

# 拱 桥 等 代 荷 载

Gongqiao Dengdai Hezai

王国鼎 等编著

人 民 交 通 出 版 社

## 前　　言

“拱桥等代荷载”是研究与设计无铰拱桥（含连拱及固定拱，以下同）的一本理论书和工具书，除能用于计算各种连拱之外，尚能用于计算固定拱。

现行《公路砖石及混凝土桥涵设计规范》<sup>[10]</sup>规定，多孔拱桥的桥墩与主拱圈的抗推刚度比不大于37时，应考虑连拱作用。这无疑是正确的。多孔拱桥按连拱计算，可使材料分配比较合理。这不仅可以提高桥梁的设计质量，还能获得一定的经济效益。目前，由于缺乏连拱等代荷载（包括相应影响线面积），为了满足精度要求，计算通常比较繁琐，且不便于实践中采用。本书的主要目的在于：阐明连拱的受力特性，提供合理的简便计算方法和图表，以便推广连拱设计方法。

本书第一章通过连拱变位影响线和各种内力影响线的讨论，得出连拱在受力方面的一些共同性规律。第二章介绍连拱（含固定拱）等代荷载的编制方法。第三章介绍连拱等代荷载在其他连拱计算方法中的应用，说明利用“换算刚度法”编制的等代荷载，亦能作为其他连拱简化计算的工具。第四章结合常用桥型比较详细地介绍了连拱等代荷载的应用。第六章是各种计算用表，供简化计算连拱及固定拱之用。运用本书的成果计算连拱时，可达到提高设计工效、缩短设计周期、提高设计质量的良好效果。

在本书与读者见面的时候，作者特别要感谢湖南大学电子计算机站的罗秉钧同志。他在编排程序、上机计算方面做了大量的工作，为本书的出版作出了显著的贡献。

作者对交通部公路规划设计院袁伦一高级工程师、宁夏回族自治区交通科研所孙长生高级工程师、湖南省交通规划勘察设计院丁祖吉、李仁高级工程师、同济大学姚玲森教授、湖南大学王磊、李家宝教授、长沙铁道学院姜昭恒副教授、北京建筑工程学院李靖森讲师以及本校李泽民教授、肖运龙副教授表示衷心的感谢。这些同志对本书的编写内容、方法、提出了许多宝贵意见，使本书能以现在的面貌与读者见面。

作者对武汉城市建设学院王昌武同志致谢。他在本书定稿之后通读全文，提出了某些有益的意见。

由于作者水平有限，缺点错误在所难免，欢迎批评指正。

王国鼎

1985年3月于武汉城市建设学院

**拱桥等代荷载**

王国鼎 等编著

责任编辑：谢仁物

封面设计：梁毓英

插图设计：赵耀华

技术设计：乔文平

责任校对：刘素燕

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本：787×1092<sup>1/16</sup> 印张：20.5 字数：582千

1988年2月 第1版

1988年2月 第1版 第1次印刷

印数：0001—5,500册 定价：5.50元

## 内 容 提 要

本书是研究与设计无铰拱桥（含多孔连拱及单孔固定拱。下同）的一本理论书和工具书，它的基本内容都是最新的研究成果。主要内容包括：连拱的主要特性、基本计算理论、无铰拱桥等代荷载的编制方法、等截面悬链线无铰拱桥的等代荷载表（含汽车-超20级）、相应影响线面积表、影响线坐标表等等。在公路标准车辆荷载和特殊荷载作用下，均有详细的应用示例。

本书供公路、铁路、水利方面从事桥梁工作的人员使用，有关大学、中专师生从事拱桥教学时使用参考。

# 目 录

<b>第一章 总 论</b> .....	1
第一节 计算简图及符号规定.....	1
一、计算简图.....	1
二、符号规定.....	1
第二节 连拱的变位影响线和内力影响线.....	2
一、拱墩结点变位影响线.....	2
二、拱中内力影响线及其最不利布载情况.....	4
三、墩顶内力影响线及其最不利布载情况.....	5
<b>第二章 连拱等代荷载的编制方法</b> .....	10
第一节 换算刚度法的基本概念.....	10
第二节 换算刚度计算.....	11
一、换算抗推刚度和换算相干系数.....	11
二、换算抗弯刚度.....	12
第三节 连拱内力影响线及最大活载内力的计算.....	14
一、基本角变位移方程式.....	14
二、计算连拱内力的基本公式.....	15
三、拱中最大活载内力计算.....	17
四、墩顶最大活载内力计算.....	21
<b>第三章 连拱等代荷载在其他连拱计算方法中的应用</b> .....	24
第一节 《公路技术资料(6)》计算内力参数的公式.....	24
一、拱、墩弹性常数的确定.....	24
二、拱、墩内力的基本公式.....	25
三、拱中内力影响线的计算公式.....	27
四、换算抗推刚度的计算公式.....	27
五、内力参数的计算步骤.....	30
第二节 “ $\Sigma$ 法”计算内力参数的公式.....	30
一、基本假定.....	30
二、一般连拱的计算.....	30
三、等跨等墩高连拱的计算.....	32
<b>第四章 公路桥涵标准车辆荷载作用下，连拱活载内力的计算</b> .....	37
第一节 计算程序.....	37
一、拱中最大活载内力计算步骤.....	37
二、墩顶最大活载内力计算步骤.....	37
第二节 连拱内力计算及与精确解的比较.....	38
一、按“换算刚度法”计算.....	38

二、按“Σ法”计算	47
三、按《公路技术资料(6)》计算	49
四、拱、墩内力与精确解的比较	51
第三节 连拱内力及与直接布载计算结果的比较	52
一、3孔连拱(双排架高桩承台桥墩)	52
二、4孔连拱(单排架低桩承台桥墩)	57
三、5孔连拱(不等高重力式桥墩)	60
<b>第五章 其他荷载作用下连拱活载内力的计算</b>	<b>66</b>
第一节 设计资料	66
第二节 拱、墩弹性常数计算	67
一、拱圈弹性常数计算	67
二、桥墩弹性常数计算	68
第三节 拱、墩最大活载内力计算	71
一、拱中最大活载内力计算	71
二、墩顶最大活载内力计算	78
<b>第六章 等截面悬链线无铰拱桥计算用表</b>	<b>83</b>
第一节 公路桥涵标准车辆等代荷载表	83
一、几点说明	83
二、 $M_{\max}$ (或 $M_{\min}$ )及相应的 $H$ 、 $V$ 等代荷载表(表6-1)	84
三、 $H_{\max}$ 及相应的 $M_i^p$ 、 $V$ 等代荷载表(表6-2)	151
四、 $V_{\max}$ 及相应的 $H$ 等代荷载表(表6-3)	151
第二节 拱桥内力影响线面积表	165
一、 $M_{\max}$ (或 $M_{\min}$ )及相应的 $H$ 、 $V$ 影响线面积表(表6-4)	165
二、 $H_{\max}$ 及相应的 $M_i^p$ 影响线面积表(表6-5)	165
第三节 计算连拱影响线坐标数据表(表6-6)	165
第四节 拱桥弯矩影响线荷载长度表(表6-7)	165
<b>附录 多孔拱桥计算孔数的确定</b>	<b>316</b>
一、多孔拱桥按固定拱计算的条件	316
二、多孔连拱计算孔数的确定	318
三、确定多孔连拱计算孔数示例	319
<b>参考文献</b>	<b>320</b>

# 第一章 总 论

## 第一节 计算简图及符号规定

### 一、计算简图

现行连拱计算方法中，桥跨结构一般是以裸拱圈代替<sup>[1-13]</sup>，不考虑拱上建筑与主拱圈联合作用的影响。本书提供的拱桥（包括连拱及固定拱）等代荷载（包括相应影响线面积），主要是为了简化空腹式无铰拱桥的计算手续，并提高拱、墩内力的计算精度。在计算连拱等代荷载时，采用图 1-1 所示的计算图式，以裸拱圈代替桥跨结构，没有计入拱上建筑联合作用的影响。

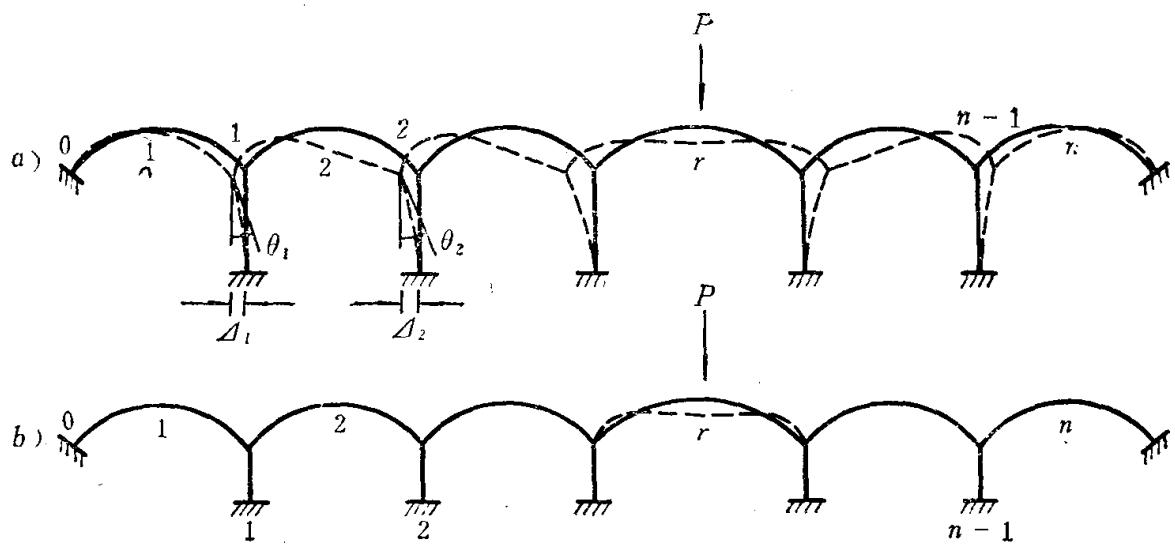


图1-1 连拱计算图式

为了减轻拱桥的自重，便于工业化施工，采用轻型的梁板式拱上建筑，逐步取代重型的拱式拱上建筑，是不可避免的发展趋势。鉴于梁板式拱上建筑受力比较明确，国内外试验研究证明，它的联合作用很小，可以不予考虑。从发展的眼光看问题，空腹式多孔拱桥采用图 1-1 所示的计算简图比较合理。

### 二、符 号 规 定

#### (一) 内力符号

- 各孔拱中水平力（以  $H_1, H_2, \dots, H_r, \dots$  表示）以使该孔拱圈产生压力为正；各孔拱中弯矩（以  $M_1, M_2, \dots, M_r, \dots$  表示）以使该孔拱圈内缘受拉为正〔图 1-2a〕。
- 各墩顶水平力（以  $\bar{H}_1, \bar{H}_2, \dots, \bar{H}_r, \dots$  表示）以向右为正；各墩顶弯矩（以  $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \dots, \bar{M}_r, \dots$  表示）以顺时针转为正〔图 1-2b〕。

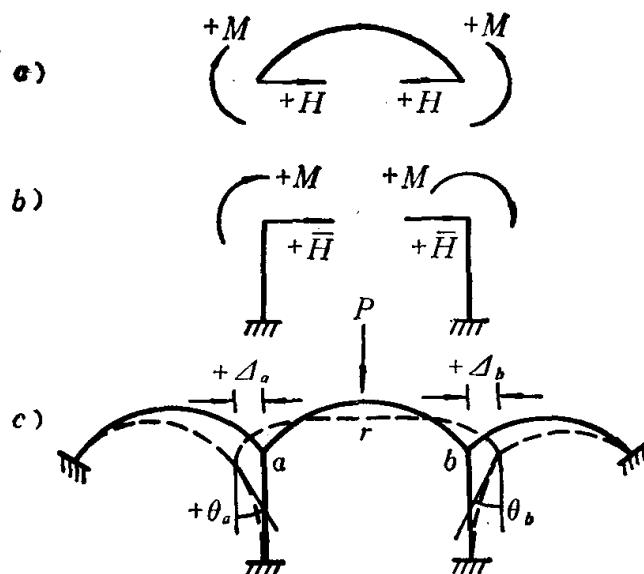


图1-2 连拱的符号规定

## (二) 变位符号

1. 各拱墩结点的水平位移 (以  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_r \dots$  表示) 以远离荷载孔向河岸移动为正 [图1-2c]。

2. 各拱墩结点的转角 (以  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r \dots$  表示) 以背离荷载孔向河岸转动为止 [图1-2c]。

根据上述符号规定, 图 1-2 中所示的内力和变位均为正。

## 第二节 连拱的变位影响线和内力影响线①

熟悉拱墩结点的变位影响线和拱墩内力影响线, 可以进一步了解连拱的某些特性, 得出一些共同性规律。通过对连拱内力影响线的讨论, 有利于确定拱、墩的最不利布载情况, 得出拱、墩最大活载内力的合理计算方法。

图1-3~1-5为4孔30m等跨等墩连拱影响线, 采用的桥墩型式有两种: 一种是刚性墩② (典型的重力式墩。墩的抗推刚度  $K$  是拱的抗推刚度  $K$  的19.4倍, 即  $\frac{K}{K} = 19.4$ ); 另一种是柔性墩③ (柱柱式桥墩。 $\frac{K}{K} = 0.71$ )。由图可见, 桥墩的型式不同, 结点变位和拱墩内力的影响线亦不尽相同。为了说明连拱内力影响线与相应固定拱内力影响线的差别, 在图1-4、1-5中, 同时给出了相应固定拱的内力影响线, 以便比较。

### 一、拱墩结点变位影响线

采用上述柔性墩时, 4孔30m无铰连拱的结点变位影响线示于图1-3。其中图1-3b)为

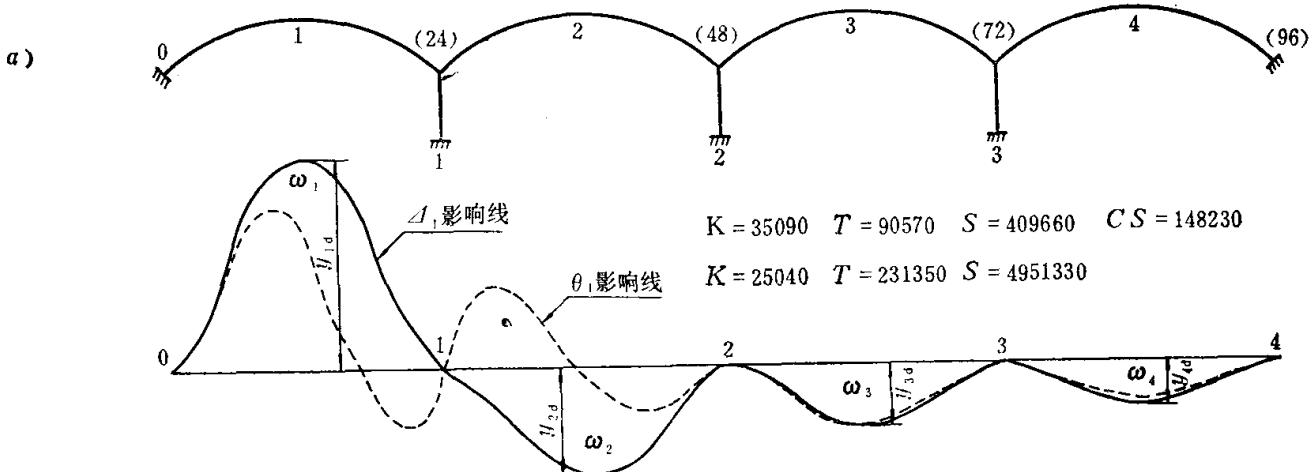
- ① 本节所列的结点变位影响线和拱、墩内力影响线(图1-3~1-5), 是采用两种方法 (广义角变位法<sup>[4]</sup>和换算刚度法) 用电子计算机平行求得的精确解。
- ② 本书所说的刚性墩, 指具有实体墩身的桥墩(包括重力式墩及桩柱基础上加实体墩身的桥墩)。计算刚性墩时, 以  $H_{\max}$  (墩顶最大水平力) 控制设计。
- ③ 本书所说的柔性墩, 就是柱柱式桥墩。设计柔性墩时, 一般有两种最不利布载情况: 计算桩柱的下部时, 以  $H_{\max}$  (墩顶水平力最大) 控制设计; 而计算桩柱的上部时, 则以  $M_{\max}$  (墩顶弯矩最大) 控制设计。

结点 1 的水平位移和转角影响线；图 1-3c) 为结点 2 的水平位移和转角影响线。由于本桥是等跨结构，由图可见，所有变位影响线的正、负面积均相等，每条影响线正、负面积的代数和为零。例如，在图 1-3b) 中，结点 1 水平位移  $\Delta_1$  的影响线面积有如下关系：

$$\begin{aligned} \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 &= 0 \\ \text{或 } \omega_1 &= -(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4) \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (1-1)$$

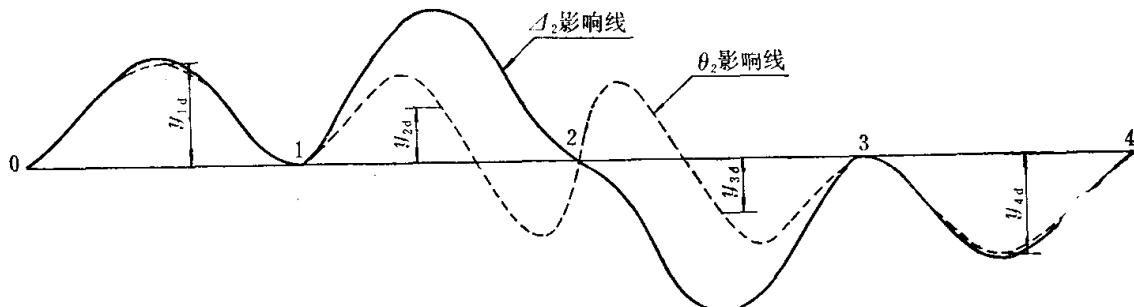
要证明上式的正确性，只需在图 1-3a) 的 4 孔等跨连拱中，同时加上均匀荷载  $q$ ，由于在这种特定荷载作用下，4 孔拱桥中均无连拱作用，各拱墩结点均不产生变位。由  $\Delta_1 = q(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) = 0$  知：

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = 0$$



b) 结点 1 的变位影响线

截面号	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96
$\Delta_1 \cdot 10^5$	0	1.119	1.888	1.059	0	-0.492	-0.955	-0.635	0	-0.242	-0.535	-0.361	0	-0.206	-0.398	-0.242	0
$\theta_1 \cdot 10^4$	0	4.256	5.092	-0.549	0	3.316	-0.513	-1.836	0	-1.247	-2.651	-1.788	0	-1.001	-1.928	-1.172	0



c) 结点 2 的变位影响线

截面号	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96
$\Delta_2 \cdot 10^5$	0	0.568	0.933	0.483	0	0.877	1.352	0.698	0	-0.698	-1.352	-0.877	0	-0.483	-0.933	-0.568	0
$\theta_2 \cdot 10^4$	0	2.769	4.579	2.419	0	3.009	2.441	-2.315	0	2.315	-2.401	-3.001	0	-2.419	-4.579	-2.769	0

图 1-3 拱墩结点变位影响线

同理，在图 1-3 的所有变位影响线中，在 4 孔拱桥的拱顶处，每条变位影响线 4 个竖标之和为零。例如，在图 1-3b)、c) 中，有：

$$y_{1d} + y_{2d} + y_{3d} + y_{4d} = 0 \quad (1-2)$$

要证明式(1-2)的正确性，只需在 4 孔等跨连拱的拱顶，同时布以集中荷载  $P$ ，同样，在这种特定荷载情况下，各结点都不产生变位。由  $\Delta_1 = P(y_{1d} + y_{2d} + y_{3d} + y_{4d}) = 0$  知，式(1-2)得证。

由各拱墩结点的变位影响线，可以看出如下规律性：

(一)由图1-3b)、c)可见，结点变位影响线的竖标值，以该结点所在孔(结点左、右两孔)为最大。例如，图1-3b)中结点1的变位影响线，以1、2两孔的竖标值最大；而图1-3c)中结点2的变位影响线，则以2、3两孔的竖标值最大，离该结点愈远的孔，影响线的竖标愈小，远到一定程度时，影响线的竖标可以小到略去不计，则荷载作用在该处时，引起结点的变位可以略去不计。

(二)由图1-3b)可见，结点1的变位影响线，无论是影响线面积还是影响线竖标，均以第1孔为最大。即荷载作用在第1孔与荷载作用在其他孔相比较，结点1有更大的变位值。后面将会证明，对于等跨等墩、高连拱，计算1号墩墩顶最大水平力时，是以荷载作用在第1孔时为不利情况。

(三)分析变位影响线的形状，从定性上看，任意结点水平位移 $\Delta_i$ 的影响线，与相应墩顶水平力 $H_i$ 的影响线[图1-5b)、c)]形状一致，而结点转角 $\theta_i$ 的影响线，则与相应墩顶弯矩影响线[图1-5d)、e)]有些类似。由图1-3可见，每个结点两条变位影响线之间的关系比较复杂，两者之间在数值上不成比例，不是一种简单的线性关系。

## 二、拱中内力影响线及其最不利布载情况

研究连拱内力影响线的主要目的在于：根据连拱内力影响线，确定拱、墩的最不利布载情况，以便计算拱、墩最大活载内力。

图1-4为采用两种型式的桥墩(刚性墩及柔性墩)时，拱中各截面连拱内力影响线与相应固定拱内力影响线的精确解，其中包括拱顶、拱脚、 $\frac{L}{8}$ 、 $\frac{3L}{8}$ 截面弯矩影响线、拱中水平力影响线、拱脚竖向反力影响线的精确解。对比这些影响线，不难看出，连拱内力影响线与相应固定拱内力影响线不同，采用刚性墩与采用柔性墩的连拱内力影响线也不相同。除了影响线的荷载长度不同之外，有时，影响线中最大竖标的位置也不相同[图1-4d)、e)]。桥墩愈柔，连拱与固定拱内力影响线相差愈大。

应当指出，尽管连拱与相应固定拱的内力影响线不同，但在等跨连拱中，连拱内力影响线面积和与相应固定拱内力影响线的面积和(指影响线正、负面积的代数和)却是相同的。要证明这个结论，可将4孔等跨连拱，同时加上单位均布荷载。此时，由于作用在每个桥墩两边的水平力和弯矩，具有大小相等、方向相反的特性，因而，各个拱墩结点的变位为零，即不存在连拱的作用。在这种特定荷载作用下，按连拱计算与按固定拱计算的内力完全相等。鉴于按连拱计算与按固定拱计算的内力，都等于单位均布荷载乘以各自的影响线面积，因而，连拱影响线与固定拱影响线的面积必然相等。由于按固定拱计算的各种影响线面积可由本书的表6-4、6-5查得，因而，这一规律，可给连拱的内力分析提供一个已知条件，给计算工作带来某些方便。

下面根据拱中内力影响线的特点，确定最不利布载情况，以便计算拱中最大活载内力。

(一)由图1-4b)~i)可见，计算拱脚、 $\frac{L}{8}$ 截面的最大负弯矩及拱中其他截面的最大正弯矩时，均以1孔(计算截面所在孔)布载为不利；计算拱脚、 $\frac{L}{8}$ 截面最大正弯矩及拱中其他截面的最大负弯矩时，均以多孔布载为不利。设计实践证明，计算拱圈时，上述1孔布

载与多孔布载相比较，一般以 1 孔布载为不利。经常控制拱圈设计的是拱顶（按  $M_{max}$  布载）、拱脚（按  $M_{min}$  布载）两个截面，多孔布载的情况，一般并不控制拱圈的设计。

(二) 比较第 1、2 两孔拱顶弯矩影响线  $M_{1d}$ 、 $M_{2d}$  [图 1-4b)、c)] 知，拱顶弯矩影响线的正面积及其最大纵坐标，都是中孔比边孔大，因而，在同样荷载作用下，第 2 孔的拱顶正弯矩大于第 1 孔的拱顶正弯矩。比较第 1、2 两孔拱脚弯矩影响线 [图 1-4d)、e)] 知，拱脚弯矩影响线的负面积及其最大纵坐标，同样是中孔比边孔大，因而，在同样的荷载作用下，仍然是第 2 孔拱脚的负弯矩大于第 1 孔拱脚的负弯矩。鉴于按连拱设计时，常以拱脚负弯矩和拱顶正弯矩控制拱圈设计，因而，计算多孔等跨等墩连拱的拱中最大活载内力时，以荷载作用在中孔时为不利。这一规律，对于拱顶、拱脚以外的其他截面也是适合的。

(三) 由图 1-4f)、g) 可见，拱中水平力影响线的竖标恒为正，这说明，无论向下的竖向荷载作用在任何位置上，拱中的水平力均为推力。由于连拱影响线的面积和与相应固定拱影响线的面积和相等，即：

$$\begin{aligned} \text{在图1-4f)中} \quad & \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = \omega_1^p \\ \text{在图1-4g)中} \quad & \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = \omega_2^p \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (1-3)$$

式中： $\omega_1^p$ 、 $\omega_2^p$ ——按固定拱计算时，第 1、2 孔拱中水平力影响线面积。

由式(1-3)知，拱中水平力按固定拱计算的影响线面积  $\omega_1^p$  (或  $\omega_2^p$ )，大于连拱影响线在该孔的面积  $\omega_1$  (或  $\omega_2$ )。因而，在 1 孔布载时，按连拱计算的水平力，总是小于按固定拱计算的水平力。这种受力状态，对桥墩很有利。

(四) 由拱中弯矩影响线 [图 1-4b)~e)、h)~g)] 知，控制拱圈设计的弯矩 (拱脚、 $\frac{L}{8}$  截面的负弯矩及拱中其他截面的正弯矩) 值，按连拱计算均比按固定拱计算的大，而拱中水平力 [图 1-4f)、g)] 按连拱计算又比按固定拱计算的小。因而，按连拱设计时，需要适当地增强拱圈，以承受较大的弯矩值。

(五) 由图 1-4j 知，第 2 孔的拱脚竖向反力影响线，在第 2 孔的范围内，按连拱计算与按固定拱计算几乎完全重合。因而，在第 2 孔布载时，该孔左、右拱脚的竖向反力，可以近似地按固定拱计算。拱脚竖向反力影响线的上述特性，也可适用于其他孔。一般而言，在第  $i$  孔加载时，可按固定拱计算第  $i$  孔的拱脚竖向反力。

### 三、墩顶内力影响线及其最不利布载情况

计算连拱的下部构造时，常以按  $H_{max}$  (墩顶水平力最大) 布载控制设计。仅在计算柔性墩时，需要根据  $M_{max}$  (墩顶弯矩最大) 布载，验算桥墩顶部的截面强度。

图 1-5 为 4 孔等跨连拱墩顶内力影响线与相应固定拱内力影响线。前已证明，这两种影响线面积的代数和相等。在等跨连拱中，按固定拱计算墩顶内力影响线时，它的正、负面积恒相等，影响线面积的代数和为零。由此可以推知，按连拱计算时，墩顶内力影响线面积的代数和亦为零。

(一) 由图 1-5b)、c) 知，按连拱计算时，墩顶水平力影响线的竖标 (或正、负面积)，都比按固定拱计算的小。而计算桥墩时，又常以墩顶水平力最大控制设计，因而，在同样的荷载作用下，按连拱计算的墩顶水平力，亦比按固定拱计算的小。鉴于计算桥墩时，常以墩顶水平力控制设计，故按连拱设计时，可使桥墩比较轻巧，有一定的经济意义。

## 拱桥等代荷载

王国鼎 等编著

责任编辑：谢仁物

封面设计：梁毓英

插图设计：赵耀华

技术设计：乔文平

责任校对：刘素燕

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店 经售

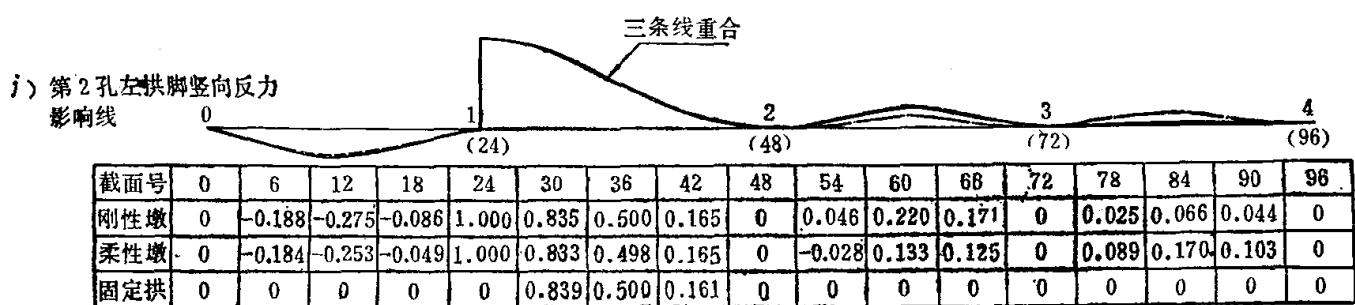
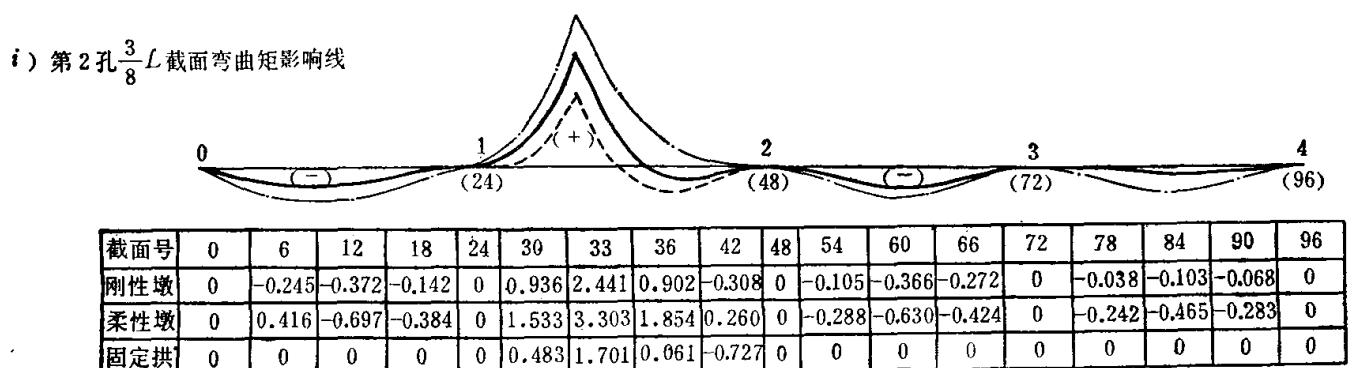
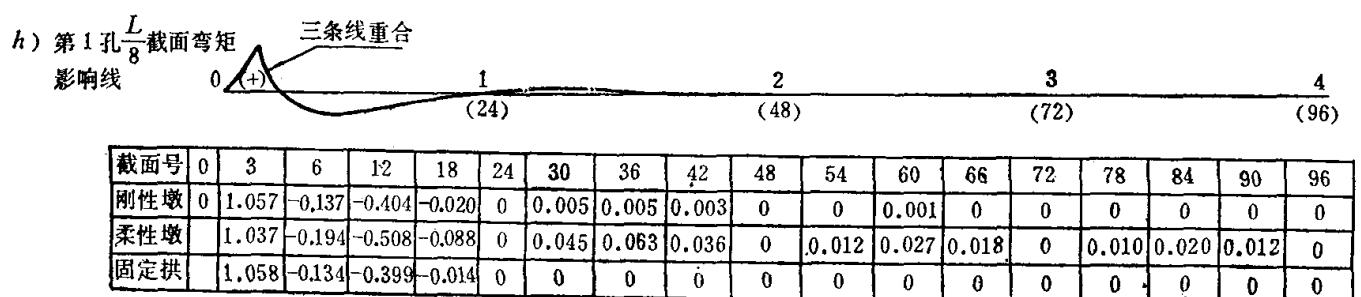
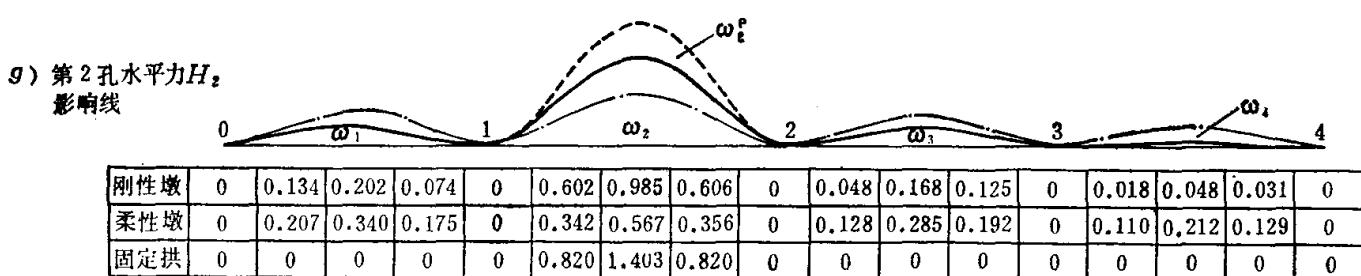
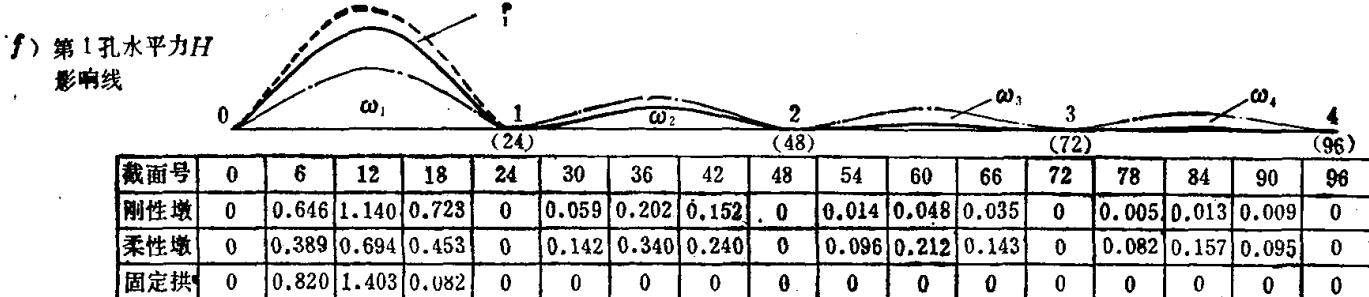
人民交通出版社印刷厂印

开本：787×1092<sup>1/16</sup> 印张：20.5 字数：582 千

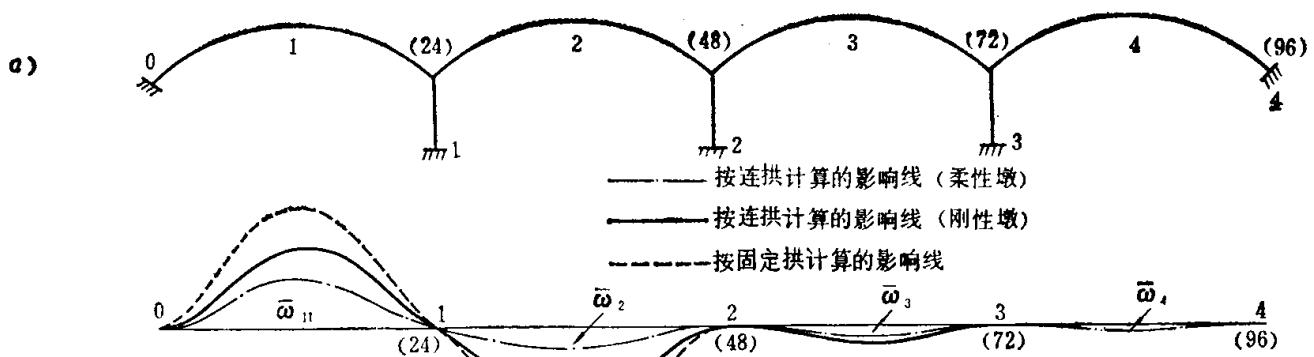
1988年2月 第1版

1988年2月 第1版 第1次印刷

印数：0001—5,500册 定价：5.50 元

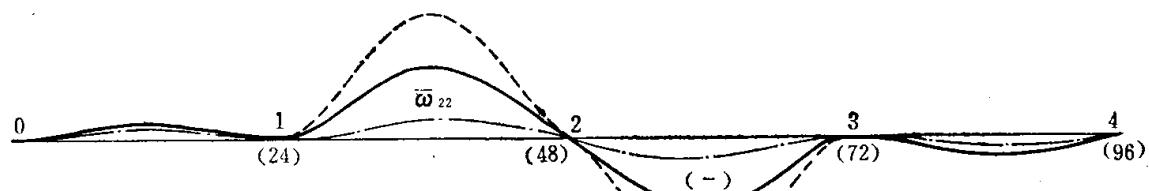


力影响线



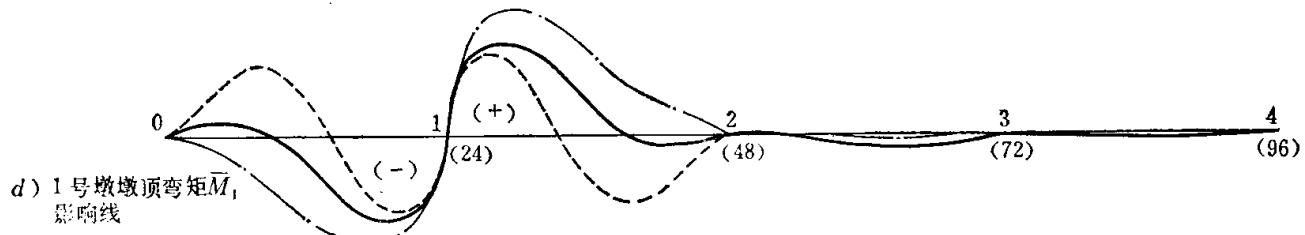
b) 1号墩墩顶水平力 $H_1$ 影响线

截面号	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96
刚性墩	0	0.512	0.938	0.648	0	-0.546	-0.783	-0.455	0	-0.034	-1.21	-0.090	0	-0.013	-0.034	-0.023	0
柔性墩	0	0.182	0.355	0.278	0	-0.200	-0.227	-0.117	0	-0.032	-0.073	-0.050	0	-0.029	-0.055	-0.033	0
固定拱	0	0.820	1.403	0.820	0	-0.820	-1.403	-0.820	0	0	0	0	0	0	0	0	0



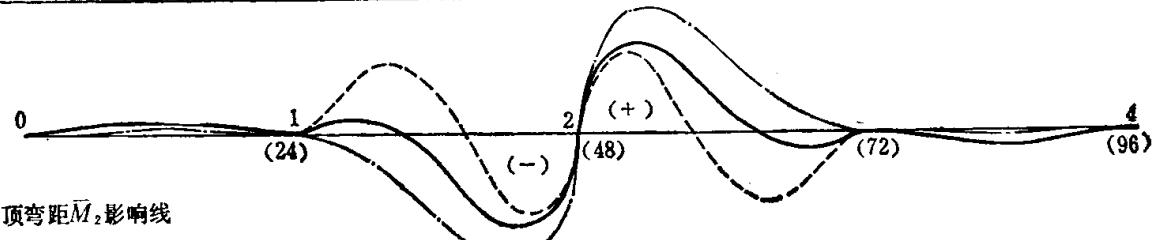
c) 2号墩墩顶水平力 $H_2$ 影响线

刚性墩	0	0.103	0.155	0.057	0	0.477	0.817	0.558	0	-0.558	-0.817	-0.477	0	-0.057	-0.155	-0.103	0
柔性墩	0	0.078	0.128	0.065	0	0.150	0.282	0.228	0	-0.228	-0.282	-0.150	0	-0.065	-0.128	-0.078	0
固定拱	0	0	0	0	0	0.820	1.403	0.820	0	-0.820	-1.403	-0.820	0	0	0	0	0



d) 1号墩墩顶弯矩 $M_1$ 影响线

刚性墩	0	0.327	-0.438	-1.859	0	2.023	0.688	-0.231	0	-0.061	-0.196	-0.144	0	-0.020	-0.054	-0.036	0
柔性墩	0	-0.481	-1.846	-2.272	0	2.779	1.955	0.560	0	-0.058	-0.040	0	-0.018	-0.035	-0.021	0	
固定拱	0	1.339	1.078	-1.322	0	1.322	-1.078	-1.339	0	0	0	0	0	0	0	0	0



e) 2号墩墩顶弯距 $M_2$ 影响线

刚性墩	0	0.164	0.250	0.097	0	0.267	-0.633	-2.003	0	2.003	0.633	-0.267	0	-0.097	-0.250	-0.164	0
柔性墩	0	0.058	0.108	0.079	0	-0.539	-1.920	-2.761	0	2.761	1.920	0.539	0	-0.079	-0.108	-0.058	0
固定拱	0	0	0	0	0	1.339	1.078	-1.322	0	1.322	-1.078	-1.339	0	0	0	0	0

图1-5 墩顶内力影响线

(二)由于墩顶内力影响线正、负面积恒相等，故在图1-5b)中，有：

$$\bar{\omega}_{11} = -(\bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_3 + \bar{\omega}_4) \quad (1-4)$$

式中： $\bar{\omega}_{11}$ 、 $\bar{\omega}_2$ 、 $\bar{\omega}_3$ 、 $\bar{\omega}_4$ ——按连拱计算时，墩顶水平力 $\bar{H}_1$ 的影响线在第1~4孔的面积。

由式(1-4)显而易见，在第1孔作用均布荷载 $q$ 时，在1号墩墩顶产生的水平力，与在第2、3、4孔同时作用均布荷载 $q$ 时，在第1号墩墩顶产生的水平力，大小相等、方向相反、具有相同的绝对值。由于一行汽车车队中仅有一辆重车，在多孔布载时，除1孔布置重车外，其余各孔只能布置主车。根据这个情况，在第2、3、4孔同时布载时，在1号墩墩顶产生的水平力，小于在第1孔布载时，在1号墩墩顶产生的水平力。由此可以得出结论：计算1号墩的最大水平力时，以荷载作用在第1孔时为不利。这一结论，除适用于汽车荷载外，对于履带荷载和挂车荷载，显然也是适用的。

(三)由图1-5c)可见，计算2号墩墩顶的 $\bar{H}_{max}$ 时，最不利布载情况有两种可能性：

- 1、2号墩以左各孔按 $\bar{H}_{max}$ 布载（重车布置在第2孔）、2号墩以右无载；
- 2、2号墩以右各孔按 $\bar{H}_{max}$ 布载（重车布置在第3孔）、2号墩以左无载。

在图1-5b)、c)中，因为 $\bar{\omega}_{11} > \bar{\omega}_{22}$ ，故在第1孔作用均布荷载时，在1号墩产生的水平力，大于在第2孔作用同样荷载时，2号墩产生的水平力。设计实践证明，在等跨等墩的多孔连拱中，边墩（在边孔按 $\bar{H}_{max}$ 布载）常比中墩（墩左或墩右按 $\bar{H}_{max}$ 布载）产生更大的水平力。计算桥墩的 $H_{max}$ 时，常以边墩不利。

(四)由图1-5d)、e)可见，墩顶弯矩影响线的面积，按连拱计算比按固定拱计算的大。因而，按连拱计算的墩顶弯矩大于按固定拱计算的墩顶弯矩值。实践证明，采用柔性墩时，墩顶截面常由弯矩控制设计。在这种情况下，需按 $M_{max}$ 或 $M_{min}$ 布载，计算墩顶绝对值最大的弯矩值。

由图1-5d)可见，计算1号墩的墩顶最大弯矩（指绝对值，以下同）时，以荷载作用在1、3、4孔（或第2孔）为不利。由图1-5e)可见，计算2号墩墩顶最大弯矩时，以荷载作用1、3或2、4两孔为不利。考虑到远离计算墩时，墩顶内力影响线在该处的竖标较小，荷载作用在其上时，对墩顶内力的影响不大，为了简化计算，在计算等跨连拱的墩顶最大弯矩时，可以近似地采用下述办法、按1孔布载来考虑：

- 1.计算1号墩（边墩）墩顶最大弯矩时，采用荷载布置在第1孔（边孔）的图式。
- 2.计算2号墩的墩顶最大弯矩时，将荷载布置在第2孔（或第3孔）。一般地，计算第*i*号墩的墩顶最大弯矩时，采用荷载作用在第*i*孔（或第*i*+1孔）的计算图式。

比较1、2号墩墩顶弯矩影响线的竖标知：1号墩墩顶弯矩影响线竖标较大〔见图1-5d)的第2孔部分〕，因而，计算墩顶最大弯矩时，仍以1号墩（边墩）控制设计。

## 第二章 连拱等代荷载的编制方法

编制连拱等代荷载时，采用了适应性较强、计算精度较高的换算刚度法。据此编制的连拱等代荷载，表格数量较少但应用范围较广，在精度方面，可以满足生产的要求。

### 第一节 换算刚度法的基本概念

图2-1a)为任意多孔连拱，假定荷载作用在第 $r$ 孔。荷载孔以左有 $a$ 孔（拱、墩编号自左起算），荷载孔以右有 $b$ 孔（拱、墩编号自右起算）。换算刚度法是将荷载孔以左的所有拱墩结构以换算墩 $A$ 代替，而将荷载孔以右的所有拱墩结构以换算墩 $B$ 代替[图2-1b)]，使第 $r$ 孔作用任何荷载时，基本结构[图2-1b)]中的结点 $A$ 、 $B$ 与原结构的结点 $a$ 、 $b$ 具有相同的变位。则求解图2-1a所示多孔连拱的高次超静定问题，就变成为求解图2-1b)所示单跨拱的问题了。

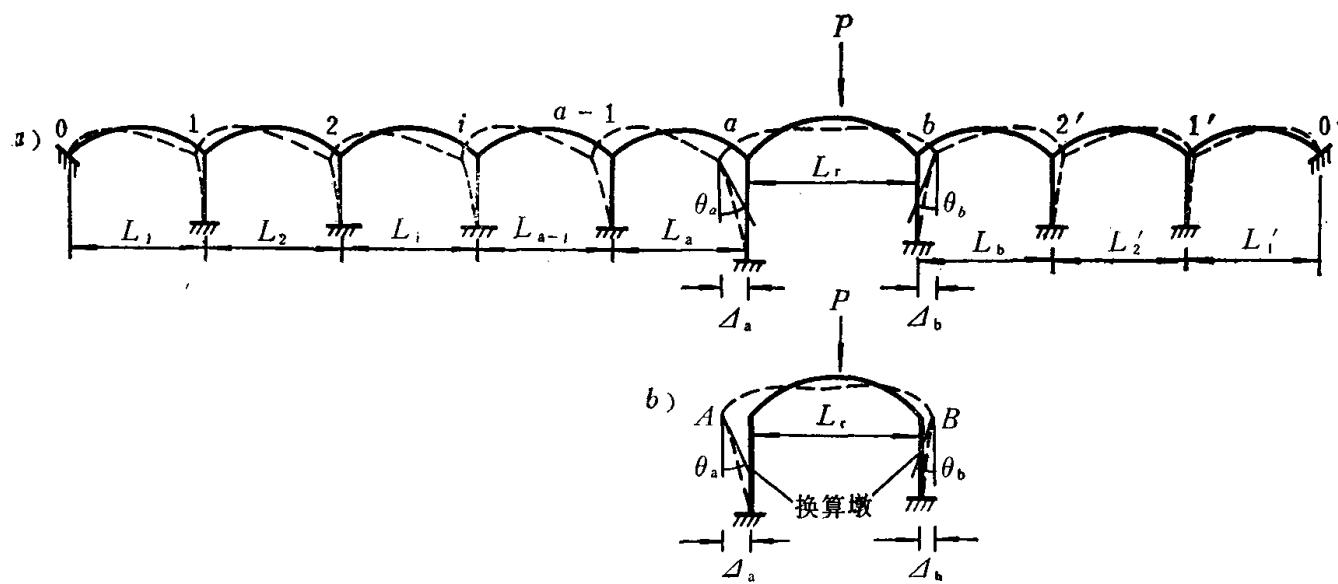


图2-1 换算刚度法的基本结构

设换算墩 $A(B)$ 的弹性常数如下：

$K_A(K_B)$ ——换算墩 $A(B)$ 的换算抗推刚度；

$T_A(T_B)$ ——换算墩 $A(B)$ 的换算相干系数；

$S_A(S_B)$ ——换算墩 $A(B)$ 的换算抗弯刚度。

$K_A$ 、 $T_A$ 、 $S_A$ ( $K_B$ 、 $T_B$ 、 $S_B$ )总称换算墩 $A(B)$ 的换算刚度。在需要指明换算墩 $A(B)$ 所代表拱墩结构的具体孔数 $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 时，换算刚度则以 $K_{A,i}$ 、 $T_{A,i}$ 、 $S_{A,i}$ ( $K_{B,i}$ 、 $T_{B,i}$ 、 $S_{B,i}$ )表示；在不需要指明换算墩所代表拱墩结构的具体孔数 $i$ 时，可以省掉换算刚度的第2个下角 $i$ 。

为了保证基本结构[图2-1b)]的结点 $A$ 、 $B$ 与原结构[图2-1a)]的结点 $a$ 、 $b$ 具有相同的变位，换算墩 $A$ 、 $B$ 的换算刚度，应符合下列关系：

换算抗推刚度  $K_{A,a}$  ( $K_{B,b}$ ) = 左边  $a$  孔结构 (右边  $b$  孔结构) 的抗推刚度;

换算相干系数  $T_{A,a}$  ( $T_{B,b}$ ) = 左边  $a$  孔结构 (右边  $b$  孔结构) 的相干系数;

换算抗弯刚度  $S_{A,a}$  ( $S_{B,b}$ ) = 左边  $a$  孔结构 (右边  $b$  孔结构) 的抗弯刚度。

## 第二节 换算刚度计算

为了导出无铰连拱换算刚度的计算公式，先研究图2-2、2-3所示的单跨拱。在两图中， $a$ 号墩为普通墩，其弹性常数以  $K_a$ 、 $T_a$ 、 $S_a$  表示； $a-1$ 号墩为换算墩，它代表  $a-1$  孔拱墩结构，其换算刚度以  $K_{A,(a-1)}$ 、 $T_{A,(a-1)}$ 、 $S_{A,(a-1)}$  表示。

### 一、换算抗推刚度和换算相干系数

图2-2a) 所示单跨拱，它可代表  $a$  孔 ( $a=1, 2, \dots$ ) 拱墩结构。当结点  $a$  仅产生单位水平位移 ( $\Delta_a = 1$ ) 而无转动 ( $\theta_a = 0$ ) 时，结点  $a$  所需要的水平力，称为该结构的换算抗推刚度  $K_{A,a}$ ； $a$  点所需要的弯矩，称为该结构的换算相干系数  $T_{A,a}$ 。

图2-2a) 所示单跨拱，在  $K_{A,a}$  与  $T_{A,a}$  共同作用下，与结点  $a$  产生单位水平位移的同时，结点  $a-1$  产生水平位移  $\Delta_{a-1}$  和转角  $\theta_{a-1}$ 。当结点  $a-1$  仅产生转角  $\theta_{a-1}$  而  $\theta_a = 0$  时，两结点的结点力如图2-2b) 所示；当两结点仅产生水平位移  $\Delta_{a-1}$ 、 $\Delta_a = 1$  时，两结点的结点力如图2-2c) 所示。根据迭加原理，图2-2a) 中的结点  $a-1$ 、 $a$  既有转角又有水平位移时，两结点的结点力为图2-2b)、2-2c) 的结点力相加。由两结点水平力及弯矩的平衡条件，可建立如下变位方程：

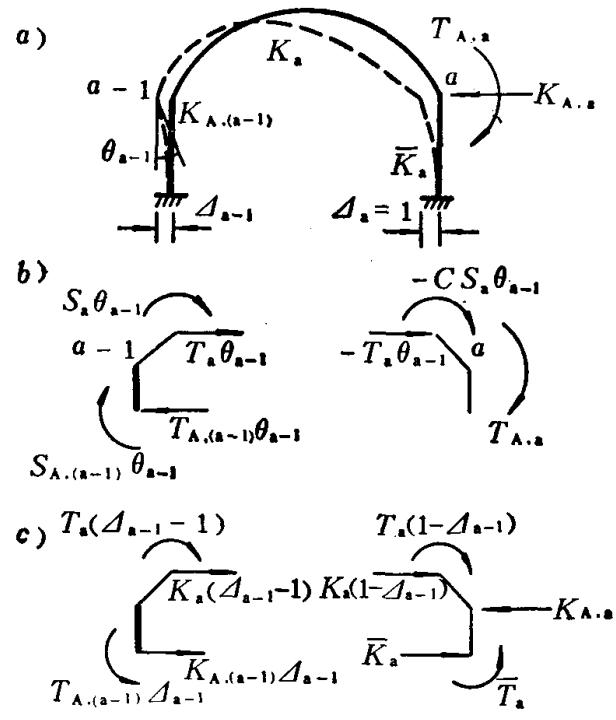


图2-2 换算抗推刚度和换算相干系数计算图式

$$\left. \begin{array}{l} (K_{A,(a-1)} + K_a)\Delta_{a-1} - K_a + (T_a - T_{A,(a-1)})\theta_{a-1} = 0 \\ (T_a - T_{A,(a-1)})\Delta_{a-1} - T_a + (S_a + S_{A,(a-1)})\theta_{a-1} = 0 \\ -K_a\Delta_{a-1} + K_a + \bar{K}_a - T_a\theta_{a-1} - K_{A,a} = 0 \\ -T_a\Delta_{a-1} + T_a - \bar{T}_a - CS_a\theta_{a-1} + T_{A,a} = 0 \end{array} \right\} \quad (2-1)$$

式中： $K_a$ 、 $T_a$ 、 $S_a$ 、 $CS_a$ ——第  $a$  孔拱的抗推刚度、相干系数、抗弯刚度、传递抗弯刚度；  
 $K_{A,(a-1)}$ 、 $T_{A,(a-1)}$ 、 $S_{A,(a-1)}$ —— $a-1$  号墩（换算墩）的换算抗推刚度、换算相干系数、换算抗弯刚度。

令

$$\left. \begin{array}{l} \sum K_{A,(a-1)} = K_{A,(a-1)} + K_a \\ \sum T_{A,(a-1)} = T_a - T_{A,(a-1)} \\ \sum S_{A,(a-1)} = S_{A,(a-1)} + S_a \end{array} \right\} \quad (2-2)$$

由式(2-1)中(a)、(b)得：