过程, 有兴趣的读者, 可直接参阅文献 [1]、[2]。

二、平面桁架系网架的差分解法

由平面桁架系组成的两向或三向网架, 可视为由平面桁架交叉而成的各种网格梁。设每片桁架的刚度均相同, 其惯性矩 I 按下式计算:

$$I = \frac{A_a A_b}{A_a + A_b} h^2 \quad (1-2)$$

式中 A_a 、 A_b ——桁架上、下弦截面面积 (当截面面积不等时, 分别取上弦、下弦截面各自的算术平均值);

h ——网架高度。

另外, 忽略桁架的轴力和剪切变形, 可以推导出各种网架的挠曲微分方程及其相应的差分方程式。

(一) 两向正交网架

两向正交网架的挠曲微分方程为

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = \frac{qa}{EI} \quad (1-3)$$

式中 q ——单位面积上的均布荷载;

W ——网架节点的挠度;

a —— x 方向及 y 方向的桁架间距;

I ——网架各片桁架的惯性矩, 由公式 (1 - 2) 算得;

E ——弹性模量。

将偏微分方程 (1 - 3) 用差分方程表示, 对于每一个节点 O , 可得下列代数方程式 (图1-22);

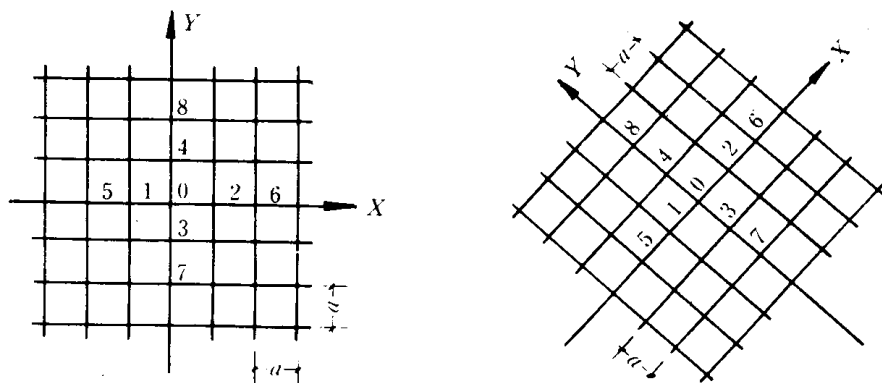
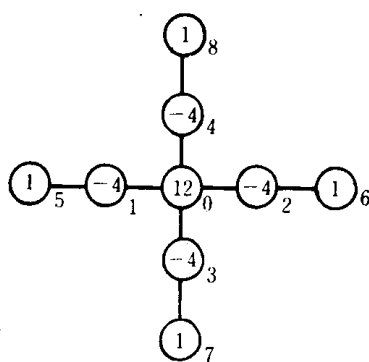


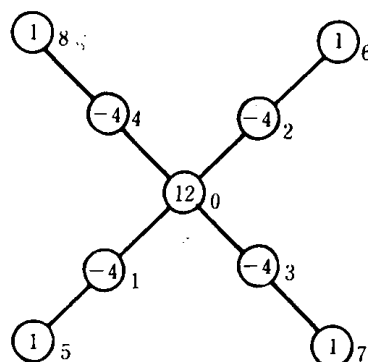
图 1-22

$$12W_0 - 4(W_1 + W_2 + W_3 + W_4) + W_5 + W_6 + W_7 + W_8 = \frac{qa^5}{EI} \quad (1 - 4)$$

式 (1 - 4) 等号左边各项系数, 可用图1-23所示的差分算子图表示。



(a) 正交正放



(b) 正交斜放

图 1-23

方程 (1-4) 的数目与节点数目相同, 联立求解可得各节点的挠度 W , 然后采用下列差分公式计算各片桁架的弯矩和剪力 (图 1 - 21):

$$\left. \begin{aligned} M_x^0 &= -EI \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_0 = -EI \frac{W_1 - 2W_0 + W_2}{a^2} \\ M_y^0 &= -EI \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)_0 = -EI \frac{W_3 - 2W_0 + W_4}{a^2} \end{aligned} \right\} \quad (1 - 5)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_x^{0-1} &= \frac{M_x^0 - M_x^1}{a} \\ Q_y^{0-3} &= \frac{M_y^0 - M_y^3}{a} \end{aligned} \right\} \quad (1 - 6)$$

(二) 三向网架 (图 1-24)

三向网架的挠曲微分方程为:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial t_1^4} + \frac{\partial^4 W}{\partial t_2^4} + \frac{\partial^4 W}{\partial t_3^4} = \frac{qa}{EI} \sin 60^\circ \quad (1-7)$$

式中 t_1, t_2, t_3 ——三向交叉桁架的座标;

$a \sin 60^\circ$ ——两向平面桁架的垂直距离。

将方程 (1-7) 用差分方程表示, 对于每一个节点 0, 可得下列代数方程式:

$$18W_0 - 4(W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 + W_6) + W_7 + W_8 + W_9 + W_{10} + W_{11} + W_{12} = \frac{qa^5}{EI} \sin 60^\circ \quad (1-8)$$

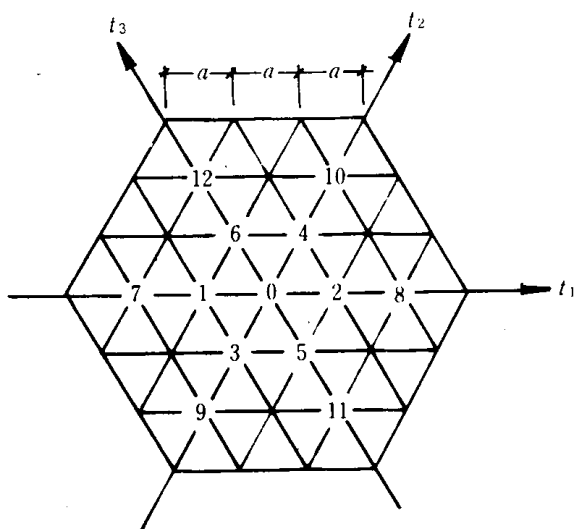


图 1-24

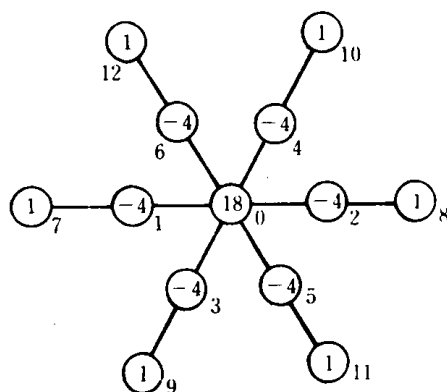


图 1-25

式 (1-8) 等号左边各项系数, 可用图 1-25 所示的差分算子图来表示。

方程 (1-8) 的数目与节点数目相同, 联立求解可得各节点的挠度 W , 然后采用下列差分公式计算各片桁架的弯矩和剪力:

$$\left. \begin{aligned} M_{t_1}^0 &= -EI \frac{W_1 - 2W_0 + W_2}{a^2} \\ M_{t_2}^0 &= -EI \frac{W_3 - 2W_0 + W_4}{a^2} \\ M_{t_3}^0 &= -EI \frac{W_5 - 2W_0 + W_6}{a^2} \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_{t_1}^{0-2} &= \frac{M_{t_1}^0 - M_{t_1}^2}{a} \\ Q_{t_2}^{0-4} &= \frac{M_{t_2}^0 - M_{t_2}^4}{a} \\ Q_{t_3}^{0-6} &= \frac{M_{t_3}^0 - M_{t_3}^6}{a} \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$