

Baobi Ganjian Lilun

薄壁杆件理论

[美]哥伦比亚大学教授
A. 捷列斯维克 著

何福照 樊勇坚 译

人民交通出版社

序

弯曲和扭转理论是结构分析与设计方法的基础。在设计房屋、桥梁、船舶、飞机时，对工程师来说，梁的弯曲和扭转理论是头等重要的，有时是唯一有效的工具。因此，结构工程系的大学生和实际工程师都必须对此有全面的了解。对薄壁结构理论，曾提出了许多安全可靠的简化假设，使之得到了高度的发展，幸好在现代结构中，绝大部分属于这类薄壁结构。

本书对薄壁杆件理论的各方面进行了详细的阐述。主要包括开口与闭口截面杆件，应用于压屈方面的非线性理论，以及开口与闭口截面的刚塑性理论，并用大量的例题说明一般理论的应用。本书还包括了许多原始资料。当然，如果没有紧紧沿着先驱者所开创的道路前进，就既没有编写本书的愿望，也没有编写本书的可能。尤其是符拉索夫的经典著作特为宝贵。

本书读者对象为研究生，力学研究人员和结构工程师。亦可作为自学教材，或作为研究生“固体力学”和“结构稳定”的教科书。本书读者的先修课为大学“固体力学”的基本课程和“板与壳”理论中的某些知识。

但是，本书并非浅显易懂。其难点有二：首先是理论的推导必须有大量的细节叙述，因而读者难于掌握本书的全貌；其次是理论的推导还取决于对几个新的量的物理意义的理解，如扭曲或双力矩概念，其物理意义特别令人模糊，理解它需要一个过程。

A·捷列斯维克 (Atle Gjelsvik)

纽约市，纽约州

1981年1月

The Theory of Thin Walled Bars

ATLE GJELSVIK

John Wiley & Sons, Inc., 1981

薄壁杆件理论

A. 捷列斯维克 著

何福照 樊勇坚 译

责任编辑: 谢仁物

封面设计: 彭小秋

技术设计: 张义华

插图设计: 裘琳

责任校对: 高琳

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本: 850×1168 1/32 印张: 7.75 字数: 196千

1987年9月 第1版

1987年9月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—3,850 册 定价: 2.75元

内 容 简 介

本书为 A.捷列斯维克 (Atle Gjelsvik) 著的“薄壁杆件理论” (The Theory of Thin Walled Bars) 一书中译本。

全书共八章。全面论述了开口与闭口薄壁杆件的弹塑性理论, 其中包括非线性理论和一般的压曲理论。本书所述理论的特点在于将杆壁考虑为薄壳并着重阐述了国际著名学者符拉索夫的开口薄壁杆件理论和彭斯柯特的闭口薄壁杆件理论, 且二者综合叙述, 独具风格。

本书读者对象为大专院校师生, 从事力学与结构工作的研究人员及从事房屋、桥梁、船舶、飞机设计的工程技术人员。

全书除第六、七章由李克敌同志翻译、译者校核外, 其余部分均由译者翻译。

目 录

绪论	1
第一章 开口薄壁杆件的弯曲与扭转	4
1.1 运动学	4
1.2 薄壳力	12
1.3 杆件力	21
1.4 用杆件力表示薄壳力与薄壳应力	33
1.5 杆件的平衡	40
1.6 杆件的一般方程与边界条件	43
1.7 主坐标系与变换方程	44
1.8 剪切中心与挠曲轴	54
1.9 侧向薄壳力和加劲框架与横隔板的力	55
1.10 极薄的薄壁截面的简化理论	62
1.11 解答内容	65
第二章 开口截面实例	67
2.1 绪论	67
2.2 矩形截面	67
2.3 三角形截面	71
2.4 等肢角钢	76
2.5 半圆截面	82
2.6 标准工字梁	89
第三章 闭口薄壁杆件的弯曲与扭转	98
3.1 运动学	98
3.2 薄壳力	102
3.3 杆件力	106

3.4	用杆件力表示薄壳力	109
3.5	主坐标系与剪切中心	112
3.6	极薄的闭口薄壁截面	113
第四章	闭口截面示例	115
4.1	绪论	115
4.2	圆管	115
4.3	抗扭加劲梁	118
4.4	双室箱梁	124
第五章	各类结构问题的形式与内容	134
5.1	扭转问题	134
5.2	局部效应扭曲	144
5.3	连接	148
5.4	圆柱形屋顶	152
第六章	非线性理论	167
6.1	变形杆件内的薄壳力和杆件力	167
6.2	杆件变形后的平衡方程	174
6.3	一般压曲方程	178
第七章	柱和梁的压曲	181
7.1	立柱的弯扭压曲	181
7.2	双对称截面的立柱	182
7.3	单对称和任意截面的立柱	186
7.4	具有强迫旋转中心的立柱的压曲	190
7.5	梁的横向压曲	194
第八章	塑性状态	198
8.1	绪论	198
8.2	开口截面的塑性圣维南扭转	201
8.3	闭口截面的塑性圣维南扭转	205
8.4	三角形截面	211
8.5	圆管	212
8.6	双室箱梁	216

8.7 塑性弯曲与符拉索夫扭转的组合	219
8.8 槽形杆件的屈服轨迹	224
8.9 槽形杆件的破坏	231
参考文献	235

绪 论

薄壁杆件的特征在于其各向尺寸的相对大小。壁厚与杆件截面尺寸相比很小，截面尺寸与杆件长度相比也很小。这些条件，以前者最为重要，后者可略放宽，符合这种类型的杆件有许多不同的形式和规格以及不同的材料，从简单的热轧工字钢到复杂的船体结构均属之。

薄壁弹性杆件的弯曲与扭转一般理论在力学领域中发展较晚。过去，扭转与弯曲是分开考虑的，弯曲理论基于杆件弯曲时平面截面仍保持为平面，即通常所指的纳维叶①、②(C.L.Navier)假设。只考虑简单的对称截面，该理论认为通过截面形心的横向荷载和支承反力的合力只产生弯曲，而通过截面形心的轴向荷载只产生拉伸或压缩，梁中的剪应力则采用佐洛斯基(D. J. Jourawski)在十九世纪五十年代发表的公式计算〔1〕。

扭转的研究，圣维南(B.de, St. Venant)也在十九世纪五十年代提出了完善的理论。从以后发展的一般理论的观点看来，圣维南扭转理论的关键在于扭转时杆件截面可自由变形而偏离平面截面，这就是所谓的截面自由扭曲(free warping)。圣维南理论曾用于均匀及非均匀扭转。至1896年布列特(R. Bredt)研究了圆管受扭，1903年普朗特(L. Prandtl)提出了薄膜比拟法，才使圣维南扭转理论有可能用于在工程中使用的薄壁结构。

1905年铁木辛柯(S. Timoshenko)〔1〕研究了工字梁侧向弯曲(buckling)时杆端受到约束时的扭曲(warp)，才使非均匀扭转的一般理论出现突破。1921年马拉特(Maillart)提出剪切

① 全面论述梁的理论发展情况参见文献〔1〕。

② 对该问题的历史发展，只列出参考文献。

中心 (shear center) 概念, 阐明了弯曲与扭转的耦合作用 (couple), 并指出如果不出现扭转, 横向荷载和支承反力必须通过截面的剪切中心而不是截面的形心。二十世纪二十年代至三十年代, 飞机结构改用金属材料, 使这些概念特别是薄壁杆件的侧向压曲与扭转压曲问题得到迅速的发展和应用。这些发展主要与瓦格勒 (H. Wagner)、卡帕斯 (Kappus) 和布莱奇 (Bleich) 等人的名字^①是分不开的。

二十世纪三十年代符拉索夫 (V. Z. Vlasov)^[4]发展了开口薄壁杆件的扭转与弯曲相结合的综合理论。然而他的著作并未驰名国外。20年后他所著《弹性薄壁梁》^[4]一书英译本出现后, 才闻名于世界。在英译本之前, 古地尔 (J. N. Goodier)^[5]和铁木辛柯也独立地发展了这些理论。

闭口截面杆件的一般理论比较复杂, 因为它是超静定的, 用佐洛斯基公式已不足计算其剪应力。这个问题直到把剪切变形作为虚构剪切变形 (fictitious shear deformation) 之后才得到解决。1954年彭斯柯特 (S. U. Benscoter) 采用此法导出了杆件的一般理论。

自由扭曲杆件的塑性扭转理论创始于二十世纪二十年代。由纳达伊 (A. Nadai) 提出的沙丘比拟法 (sand hill analogy), 使该理论可应用于开口和闭口薄壁杆件。同弹性理论一样, 杆件的塑性弯曲性能开始也是和扭转分开考虑的。屈服铰 (yield hinge) 概念和二十世纪四十年代至五十年代间所发展的极限分析方法与理论, 使确定杆件的塑性性能变得比较简单^②。阿克申 (B. Akesson) 和巴克朗 (J. Bäcklund)^[10]对开口截面杆件的纯弹塑性符拉索夫扭转最近也有所论述。

弹性薄壁杆件的弯曲与扭转理论是为满足工程目的而创造的一种近似理论, 因而它必然建立在一定的简化假设基础上。像纳维叶的弯曲理论一样, 略去了与弯曲有关的剪切变形; 而又像圣

① 进一步讨论见铁木辛柯^[1]和布莱奇^[3]等著作。

② 详细讨论见普拉格 (W. Prager) 的著作^[9]。

维南扭转理论一样，包含了与扭转有关的剪切变形。所得出的理论都不包含任何剪切滞后效应 (shear lag effect)，同时假设横截面在固有平面内为完全刚性，固有平面外则为完全柔性。横隔板的一般形式为横向刚架，原板或支撑框架与纵梁相连成为整体。目前该理论不能计算由横隔板的间距和由加固系统的刚性所产生的效果。这个问题只能通过包括固有平面在内的截面变形的分析才能解决。一般而论，杆件越长，壁越厚，横隔板的重要性愈随之降低。而且横隔板在闭口截面内比开口截面内较为重要。

本书所介绍的开口截面杆件理论本质上和符拉索夫^[4]所发展的理论相同，并未用普朗特薄膜比拟法求圣维南扭矩分量。将杆壁考虑为薄壁壳，自然得出圣维南扭矩。这样处理虽较麻烦，但对薄壁杆件是具有一些优点的，在圣维南扭转中，作用于截面上的应力组成圣维南扭矩，横截面的扭曲也可得到较为一般的型式。

本书所介绍的闭口截面杆件本质上和彭斯柯特^[7]所发展的理论相同，这样就得到开口与闭口截面杆件在形式上相同的理论。

本书还介绍了杆件在压弯状态下的一般压曲方程。由这些一般方程可以得出立柱的弯曲与扭转压曲和梁的侧向压曲的经典例题，作为对一般理论的阐明。但不准备彻底讨论这种压曲问题。而且从发展的历史看，许多一般理论的提出与发展均涉及到压屈问题，所以应将上述内容反映在本书里。

本书还介绍了开口与闭口薄壁杆件纯塑性的扭转与弯曲的一般理论。采用虚构屈服轨迹 (fictitious yield locus) 使圣维南扭转与弯曲及符拉索夫扭转之间解除耦合，否则仍会沿弹性理论相同的方向阐述塑性理论。

本书还有相当数量的例题，对理论的各方面作了详细的叙述。这些例题都是按有利于说明理论而选择的，而不在于是否有实际意义。

关于薄壁杆件理论的书目未能完全罗列，读者有兴趣时可参阅罗温斯基^[11] (Nowinski) 的评论和符拉索夫书末的论述^[4]。

第 一 章

开口薄壁杆件的弯曲与扭转

1.1 运动学

图1.1表示一开口薄壁杆件和一固定右手笛卡儿坐标系(x 、 y 、 z)。杆件的中面为一柱体,柱体的母线平行于 z 轴。垂直于 z 轴的平面与中面的交线称为杆件的截面周线(contour)。周线上允许有拐角和交接,均称为结点(junction)。两结点之间或结点与端点的区间,称为周线段(branch of contour),相应的杆件部分则称之为单元(element)。图1.1所示杆件有四个单元、两个结点和四个分段。

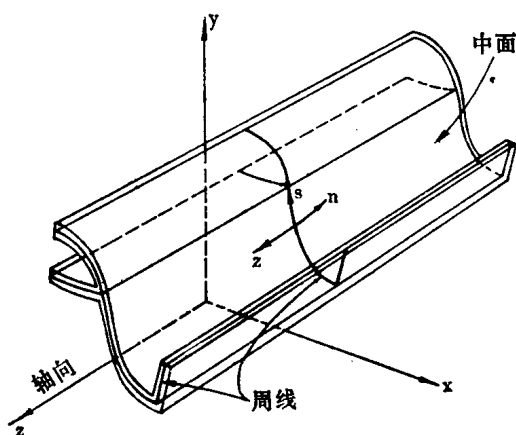


图1.1 开口杆件的一般形式

图1.2为位于中面的右手曲线坐标系(n 、 s 、 z), n 与周线相垂直。周线坐标 s 的原点为点 o ,其坐标为 $\bar{x}_0$, $\bar{y}_0$ 。当可能引

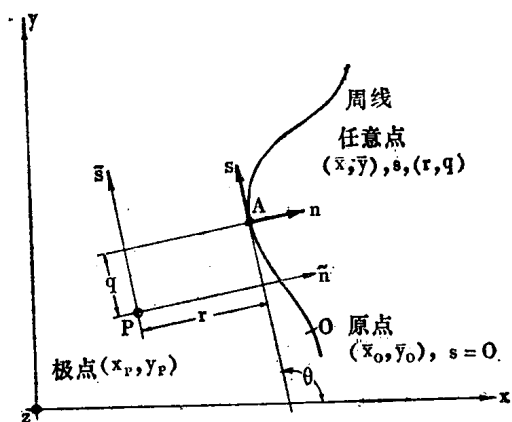


图1.2 坐标系及正负号规定

起混淆时，字母上加一横杠以表示与中面有关的量。设壁厚 t 沿轴向不变，则有

$$t(s) \quad (1.1)$$

在上式中，仅当函数的独立变量需要专门强调时，才明显地将其写出。当杆件被看作薄壁时，则 t 和分段长度或曲率半径相比必然很小。沿周线方向 t 可以突变，即使为光滑周线也应把突变处视为结点。图 1.3 所示周线在汇交处出现截面面积的重叠，致使该处产生几何不精密的现象，但在上述限制条件下，影响不大可以略去不计。杆件的几何性能可由周线形状和杆壁厚度完全确定。

薄壁杆件的弯曲与扭转是建立在下述三个运动学的假设基础之上的，即：

- 1.1 周线在固有平面内不变形；
- 1.2 每个单元中面的剪应变 $\bar{\gamma}_{sz}$ 为零；
- 1.3 每个单元假设为一薄壳，即按克希霍夫假设 (Kirchhoff)：变形时，中面的法线仍垂直于中面①。

“假设 1.1”是由那些研究开口薄壁杆件非均匀扭转工程理

① 薄壳理论的基本假设的完整讨论见弗纽格 (W. Flügge) 的著作 [12]。

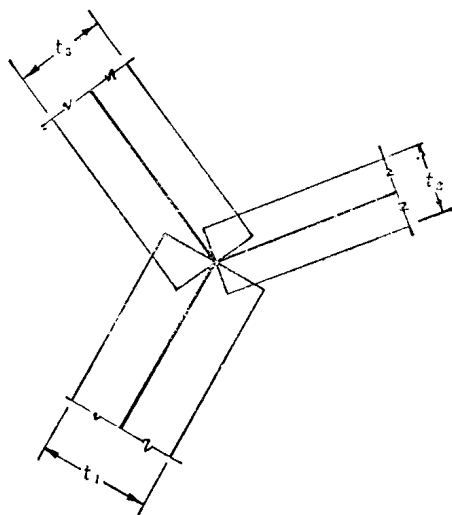


图1.3 三个分段的结点

论的学者所创立的。该假设的精确度取决于杆件的壁厚、周线形状及荷载条件。实验和理论研究证实，该假设对于工程问题是足够精确的。“假设1.2”是符拉索夫^[4]以这样明确的形式提出的，故称之为符拉索夫假设，它与纳维叶简单梁的假设相似，但更广泛一些。其他学者也提出过与此相类似的假设。铁木辛柯^①在他的非均匀扭转理论中，把工字梁的雨翼按简单梁理论考虑，当翼缘在固有平面内弯曲时，按纳维叶简单梁假设，得到翼缘中面上的剪应变为零。F.布莱奇和H.布莱奇^②将铁木辛柯假设用之于薄板组合的较为复杂的截面的各个单元。瓦格勒^③研究柱的横向扭转压曲时（lateral torsion buckling），按广义圣维南理论提出了“单位扭曲”假设（unit warping assumption）。如果中面上一点的轴向位移 $\bar{w}$ 按圣维南扭转为

$$\bar{w}(s) = -\Phi' \bar{w}(s) \quad (1.2)$$

其中 Φ' 为扭转常数， $\bar{w}$ 为周线的单位扭曲^③，那么，对于非均匀扭转则有

$$\bar{w}(s, z) = -\Phi'(z) \bar{w}(s) \quad (1.3)$$

① 这方面的早期工作的完整讨论见铁木辛柯的著作[1, 13]。

② 该项叙述参见布莱奇的著作[3]。

③ 这些量的完整定义见后面的正文。

上式中 Φ' 就不再为常数。由单位扭曲假设说明 $\bar{\omega}(s, z)$ 的变量可以分离, 与 s 的关系与圣维南扭转相同。以后将要说明, 对于开口周线, 纳维叶的杆件弯曲假设与单位扭曲假设相结合, 与符拉索夫假设相当。

“假设1.3”系由古地尔^[5]和符拉索夫^[4]在计算轴向扭曲应力时提出的。圣维南扭转应力可用普朗特薄膜比拟法求出^①。一旦采用了“假设1.3”, 就不再需要薄膜比拟法, 因为它不能表达其分析内容, 故不再采用。

在图1.2中, 点 P 为极点且为任意点, 其坐标为 x_P, y_P 。通过点 P 且平行于 z 轴的直线标为极轴, 周线上任意点 A 在周线坐标系中的坐标为 s ; 在笛卡儿坐标系中则为 $\bar{x}, \bar{y}$ 。通过点 P 作平行于过 A 点处的 n 和 s 方向的辅助笛卡儿坐标系 $\bar{n}, \bar{s}$ 。点 A 在 $(\bar{n}, \bar{s})$ 坐标系中的坐标为 r 和 q , 则 r 和 q 分别表明点 A 在 $\bar{n}$ 和 $\bar{s}$ 方向的坐标。坐标系 (n, s, z) 相对于 (x, y, z) 坐标系的旋转角为 $(\theta - 90)^\circ$ ^②。角度 $\theta(s)$ 则为该二坐标系的相对方位, 即点 A 处的 x 轴和 s 的正方向之间的夹角。 r, q 和 θ 为薄壁杆件理论的核心内容, 其正负符号极为重要。在特定问题中, 必须严格遵循与定义有关的符号规定。在图1.2中, 当 A 位于 $(\bar{n}, \bar{s})$ 坐标系的第一象限, r 和 q 为正; 若 A 在第二象限, 则 r 为负, q 仍为正等等。或按下述快速法检定: 向量径 PA 绕 z 轴正向旋转时, A 沿 s 的正向移动, r 为正; 若 PA 绕 z 轴的负向旋转时, A 向 n 的正向移动, 则 q 为正。因中面为柱体, 故有

$$r(s), q(s), \theta(s) \quad (1.4)$$

由于周线划分为分段, 这些函数一般为不连续函数。

今后要用到一些几何关系, 可以直接从图1.4得到。设 A 和 A' 是周线上任一分段上的两相邻点, 其间距为 ds , 故有

$$q d\theta = dr \quad (1.5a)$$

$$r d\theta + dq = ds \quad (1.5b)$$

① 该法的叙述参见铁木辛柯的著作^[14]。

② 转动方向的正与负按右手法则决定。

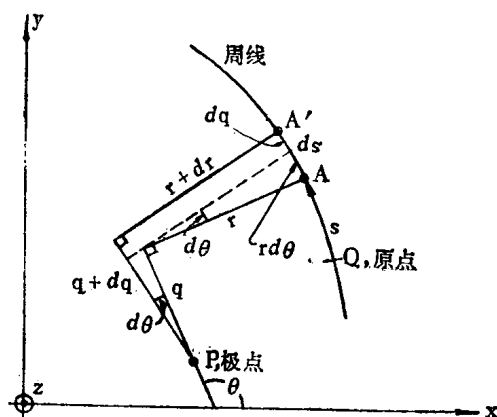


图1.4 几何关系

若 $a(s)$ 是周线的曲率半径，当曲率中心处于 n 轴的负向时定义为正，则有

$$ad\theta = ds \quad (1.6)$$

最后

$$d\bar{x} = ds \cos \theta \quad (1.7a)$$

$$d\bar{y} = ds \sin \theta \quad (1.7b)$$

$$\bar{x} - x_p = q \cos \theta + r \sin \theta \quad (1.7c)$$

$$\bar{y} - y_p = q \sin \theta - r \cos \theta \quad (1.7d)$$

根据“假设 1.1”，因为截面在固有平面内不变形，所以周线和极点可以视为嵌入在 x, y 平面内的刚片内。周线在其平面内的运动可用刚片上的点对于极点的位移和刚片对于极轴的旋转来表示。令 x, y 方向的位移分量和绕 z 的方向的旋转分别为 U, V 和 Φ ，则有

$$U(z), V(z), \Phi(z) \quad (1.8)$$

周线上的点的位移也可用相对的周线坐标系来表示。令点 A 在 n, s, z 方向的位移为 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ ，则有

$$\bar{u}(s, z), \bar{v}(s, z), \bar{w}(s, z) \quad (1.9)$$

两种位移格式的区别是： U, V 和 Φ 叫做杆件的位移，而

, $\bar{v}$, $\bar{w}$ 则称为薄壳的位移。对于平面内的运动由图 1.5 可以得到两种位移格式的关系如下

$$\bar{u}(s, z) = U(z)\sin\theta(s) - V(z)\cos\theta(s) - \Phi(z)q(s) \quad (1.10a)$$

$$\bar{v}(s, z) = U(z)\cos\theta(s) + V(z)\sin\theta(s) + \Phi(z)r(s) \quad (1.10b)$$

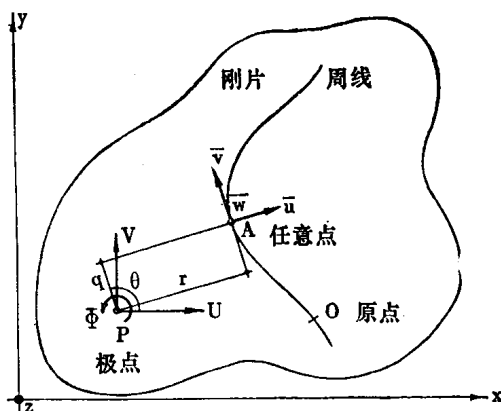


图1.5 杆件与薄壳的位移

上式适用于整个周线。平面外的薄壳位移 $\bar{w}$ 可从符拉索夫假设即“假设1.2”求得。对于中面①上的每个单元则有

$$\bar{\gamma}_{sz} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} = 0 \quad \checkmark \quad (1.11)$$

以式 1.10b 的 $\bar{v}$ 代入上式后，并利用式 1.7a 和 1.7b，则式 1.11 可以从周线的原点至任意点对 s 进行积分，其结果可写成

$$\bar{w}(s, z) = W(z) - U'(z)\bar{x}(s) - V'(z)\bar{y}(s) - \Phi'(z)\bar{w}(s) \quad (1.12)$$

$$\text{在上式中} \quad \bar{w}(s) = \int_{C(s)} r(s) ds \quad (1.13)$$

在式 1.12 中，右上角的符号“'”表示对 z 求导。 W 为积分

① 见 F. 弗纽格的著作[12], P214。

函数，为杆件的轴向平均位移。 $C(s)$ 表示周线上原点至任意点的周线长度。积分方向①与 s 方向相同，各分段在结点处 $\bar{w}$ 之值相同。则由式1.12， $\bar{w}$ 也必然相同。为了保证此条件，当决定 $\bar{w}$ 时，除含有原点的分段外，必须引入常数并按分段求出，应注意 $\bar{w}(0)$ 为零。必须强调指出， $\bar{w}(s)$ 不是 s 的连续函数，而且 $\bar{w}(s)$ 的导数在结点处一般不存在。现以图1.6所示四个分段所组成的周线为例，每个分段旁所注明的字码表示 s 所覆盖的周线的顺序。

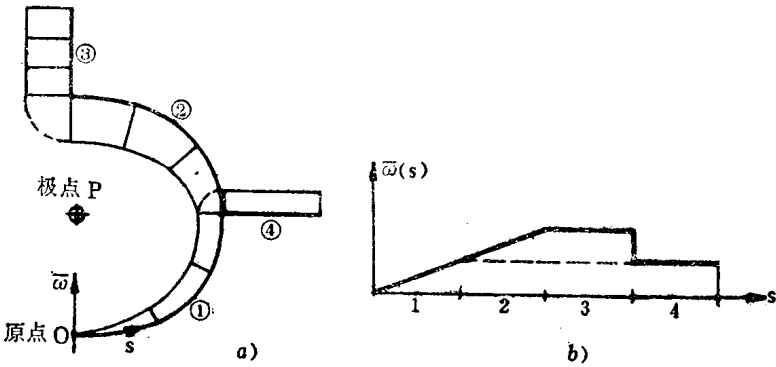


图1.6 周线坐标系的性质

图1.7所示任意点 A 沿周线移动 ds 时， $d\bar{w}$ 为矢径 PA 所扫过的面积的两倍。据此，符拉索夫〔4〕称 $\bar{w}$ 为扇形面积 (sectorial area)， O 和 P 则为扇性原点和极点 (sectorial pole)。当向量径 PA 绕 z 轴沿正方向旋转时， A 沿 s 的正方向运动，则 $d\bar{w}$ 为正。函数 $\bar{w}(s)$ 取决于所采用的极点 P 和原点 O 的位置及 s 的特定格式。然而 $\bar{w}$ 在周线上的实际点的真实数值仅取决于 P 和 O 的位置。

在横截面内的中面上或中面外的一点的轴向位移 w ，根据“假设1.3”，亦即克希霍夫假设为

① 定积分 $\int_A^B F(s) ds$ 应理解为从 A 到 B 进行积分，该积分方向一般地说不必是 s 的正向。