

对外经贸

应用数学

经贸部人事教育劳动司

《对外经贸应用数学》编写组 编

a_{11} a_{12} a_{13}
 a_{21} a_{22} a_{23}
 a_{31} a_{32} a_{33}

中国对外经济贸易出版社

对外经贸应用数学

经贸部人事教育劳动司
《对外经贸应用数学》编写组 编

中国对外经济贸易出版社

新登字062号

对外经贸应用数学

经贸部人事教育劳动司

《对外经贸应用数学》编写组 编

●
中国对外经济贸易出版社出版

(北京安定门外大街东后巷28号)

邮政编码 100710

新华书店北京发行所发行

北京隆昌印刷厂印刷

●
787×1092毫米 32开本 7.75印张 166千字

1993年2月第1版 1993年2月第1次印刷

印数 6000册

ISBN 7-80004-279-0/F·215

定价: 5.00元

前 言

随着对外经济贸易事业的蓬勃发展，数学在对外经贸活动中的应用越来越广泛。原部教育局，从实际需要出发，委托北方八校协作委员会，按照其1988年9月下发的“全国经贸系统干部中专《应用数学》纲要统一要求，组织部分从事成人数学教学多年的教师组成编写组，编写了这本适合于经贸系统职工中专学习的《对外经贸应用数学》一书。

本书属于专业基础课教材（附有教学纲要），内容结合实际，通俗易懂，为便于理解概念，尽可能地从对外经济贸易业务实践中提供说明应用数学方法的实例。它不仅有利于广大外贸系统干部职工学习数学知识，还可作为其它职工中专学员以及教师的参考书。本书共分六章，即：比和比例；函数及其图象；不等式与数列；行列式与矩阵；存贮论在对外经济贸易中的简单应用；决策论在对外经济贸易中的简单应用。前四章为必学内容，后两章根据学员的接受能力和不同专业的需要可适当选学。

本书的初稿完成后，已在部分学校九〇级全科中专班中试用，并在此基础上进行了修改。

在编写过程中，编者参阅了国内、外有关著作和资料并结合对外经贸的特点引用了其中一些实用性强的例子，为此，仅向原作者表示深深的谢意。

参加本书编写的有北京对外贸易职工中专马延辉同志

(第一、二、三、四章)，山西对外贸易职工中专贾建忠同志(第五、六章)。在编写过程中给予了热情支持和帮助的有：经贸部人教司干训处张志峰和刘德标同志，天津对外贸易职工中专陈曼菁和宋登尧同志，山西对外贸易职工中专杨虎胜同志以及北京对外贸易职工中专周松岭等同志。北京内燃机职工大学张浴昧同志对其中部分内容提出了宝贵的修改意见。在此，对上述领导和同仁一并表示深切的感谢。

由于编者水平有限，不妥之处恳请读者批评指正。

经贸部人事教育劳动司
《对外经贸应用数学》编写组
1992年5月20日

目 录

第一章 比和比例	1
§ 1.1 比.....	1
§ 1.2 百分比.....	2
§ 1.3 比例.....	3
§ 1.4 比和比例在对外经济贸易中的应用.....	4
第二章 函数及其图象	8
§ 2.1 集合.....	8
一、集合及其表示方法.....	8
二、集合与集合之间的关系.....	12
三、集合的运算及其性质.....	15
§ 2.2 函数.....	22
一、函数的定义.....	23
二、函数的表示方法.....	23
三、函数的几个性质.....	25
§ 2.3 一次函数和反比例函数.....	29
一、正比例函数和反比例函数.....	29
二、一次函数.....	36
§ 2.4 幂函数.....	40
§ 2.5 指数函数.....	44
§ 2.6 反函数.....	47
§ 2.7 对数函数.....	50

§ 2.8 经济预测的数学模型·····	57
一、预测的概念·····	57
二、预测的种类·····	57
三、预测的主要方法·····	57
第三章 不等式与数列·····	73
§ 3.1 不等式·····	73
一、不等式及其性质·····	73
二、一元一次不等式和一元一次不等式组·····	75
三、绝对值不等式·····	81
四、一元二次不等式·····	83
五、不等式在对外经济贸易中的简单应用·····	86
§ 3.2 数列·····	90
一、数列的概念·····	90
二、等差数列·····	92
三、等比数列·····	96
四、数列在对外经济贸易中的简单应用·····	101
§ 3.3 利息与年金·····	103
一、现金流图·····	103
二、利息计算及其简单应用·····	105
三、年金计算及其简单应用·····	112
第四章 行列式与矩阵·····	120
§ 4.1 二元、三元线性方程组与二阶、三阶行列式·····	120
§ 4.2 n 阶行列式及克莱姆法则·····	125
§ 4.3 n 阶行列式的主要性质·····	132
§ 4.4 矩阵·····	137

一、矩阵的概念.....	137
二、矩阵的运算.....	141
§ 4.5 矩阵的初等变换.....	148
§ 4.6 向 量.....	154
一、向量的概念.....	154
二、向量的线性相关性.....	159
§ 4.7 线性规划数学模型的一般形式.....	162
§ 4.8 线性规划的解法.....	173
一、图解法.....	174
二、单纯形法.....	187
第五章 存贮论在对外经济贸易中的简单应用.....	205
§ 5.1 存贮问题的提出及其研究对象.....	205
§ 5.2 存贮论的基本概念.....	205
§ 5.3 确定性存贮策略.....	207
第六章 决策论在对外经济贸易中的简单应用.....	218
§ 6.1 决策的概念及类型.....	218
§ 6.2 确定型决策问题.....	222
§ 6.3 风险型决策问题.....	223
§ 6.4 不确定型决策问题.....	228
附录	
一、经贸部原教育局关于全国经贸系统干部中专 《应用数学》教学纲要.....	234
二、参考书目.....	239

第一章 比 和 比 例

在对外经济贸易中,经常要涉及许多数字。这些数字中,有的是买卖双方根据某种情况得到的直接数字——绝对数字,如买方向卖方定购2000长吨大米,某进出口公司去年创汇85万美元等;有的是把若干种情况进行比较,计算出来的数字——相对数字,如某纺织品公司出口原材料和成衣的比是3:5,某粮油进出口公司出口大米其杂质最高不超过0.5%等等。经常用于对外经济贸易业务中的相对数字有三种:比、比例和百分比。

§ 1.1 比

要说明同一货物中,其不同规格之间的数量关系就用到比。(两个数相除又叫做两个数的比。)比的型式为

$R = \frac{A}{B}$ 。其分子 A 和分母 B 属于同类产品不同的规格。 A 是

比的前项, B 是比的后项, A 比 B 的结果称为这个比的比值。符号“:”称为比号(比的后项 $B \neq 0$)。比所回答的问题是:相对地说 A 比 B 大多少。

例题 某抽纱进出口公司出口甲、乙两种规格的机绣床罩500件和200件,甲规格是乙规格床罩的多少倍?

分析: 甲规格的床罩500件被乙规格的床罩200件来除。

$$\text{解 } \frac{500}{200} = 2.5$$

因此，我们可以说甲种规格的床罩是乙种规格床罩的2.5倍。

注意：在这个比中与两种规格的床罩总数无关。

由分数的基本性质可以得到：比的前项和后项，同乘以或除以同一个不等于零的数或代数式时，比值不变。比的这一基本性质可以写成下面的形式：

$$a : b = ka : kb = \frac{a}{k} : \frac{b}{k}。$$

§ 1.2 百分比

要说明一批货物中某种货物与整批货物的关系，就把某种货物除以整批货物得出一个数值，若把整批货物以100做为基数，这样得出的数值就是百分比数值，以此基数得到的全部百分比之和就等于1。其型式为 $P = \frac{A}{B}$ 。这里分子A是分母B的一部分。百分比所回答的是，指定的部分在整体中所占的比例是多少。

例题 某服装厂加工一批出口服装。 $\frac{3}{5}$ 的产品是成衣，那么余下的半成品在这批出口服装中所占的百分比为多少？

分析：成衣产品是这批产品的 $\frac{3}{5}$ ，转化成百分数即：

$$\frac{3}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{60}{100}，\text{而余下的半成品为}(1 - \frac{60}{100})。$$

$$\text{解 } \text{半成品占这批出口服装的}(1 - \frac{60}{100}) = \frac{40}{100}。$$

§ 1.3 比例

在 $P = \frac{A}{B}$ 中, 若分子和分母这两个相关的量的数值比保持不变, 就形成成比例的量, 写作: $a : b = c : d$ (a 、 b 、 c 、 d 都不等于零) 也可写成 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 。

即表示两个比相等的式子叫做比例。

组成 $a : b = c : d$ 的四个量 a 、 b 、 c 、 d 叫做比例的项。其中两端的两项叫做外项, 中间的两项叫做内项。

即:

$$\begin{array}{ccccccc} a & : & b & = & c & : & d \\ | & & | & & | & & | \\ \hline & & \text{内项} & & & & \\ \hline & & \text{外项} & & & & \end{array}$$

若 a 、 b 、 c 、 d 都不等于零, 那么比例 $a : b = c : d$ 有下列性质:

1. 比例的基本性质

在比例里, 两个外项的积等于两个内项的积。

即 若 $a : b = c : d$, 则 $ad = bc$;

2. 反比定理

比例的前、后两项可以同时交换。

即 若 $a : b = c : d$, 则 $b : a = d : c$ 。

3. 更比定理

比例的两个内项(或两外项)可以互换。由 $a : b = c : d$, 可得 $d : b = c : a$ (或 $a : c = b : d$)

4. 合比定理

比例中, 两个比的前项分别加上后项, 后项不变, 比例

仍成立。即，由 $a : b = c : d$ 可得 $(a + b) : b = (c + d) : d$ 。

5. 分比定理

比例中，两个比的前项分别减去后项，后项不变，比例仍成立。即，由 $a : b = c : d$ 可得 $(a - b) : b = (c - d) : d$ 。

6. 合分比定理

比例的前后项的和与差之比仍成比例。即，由 $a : b = c : d$ 可得 $(a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d)$ 或 $(a - b) : (a + b) = (c - d) : (c + d)$

例题 设 $3x - 2y = x + 5y$

求 $x : y$, $(x + y) : (x - y)$ 。

解 由已知 $3x - 2y = x + 5y$

整理得 $2x = 7y$

由比例性质可得 $x : y = 7 : 2$ 。

由合分比定理可得 $(x + y) : (x - y) = 9 : 5$ 。

两种相关联的量，一种量变化另一种量也随着变化。如果这两种量中相对应的两个数的比值一定，这两种量就叫做成正比例的量，它们的关系叫做正比例关系。

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化。如果这两种量中相对应的两个数的积一定，这两种量就叫做成反比例的量，它们的关系叫做反比例关系。

§ 1.4 比和比例在对外经济贸易中的应用

例1 某进出口公司出口真丝手绘手帕1000打。根据溢短装条款 (*More or less clause*), 合同规定: “数量可以增减5%”, 那么卖方最多可以交货多少打? 最少可以交多少打?

解：根据溢短装条款，卖方最多可以交 $1000 + 1000 \times 5\% = 1050$ 打；最少可以交 $1000 - 1000 \times 5\% = 950$ 打。

例2 某种商品每公吨CIF热那亚 £ 500，设运费每公吨 £ 45，投保加一成，保险费率为8‰，求FOB价？

解：FOB价格术语是指卖方在合同规定的装运港把货物装到买方指定的船上并负担货物装上船为止的一切费用和风险。

CIF价格术语是指卖方负责租船订舱，按期在装运港将合同规定的货物装上运往约定目的港的船上，办理保险手续，并负责支付运费和保险费。

由已知：运费为每公吨 £ 45，

投保金额为 $500 + 500 \times 10\% = 500 \times 1.1$

保险费为 $500 \times 1.1 \times 8\%$

那么FOB价为 $500 - 45 - 500 \times 1.1 \times 0.008$

$$= 500 - 45 - 4.4$$

$$= \text{£ } 450.6$$

例3 某土产进出口公司在收购某农副产品时，规定标准含水率为5%，现收购农副产品3000公斤，测定含水率为8%，试折合成具有标准含水率时的重量。

解：设这批农副产品在标准含水率情况下的重量为 x 公斤。

由已知条件，这种农副产品的标准干率为 $1 - 5\% = 95\%$ ，所收购的这些农副产品的干率为 $1 - 8\% = 92\%$ 。

当这批农副产品的实际干重量一定时，其干率的大小与总重量的多少成反比例关系。

由反比例性质，有

$$0.95 : 0.92 = 3000 : x$$

$$0.95x = 0.92 \times 3000$$

$$x = 2905$$

因此，这批农副产品折合成标准含水率的重量为2905公斤。

例4 某进出口公司出口餐具。设进货价为每打RMB¥8.27，出口价为CIF××每打US\$3.80，（已知每打运价为US\$0.35，保险费每打为US\$0.02），试计算餐具的换汇成本。

解：换汇成本是指出口某种商品净收入一美元所需的人民币总成本。其公式为：

$$\text{换汇成本} = \frac{\text{出口总成本（人民币）}}{\text{出口销售外汇（美元）净收入}}$$

将已知条件代入，则有：

$$\frac{8.27}{3.80 - 0.35 - 0.02} = \frac{8.27}{3.43} \approx 2.41$$

所以，换一美元需用人民币2.41元。

例5 某进出口公司出口某种商品，已知每公吨C&F伦敦RMB¥2000，现国外客户要求以美元报价，应改为多少美元。若成交，出口这种商品300公吨，公司财会部门根据合同规定将2%佣金汇给中间商，应汇出多少美元？

设US\$100 = RMB¥536.74（买价）RMB¥539.44（卖价）。

解：如改成美元对外报价，应用买价相除，

$$\text{即为} \frac{2000}{536.74} \times 100 = \text{US\$} 372.62 \text{（用买价相除）}$$

若成交，出口这种商品300公吨，应汇出佣金 $372.62 \times 300 \times 2\% = 2235.72$ 美元。

例6 某公司进口一批塑料，每公吨CIF广州价为人民币7250元，可加工塑料鞋100打，出口价CIF香港每打人民币145元，试计算创汇率（如广州至香港运费为每打人民币2.465元，保险费率为0.5%，人民币和美元的汇率为RMB ¥1 = US \$ 0.186）。

解：所谓创汇率即外汇增殖率，是指原料的外汇价格和成品出口的外汇净收入（FOB价）相比的比率，即：

$$\text{外汇增殖率} = \frac{\text{成品出口外汇净收入} - \text{原料外汇成本}}{\text{原料外汇成本}} \times 100\%$$

计算时尚须注意：原料如为国产品，可按该原料的FOB出口价格计算；如原料是进口的，可按该原料的CIF价格计算。

本题中，首先计算（每打）原料外汇成本为

$$= (7250 \div 100) \times 0.186 = 13.485$$

成品出口外汇净收入

$$= (145 - 2.465 - 145 \times 0.005) \times 0.186 = 26.38$$

代入外汇增殖率的公式，则有

$$\text{增殖率} = \frac{26.38 - 13.485}{13.485} = 95.62\%$$

第二章 函数及其图象

§ 2.1 集合

集合这个概念是近代数学发展的产物，从康托 (G. Cantor 1845—1918) 提出集合至今仅有一百年，但已被证实它是一个有力的工具，现已发展成为系统的集合论，本章一开始就介绍了集合论，其目的就在于帮助学员把日常语言提高到严格的数学语句，只有掌握了集合论，才能把直觉的观念归纳成数学概念，因此，从集合论入手，对学好本章很有必要。

一、集合及其表示方法

1. 集合的概念

具有某种属性的事物的全体叫做集合（简称集）。构成该集合的事物（或对象）称为集合的元素。

例如：数1、3、5、7、9可以组成一个集合。其中1、3、5、7、9是这个集合的五个元素；教室内所有学员组成的集合，每一位学员就是这个集合的一个元素；全国所有的出口产品可以组成一个集合，但何一种出口产品都是这个集合的一个元素等等。

通常我们用大写字母A、B、C…表示集合，用小写字母a、b、c…表示集合的元素。

按照近代数学的观点：元素、集合是数学学科中两个最基本的概念，只能描述而不能作出确切的定义。集合、元素是相对的概念。例如：我们考察中国某进出口总公司在全国各地分公司的状况，这里总公司是一个集合，下属分公司是该集合的元素；若考察某分公司各个部门的状况，那么又把分公司看成集合。而该分公司中的部门又看成这个集合里的元素。由此可见同一事物考察目的的不同，有时可以把它看作作为一个集合，而有时又把它看作某个集合中的元素。

元素与集合之间的关系用“ $\in$ ”（读作“属于”）或“ $\notin$ ”（读作“不属于”）表示。若 a 是集合 A 的元素，则记作 $a \in A$ （或 a 在 A 中），若 a 不是集合 A 的元素，则记作 $a \notin A$ （或 a 不在 A 中）。

为了正确的理解集合的概念，必须明确：（1）每一事物（或对象）对于一个给定的集合来说，可以判断它或属于这个集合，或不属于这个集合，不可能是模棱两可的。即集合中元素的确定性。

例如：本市出口创汇在百万美元以上的进出口公司。

这是一个由本市出口创汇在百万美元以上的进出口公司所组成的一个集合。因为对于本市每一个进出口公司创汇数额来说是一个确定的数字，这就能判断哪些进出口公司属于创汇在百万美元以上的集合，哪些则不属于这个集合。

（2）集合中相同的事物（或对象）不能看作是两个元素。

例如：12的质因数。

这是一个由元素2和3组成的集合，虽然12可以分解为 $2 \times 2 \times 3$ ，即有两个2和1个3组成，但作为组成集合的元素，