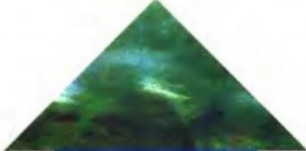


SHANG

姜璐 著



熵



系统科学的基本概念



1741217

熵——系统科学基本概念

501/31/24

姜 璐 著

赠书



沈阳出版社



北师大图 B1351714

熵—系统科学基本概念
姜璐 著

沈阳出版社出版发行
(沈阳市沈河区南翰林路10号 邮政编码 110011)
北师大印刷厂印刷

开本:850×1168 毫米 1/32 字数:120千字 印张:6
印数:1—1000册
1997年12月第1版 1997年12月第1次印刷

责任编辑:李树权	责任校对:姜璐
封面设计:李强	版式设计:唐延国

ISBN7-5441-0935-6/T·39 定价:18元

钱学森院士给作者有关 熵问题的两封来信 (代序)

(一)

本市新街口外大街19号北京师范大学物理系
姜璐教授:

您元月30日来信及尊作稿〈简单巨系统演化理论〉上、下册都收到。对此我很感谢!感谢您对我的关怀!

书稿我只是翻看了一下,有以下几点感受,写下来向您请教:

(一)关于现代科学技术体系,我的看法近年来又有些发展,(1)在马克思主义哲学下又引入了“性智”、即宏观整体认识,和“量智”、即微观定量分析;(2)部门中除9大部门外又加进了“地理科学”——研究社会存在的客观物质环境及人对环境的影响;(3)整个体系还有个外围,即暂时还进不了体系的经验体会和设想。这一增补见人民文学出版社的《科学的艺术与艺术的科学》中后篇钱学敏的《后记》。

(二)再一个问题是微观混沌与宏观有序的问题。从微观看巨系统中组成单元的互相作用,因为一般是非线性的,单元数又上亿、万亿……,所以整个系统必然在混

沌中。但从宏观看，即用统计物理，则又是有序的；熵的理论就是这样的。这是简单巨系统理论的核心，是您书的核心，应该着重讲清楚。在复杂巨系统，熵的概念就用不上了。

就说这么多，请批评指正。

此致

敬礼！

钱学森

1996，2，1

(二)

本市新街口外大街19号北京师范大学物理系

姜璐教授：

您3月30日来信拜读。现将我学习体会陈述如下，请您指教：

(一)我对于熵的理解来自在做研究生时学习的统计物理学。熵是与系统在有足够时间混沌地相互作用后，达到最大概率状态的表达。所以熵的先决条件是混沌与足够的作用时间。

(二)后来为了理解气体动力学，我那时又学习了非均匀气体动力学理论。这才理解 Navier-Stokes 方程的根据是在于非均匀程度不过大，或说要接近平衡态。

(三)再往后，在十多年前，才学习到 Prigogine, Haken

等人处理不远离平衡态的系统理论，他们引入了熵的概念。结合我早年学习，我认为熵的概念源于巨系统通过混沌接近平衡态的表达方式。这里必须有巨系统通过混沌接近平衡时才可以用。所以条件是系统的组成不太复杂，也就是只能适用于开放的简单巨系统。而外国人用此理论也只限于开放的简单巨系统才成功。

以上是我思想的经过，也是根据物理学理论的，我们有共同的思路。这对不对，正好向您请教，请指示。

此致

敬礼！

钱学森

1996，4，7

目 录

钱学森院士 1996 年给作者有关熵问题的两封来信

----- (1)

关于熵和信息的几点认识 (1991) ----- (1)

一、熵是系统宏观状态的物理量, 信息是人们认识过程的物理量

二、从无序向有序状态的非平衡相变过程中, 系统状态的熵减少

三、定义系统演化熵描写系统演化过程中稳定状态的不确定性

熵、信息、有序和对称性 (1991) ----- (11)

一、简单历史回顾

二、信息与熵的关系

三、熵范畴的推广

四、熵、信息、有序和对称性的推广

复杂系统的层次结构 (1993) ----- (22)

一、复杂系统组成的特点——层次结构

二、研究层次结构的方法

三、研究系统有序程度

A Discussion on the Introduction of Entropy into Economics (1994) ----- (34)

(1) Introduction

(2) Mechanism, Structure and Relation as Objects of Economic Research

(3)The Definition and Extension of the Concept of Entropy in Statistical Mechanism

(4)The Concept of Entropy in the Economic System

(5)Conclusion

Entropy in Non-equilibrium Phase Transition (1994)

------(47)

熵——描写复杂系统结构的一个物理量 (1994)

------(54)

一、复杂系统的特点

二、物理学对复杂系统的研究

三、复杂系统的熵

试论熵概念的层次性 (1995)------(67)

一、层次性之一——从宏观熵到微观熵

二、层次性之二——此熵不等于彼熵

三、熵与序

A Note on the Maximum Entropy Approach to Economics

(1996)------(77)

(1) The Meaning of the Principle to Maximum Entropy

(2) The Distribution Function of Maximum Entropy

Economic Entropy and its Application to the Structure of Transport System (1996) ------(86)

(1) Economic Entropy

(2) Economic Entropy Relative to the Energy Resources in the

Transport System

(3) Discussion

信息与经济系统演化 (1996)----- (104)

- 一、经济系统与信息
- 二、信息接收对经济系统演化的作用
- 三、信息交流对经济系统演化的影响
- 四、信息传播过程动力学分析
- 五、不完全信息对系统演化的影响

熵、无序度 (1996)----- (138)

- 一、简单巨系统
- 二、熵概念的回顾与推广
- 三、简单巨系统状态的描述——熵、有序度

后记

关于熵和信息的几点认识*

摘要：本文总结了热力学熵、统计物理平衡态熵、非平衡态熵的发展及联系，特别指出了它们与信息、信息熵的区别，解决了当热力学系统从无序转化为有序时熵值增大的佯谬，并提出了演化熵的概念。

关键词：熵；信息；信息熵；演化熵

自从 Clausius 、 Boltzmann 提出熵作为热力学系统的状态函数，并给出其表达式 $S = K_B \ln W$ 以后，统计物理、热力学成为一门真正的定量的演化科学。随着科学的发展，熵概念还被广泛地运用到其它领域，成为科学上的一个基本概念。特别是 1948 年 Shannon 在通信问题研究中提出了信息的概念，并给出了表达式 $I = -\sum_i p_i \ln p_i$ ，人们自然开始讨论

物理学熵和信息熵之间的关系。不少科学家对此作出了很好的研究工作。特别是 I. Prigogine 、 H. Haken 等将熵概念推广到非平衡相变，使这方面的研究工作更加深入。但由于对熵、信息的定义及内涵认识上的不统一，出现了一些问题，因此有必要进行深入分析。

一、熵是系统宏观状态的物理量，信息是人们认识过程的物理量

热力学熵被定义为：等温过程中系统所吸收的热量与温度之比等于其首末两状态熵的改变，即

$$S_1 - S_0 = \int_0^1 \frac{dQ}{T} \quad (\text{等温过程}) \quad (1)$$

进一步可以证明 $S_1 - S_0$ 与系统演化的具体过程无关，是一个仅由其首末状态决定的量，当给定熵的零点 $S_0 = 0$ 以后，系统任一状态的熵可唯一确定。熵 S 的数值可正可负。由于零点选择的不同，同一状态可有不同的熵值。

统计物理学中运用系综理论可以证明[1]，热力学熵 S 可以写成

$$S = K_B \ln W \quad (2)$$

其中 K_B 为 Boltzmann 常数， W 为系统确定的宏观状态所包含的微观状态数。可以发现，证明中取 $S_0 = -K_B \ln N!$ ，使统计物理学熵的表达式是在熵零点完全取定情况下的结果。进一步分析可看出，这里取仅包含一个微观状态的系统宏观状态的熵值为零，证明中也利用了大数定律（在热力学中这是普遍存在的），统计物理学中定义的熵值必然大于零。统计物理将熵与系统微观状态数，即子系统分布的情况联系在一起，使熵成为衡量系统中子系统分布混乱程度的一个物理

量，熵被赋予了深刻的物理意义。后来对熵的大多数讨论都根据此定义进行分析。

在非平衡条件下，热力学系统中各个微观状态出现的概率并不相等，组成系统的粒子形成某种分布函数 f 。按照上述办法可以推出，存在分布函数 f 时，系统非平衡状态的熵是

$$S = -K_B \sum f \ln f \quad (3)$$

取和号遍及系统分布函数 f 中自变量所有可能取值（自变量连续取值时取和号变成积分）。式（3）并不要求系统满足大数定律，它比式（2）更普遍，但必须注意 f 只能对一个宏观状态而言。

信息用来描写在一个过程中人们对事物了解的不确定程度的减少。把人们开始时对某事物 x 了解的不确定程度记为 $H(x/1)$ ，经过一个过程 s ，人们对 x 了解的不确定程度减少为 $H(x/2)$ ，则在这一过程中，人们得到的信息被定义为

$$I(s, x) = H(x/1) - H(x/2) \quad (4)$$

信息是事物 x 和过程 s 的函数，它反映了人们对事物的认识随过程的变化，带有一定的主观成分，故在同一过程中，不同人对同一事物所得到的信息是不同的。信息量一般不能为负。1948年，Shannon 对问题作了进一步的假定[2]，首先，他认为在通信问题中，过程结束时，人们收到了电码，对事物 x 完全了解了，不再存在不确定性， $H(x/2) = 0$ 。因此，信息量 $I = H(x/1)$ 就完全由初始状态的不确定性决定。为了使概念更清楚，有人称 $I = H(x/1)$ 为信息熵（或 Shannon 熵），

它是状态的函数，只与电码系统有关，与人无关。Shannon 进一步将信息熵数学抽象为分析有 n 个事件，每个事件出现的概率分别为 p_i ($i=1, 2, \dots, n$) 的样本空间的不确定程度，即选择结果具有多大不确定程度，并记为 $H(p_1, \dots, p_n)$ 。假定其满足：（1）对固定的 n ， H 是 $p_1, p_2, \dots, p_n$ 的连续函数；（2）若 $p_i = 1/n$ ，等概率出现事物的 $H(1/n, \dots, 1/n)$ 应是 n 的单调增函数；（3）若样本空间某一选择分解成多个相继的选择来实现，则原来的 H 值应为相应相继实现的各选择对应的 H 值之加权和。经过数学的严格证明，可以推出：

$$H(p_1, \dots, p_n) = -K \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i \quad (5)$$

二、从无序向有序状态的非平衡相变过程中，系统状态的熵减少

从热力学、统计物理熵的概念出发，Prigogine 指出，系统在不平衡态时，其状态包含微观状态数最多、混乱程度最大，熵具有最大值；当系统由无序状态转变为有序耗散结构状态时，其熵值变小。根据热力学第二定律，他还得出系统形成耗散结构必须开放，与外界有物质、能量的交换，必须向外界排出多余的熵，或称从外界获得负熵流。在此基础上他建立了耗散结构理论，大大推动了人们对非平衡统计物理的研究[3]。

H. Haken 利用非平衡状态下系统分布函数的具体形式，分别计算了无序状态与有序状态下的熵，他的计算结果表明系统转变为有序时系统熵不仅不减少，反而增加[4]。Haken 选择的激光系统其分布函数为

$$f(\xi) = N \exp(\alpha \xi^2 - \beta \xi^4) \quad (6)$$

按照非平衡状态时系统熵的计算公式 (3)，可得连续分布的系统熵为

$$S = -K_B \int (f \ln f) d\xi - \ln \varepsilon \quad (7)$$

其中 ε 是在由离散变量的取和变为连续变量的积分时出现的小量，它反映测量的精度，在下面的讨论中它不起作用，仅作为常数来看待。对于激光系统的分布函数 (式 6) 计算得到

$$S = -K_B \left\{ \ln N + \alpha \langle \xi^2 \rangle - \beta \langle \xi^4 \rangle \right\} - \ln \varepsilon \quad (8)$$

1)，远离临界点以下， $\alpha < 0$, $|\alpha| \gg 0$ 的情况下，系统处在稳定的自然光状态， f 可近似用 $\xi = 0$ 附近的 Gauss 分布代替，

$$f \approx N \exp(\alpha \xi^2) \quad (9)$$

计算得到

$$N = \sqrt{|\alpha|/\pi}, \quad \langle \xi^2 \rangle = \frac{1}{2|\alpha|}, \quad \langle \xi^4 \rangle = \frac{3}{4|\alpha|^2} \quad (10)$$

由于 $|\alpha| \gg 0$, $\alpha \langle \xi^2 \rangle$ 与 $\beta \langle \xi^4 \rangle$ 相比可略去后者。将式 (10)

代入式 (8) 得到

$$S_1 = \frac{1}{2}K_B + \frac{1}{2}K_B \ln \pi - \frac{1}{2}K_B \ln |\alpha| - \ln \varepsilon \quad (11)$$

2), 远离临界点以上, $\alpha \gg 0$ 时, 仍然可以用 Gauss 分布近似代替系统处在稳定激光情况下的分布函数, 这时系统可被看成在两定态解 $\xi_{1,2} = \pm \sqrt{\alpha/2\beta}$ 附近的两个 Gauss 分布, 我们在定态解 $\xi_{1,2}$ 点分别展开函数, 并只取到二级项, 即得到近似的分布函数

$$f = \begin{cases} N \exp\left(\frac{\alpha^2}{4\beta} - 2\alpha\eta^2\right) = N' \exp(-2\alpha\eta^2), \xi < 0 \\ N \exp\left(\frac{\alpha^2}{4\beta} - 2\alpha\eta^2\right) = N' \exp(-2\alpha\eta^2), \xi > 0 \end{cases} \quad (12)$$

系统的分布是完全对称的, 得到归一化常数 $N' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}}$,

经同样的计算得到

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{1}{2}K_B + \frac{1}{2}K_B \ln \pi - \frac{1}{2}K_B \ln \alpha - \frac{1}{2}K_B \ln 2 \\ &+ K_B \ln 2 - \ln \varepsilon = S_1 + \frac{1}{2}K_B \ln 2 \end{aligned} \quad (13)$$

Haken 由此得到结论[5, 6], 在系统从正常光无序态转变为激光有序态时, 系统的熵值不但不减少, 反而要增加, 增量为 $\frac{1}{2}K_B \ln 2$ 。我们认为 Haken 在计算中忽略了熵的原始定义

是指一个宏观状态包含的微观状态的不确定程度。系统在转变为激光以后，宏观状态有两个，由分布函数的双峰表示。实际上系统只能出现其中一个宏观状态，计算熵也只应计算一个状态上系统的熵值。故对分布函数式（12）计算归一化

常数 N' 时应只对单峰进行计算，且有 $N' = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}}$ ，重新计算熵值有

$$\begin{aligned} S'_2 &= \frac{1}{2}K_B + \frac{1}{2}K_B \ln \pi - \frac{1}{2}K_B \ln \alpha - \frac{1}{2}K_B \ln 2 - \ln \varepsilon \\ &= S_1 - \frac{1}{2}K_B \ln 2 \end{aligned} \quad (14)$$

有序状态的熵 S'_2 确实小于无序状态熵 S_1 。两次不同的计算得出 S'_2 与 S_2 的差别在于：当系统由无序进入到有序状态以后，系统的状态熵减少了，但它演化结果的不确定性增加了。系统原来只有一个稳定状态，现在有了两个稳定状态。宏观状态数增多，表示宏观状态的不确定性也增加，这种不确定性同样可以用熵来衡量，只是不应用状态熵来表示而已。

三、定义系统演化熵描写系统演化过程中稳定状态的不确定性

可以认为熵概念是从“整体”上反映系统在“微观”上的不确定程度。复杂系统的特点在于包含有多个层次，微观、

宏观的划分又是相对的[7]。每一个“宏观”状态（条件）下的系统“微观”分布的不确定性均可以用“宏观”层次的熵来描写。以前通常讨论的热力学熵、统计物理熵可以称为状态的熵，它反映在系统热力学宏观状态确定以后，其包含的微观状态分布的不确定程度。按照同样的思路，我们认为 Shannon 提出的信息熵是在给定事件数目 n 及各事件的出现有不同概率的情况下，讨论选择的不确定程度。只有在认为一定事件数目及其相应出现概率表示热力学系统的一个宏观状态时，我们才能讨论统计物理熵和信息熵之间的相等关系。进一步可以发现系统演化条件确定以后，其演化结果也不一定完全确定。例如上述激光系统，其相变后形成激光的条件已确定，然而最终状态却有两个，仍存在不确定性；在形成激光前，演化条件一定时，最终状态只有一个（平衡态），非平衡相变前后确定的演化条件对应的宏观状态数不一样。这种不确定性的区别也可以用熵来描写，它不同于原来的状态熵，应称为演化熵。可把当系统某一演化外界条件确定以后，其所可能呈现出的宏观状态的不确定性定义为系统的演化熵。在各宏观状态出现的概率相同的情况下，

$$S_e = K \ln W \quad (15)$$

K 为比例系数， W 为给定演化条件下所能呈现的宏观状态数。对于各宏观状态出现概率不同的演化过程，可定义 n 个宏观稳定态出现概率为 $p_i (i=1,2,\cdots,n)$ 的演化过程，其演化熵为

$$S_e = -K \sum_i p_i \ln p_i \quad (16)$$

上述激光相变问题中，在自然光情况下，只存在一个宏观态，