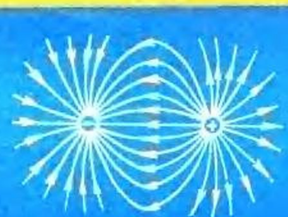
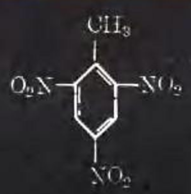
·中学生课外读物丛书·

物理世界 奇妙的振动与波





蒋皋泉 编

上海科学技术出版社

中学生课外读物丛书

物 理 世 界

奇妙的振动与波

蒋皋泉 编

上海科学技术出版社

责任编辑 陈丽

中学生课外读物丛书
物理世界
奇妙的振动与波
蒋皋泉 编
上海科学技术出版社出版
(上海瑞金二路450号)
新华书店上海发行所发行 无锡县人民印刷厂印刷
开本787×1092 1/32 印张5.5 字数119,000
1990年8月第1版 1990年8月第1次印刷
印数1—5,800
ISBN 7-5323-1438-3/G·212
定 价：1.75元

编辑出版说明

本《丛书》是一套为广大中学生提供的课外读物。第一批先编辑出版数学、物理、化学三门学科的分册。目的为了引导学生开发思维。拓广知识视野，充实数、理、化各门学科本身的知识及这些知识在实际中的应用。但所涉及的基本知识不超过全日制中学数、理、化教学大纲所规定的范围。

本《丛书》的特点是知识性与趣味性相结合。注意揭示数、理、化知识本身内在的联系与规律；重视联系实际应用，联系邻近学科，使学生学到的知识能融会贯通，同时适当介绍学科领域里的新进展，以帮助学生开阔眼界。

本《丛书》的体例不拘泥于章节编排，而以专题篇目的面貌出现。各篇内容既有相对联系的系统性，又有相对的独立性，既体现生动活泼，又注意科学严谨。适合于广大初、高中学生阅读。

在组织编写本《丛书》的过程中得到上海市教育局教研室有关同志的热忱指教和协助，在此表示衷心致谢。由于编写出版时间仓促，《丛书》中的缺点及不当之处在所难免，欢迎广大读者提出批评指正。

编者的话

本书为提高中学生学习"机械振动与机械波"的兴趣，开阔视野、发展思维能力，掌握研究和解决有关振动与波问题的方法而编写。书中所列举的现象、问题，具有较强的知识性、普遍性和趣味性；通过分析、概括、总结或解答，给出了解决这类物理问题的一般方法与特殊方法，为学习中学物理课本中的相应部分，提供了重要参考。书中带*号的内容，可作为中学生阅读内容或选修内容。

本书每节都列举了典型例题或问题，每章后配有思考题，书末附有参考答案。

上海市教育局高级教师吴瑞芳老师，为本书的编写作了重要指导并审阅。谨此深表谢意。

蒋皋泉

一九八八年九月

目　录

(一)

简 谐 振 动

机械振动是自然界中最普遍、最重要的机械运动现象之一。它所研究的是物体（或物体的某一部分）沿直线（或曲线）在某一平衡位置附近作往复运动的现象。实际的机械振动往往比较复杂，因此，人们选取了这一运动现象中最简单、最基本的振动——简谐振动进行研究，获得了有关简谐振动的基本规律，然后加以推广，进一步解决较复杂的振动现象。这种从特殊到一般，从简单到复杂的研究方法，是物理学的重要研究方法之一。

1 秋千的启示

你荡过秋千吗？你会从中领悟到许多奇妙的感受。

首先，你必须周期性地改变你在秋千上的姿势(伸、曲双腿)，如图 1-1 所示，从而周期性地给秋千施加作用力，不然，你是荡不起来的。

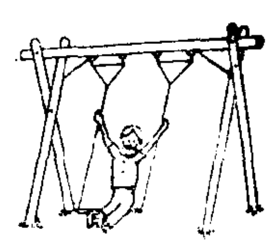


图 1-1

其次，在你随秋千一起摆动时，你会感觉到：当你从最高位置向最低点运动时，会有失重的感觉，同时速度越来越大；到达最低位置时，速度达到最大；由最低位置向最高位置摆动时，你又会感到身体沉重起来，有超重的感

觉。

此外，无论你摆动的幅度多大，你都会有强烈的节奏感，这种节奏感就是一种周期性运动的感觉。

现在，你如果站在地面上，观察别人的摆动，你会发现，在摆动幅度很小的情况下，摆动一次所需要的时间几乎相同。这就是秋千摆动的等时性。

秋千的这种运动，就是一种简单的机械振动。类似这样的机械振动，在自然界中几乎到处可见。例如风吹树枝的振动，鸟儿飞翔时翅膀的上下振动，工厂中机械运转时引起的振动，等等，都是机械振动。

世界上最早开始对机械振动进行研究的科学家是意大利物理学和天文学家伽俐略。早在1582年前后，伽俐略就注意到教堂里的吊灯摆动后，虽然幅度越来越小，但每摆动一次所需时间几乎相等。以后的研究表明，这种摆动的等时性是普遍存在的。

2 弹簧振子的简谐振动

为了进一步研究机械振动，我们采用如图1-2的装置来进行研究。

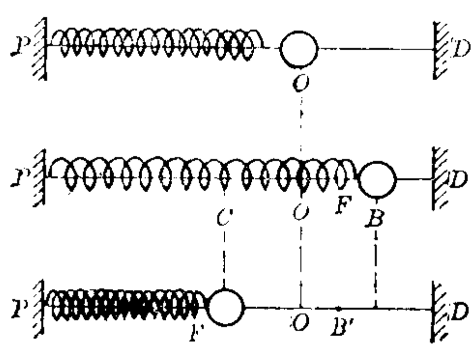


图 1-2 弹簧振子

（一）弹簧振子 在图1-2的装置中，P、D是一根水平方向固定的光滑硬金属杆，一根不计质量的弹簧套在杆上，一端固定在P点，另一端固定一只套在杆上

的、质量为 m 的小球，称为弹簧振子。

开始时，让小球静止在 O 点，此时，弹簧既未伸长也未缩短，振子受重力与杆的弹力作用而平衡。所以点 O 就是弹簧振子的平衡位置。

如果将振子拉离平衡位置(如拉到 B 点)，松手后，振子即以 O 为平衡位置作往复运动。这时，作用在振子上的力有重力 G，杆的弹力 N，弹簧的拉力 F。其中，G 与 N 始终平衡，对振子运动状态的变化不起作用，合外力等于 F。如果用 x 表示位移，并规定自 $P\rightarrow D$ 为正方向，则当振子位于 B 点时，位移 $x=OB$，方向为正，此时，弹簧的伸长量为 x，弹簧作用于振子的拉力 F 自 B 指向 O，与位移方向相反。根据胡克定律，F 的大小和方向可表示为：

$$F=-kx。$$

当振子向左运动到 C 点时，弹簧被压缩，此时振子的位移 $x'=-OC$，而振子受到弹簧的作用力 F 方向向右，即

$$F=-kx'。$$

可见，振子振动过程中受到的合外力方向总是指向平衡位置，迫使振子回到平衡位置。我们把振子受到的、始终指向平衡位置的力叫做回复力。回复力的存在是产生振动的重要条件之一。任何振动的存在都必须有回复力作用。回复力是振动系统的内力。

我们将物体在跟位移大小成正比，并且总是指向平衡位置的力作用下的振动，叫做简谐振动。

(二) 振幅与周期　观察振子的振动可以很清楚地发现，振子在振动过程中，运动状态不断发生变化，描述运动状态的物理量如位置和速度也在发生变化，但是表征整个振动过程的有一些物理量如振幅、周期或频率不发生变化。

例如，在简谐振动中，如果不考虑能量的损耗，那么振子每次向左或向右到达最大位移的位置不变。我们把振子最大位移的绝对值叫做振幅，以 A 表示。振幅反映了振子振动过程中的最大幅度，它同时间接表明振子振动的能量的大小。可以证明，振子的能量

$$E=\frac{1}{2}kA^2。$$

当振子位于任一位置时，振子具有动能 $E_k=\frac{1}{2}mv^2$，弹簧具有弹性势能 $E_p=\frac{1}{2}kx^2$，这两部分能量的总和：

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2。$$

因此，振子振动的能量与其振幅成正比。如果振动过程中，系统无机械能损耗，则振动总能量保持不变，振幅也不变。

上式还揭示了另一个重要的本质：即简谐振动过程是依靠振子的动能与弹簧的弹性势能的交替转换来维持的。

研究振子的周期还可以发现，不仅能量交替转换，其运动状态也发生周期性变化。振子从任一运动状态出发经过一定时间后总能回到原来的运动状态。

例如，观察振子通过 B' 点向右振动(参见图 1-2)时，速度 $v_{B'}$ 向右，到达 B 点后返回 B' 点时速度 $v_{B'}$ 向左，再通过 O 点到达 C 点，最后向右重新通过 B' 点时，速度仍回复到 $v_{B'}$ 向右。

我们把振子从某一运动状态出发，重新回到这一运动状态，叫做完成了一次全振动。振子完成一次全振动所需要的

时间叫做周期，用 T 表示。周期的倒数叫频率，它表示振子每秒钟内完成全振动的次数，频率用 f 表示，单位是赫兹，简称赫，国际代号是 H_z。

$$T=\frac{1}{f},$$

$$1\text{ 赫}=1\text{ 次/秒}=1\text{ 秒}^{-1}.$$

频率反映了振子完成全振动的快慢。

下一节，我们将证明，弹簧振子的振动周期公式为：

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

它表示弹簧振子的周期跟振子质量的平方根成正比，跟弹簧的倔强系数的平方根成反比，而跟振幅无关。因为 m，k 都取决于振动系统本身的属性，所以，上述周期公式也就唯一地取决于振动系统本身，而与外界条件无关，称之为振子的**固有周期**。同理，

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}},$$

式中的 f 叫做振子的**固有频率**。

（三）加速度与速度的变化　除平衡位置外，振子在任何位置都受到回复力 $F=-kx$ 作用。由牛顿第二定律 $a=\dfrac{F}{m}$ 可知，振子的加速度

$$a=-\frac{k}{m}x.$$

上式表明在简谐振动中，加速度大小与位移成正比，方向与位移方向相反。由于位移 x 不断变化，因此，加速度 a 也不断变化，可见振子的运动是变加速运动。

下面我们结合图 1-2 讨论振子的速度和加速度的变化。

(1) 振子位于 B 点时，$v_B=0$，加速度 $a_B=-\frac{k}{m}A$，有最大值；

(2) 从 B 到 O 的过程中，加速度 $a=-\frac{k}{m}x$，方向由 B 指向 O，与振子速度方向相同。此时，a 越来越小，而速度越来越大；

(3) 位于 O 点时，$x=0, a=0$。振子速度 v_0 达到最大，由能量转换与守恒规律可知：

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}kA^2,$$

$$v_0=\sqrt{\frac{k}{m}}A。$$

(4) 从 O 到 C 的过程中，加速度 $a=-\frac{k}{m}x$，方向向右，而振子通过 O 点后，因具有动能及惯性而继续向左运动，因此，加速度与速度方向相反，振子作减速运动；

(5) 到达 C 点时，加速度最大而速度为零。此后，从 C 到 O 的过程中加速度 $a=-\frac{k}{m}x$，方向向右，与振子速度方向相同，通过 O 点速度最大而方向自左向右。如此周而复始不断进行周期性变化。

3 应用匀速圆周运动研究简谐振动

在实际生活中，圆周运动与直线运动有联系。例如，车轮

上除转轴外，任何一点相对于转轴作圆周运动，而车身却能作直线运动(平动)；电锯的偏心轮作圆周运动，而锯条却作周期性往复运动；缝纫机的皮带轮的转动驱使机针上下振动，如此等等。那么，转动与振动究竟有何联系呢？

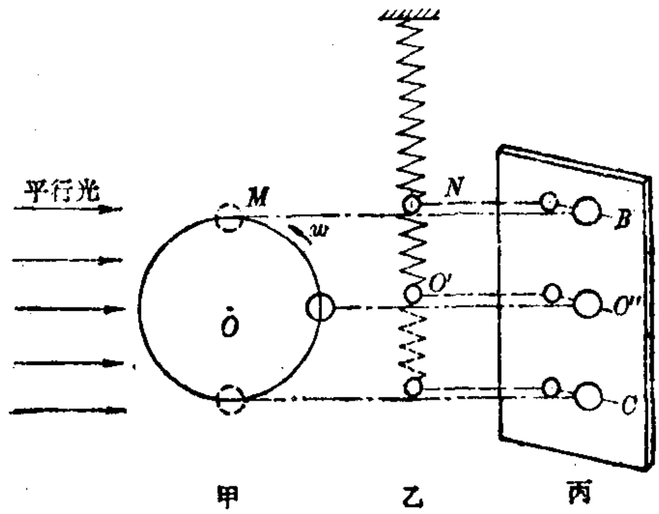


图 1-3

(一) 匀速圆周运动的投影是简谐振动　如图 1-3 所示的装置中，甲为竖直放置的圆盘，M 为圆盘边缘上固定的小球；乙为竖直放置的弹簧振子；丙为屏幕。

如果让圆盘绕 O 为轴在竖直平面内以适当的转速作匀速转动，同时，使弹簧振子作上下振动，并使 M 与 N 同步，调节振子的振幅 A 等于圆盘的半径 R。现让一束平行光自左向右投向光屏，使小球 M 与振子 N 在光屏上各有一个投影。当圆盘转速 ω 满足一定条件，并使 M、N 从最低点同时开始运动，我们就可以从屏幕上看到 M、N 的两个投影步调一致地上下作简谐振动。这一事实表明：物体作匀速圆周运动时，它在直径上的投影是简谐振动。如果换用水平振动的弹簧振子，同时使圆盘在水平面内匀速转动，也可以得到同样的结论。

(二) 简谐振动的方程　既然物体作匀速圆周运动时它的投影是简谐振动，那么，只要研究出投影的运动规律，也就得到了简谐振动的规律；或者说：我们将实际的简谐振动设想为物体匀速圆周运动的投影。并把这个设想的圆叫做参考圆。

用参考圆来研究简谐振动是研究简谐振动的重要方法之一。

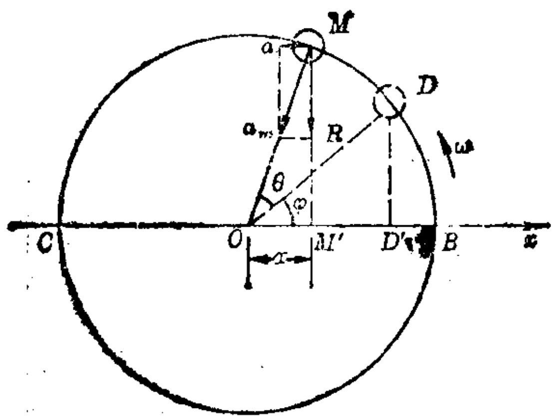


图 1-4 参考圆

如图 1-4 所示，以振子的平衡位置 O 为参考圆的圆心，以振子的振幅 A 为参考圆的半径 $R(R=A)$，设参考点（图中小球）沿圆周以角速度 ω 逆时针方向匀速转动。由于参考点作匀速圆周运动的周期与其投影的周期相同，故振子的振动周期 $T=2\pi/\omega$。设参考点通过 D 点时开始观察，当参考点到达 M 点时，参考点转过的角 $\theta=\omega t$，它在 Ox 轴上的投影为 M'，则 OM' 相当于振子的位移 $x=OM'$。由图可见：

$x=R\cos(\theta+\varphi_0)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$。（式中 φ_0 为 $t=0$ 时，参考点的起始角）

上式为振子的简谐振动方程，它表明振子的位移随时间按余弦规律变化。式中：$\omega=\dfrac{2\pi}{T}=2\pi f$，故上式又可写成：

$$x=A\cos(2\pi ft+\varphi_0)。\tag{1}$$

（三）简谐振动周期公式的推导　利用参考圆很容易推导出弹簧振子的周期公式。

在图 1-4 中设参考点在 M 点的向心加速度的大小为 $a_m=R\omega^2=A\omega^2$，它在 Ox 轴的投影相当于振子的加速度。由图可见，振子的加速度又可表示为：

$$a=-a_m\cos(\omega t+\varphi_0)=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi_0),$$

与 (1) 式相比较，可知：

$$a=-\omega^2 x。$$

又知，振子的加速度 $a=-\dfrac{kx}{mx}$，(m 为振子的质量）两相比较，可得：

$$\omega^2=\frac{k}{m}，或 \quad \omega=\sqrt{\frac{k}{m}},$$

故 $$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}。$$

从上面的对照分析可知，弹簧振子与参考圆上参考点的匀速圆运动各物理之间存在如下对应关系：

(1) 参考圆圆心相当于振子的平衡位置，半径相当于振幅，即 $R=A$；参考点的角速度 ω，叫做振子的角频率；

(2) 参考点受到的向心力的大小 $F=m\omega^2R$ 相当于振子的最大回复力的大小 $F=kA$，即 $m\omega^2R=kA$。k 相当于 $m\omega^2$；

(3) 参考点的向心加速度在 Ox 轴上的投影相当于振子在相应时刻的加速度：

$$a=-\omega^2x=-kx=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi_0);$$

(4) 参考点的线速度的投影相当于振子在相应时刻的即时速度。由图 1-4 不难得到：

$$\begin{aligned} v&=-A\omega\sin(\omega t+\varphi_0)\\ &=-A\sqrt{\frac{k}{m}}\sin(\omega t+\varphi_0)。\end{aligned}$$

可见，弹簧振子的速度随时间按正弦规律变化。

上式也可改写为

$$v=-\sqrt{\frac{k}{m}}A\cos\left(\omega t+\varphi_0-\frac{\pi}{2}\right).$$

当 $\omega t+\varphi_0=\dfrac{\pi}{2}$ 时， $v_m=-A\omega=-A\sqrt{\dfrac{k}{m}}$，

即参考点的线速度相当于振子的最大速度。

例 1 一弹簧振子的质量为200克，弹簧的倔强系数是20牛/米。将振子从平衡位置拉开0.02米时释放。求：

(1) 该弹簧振子的周期；

(2) 振子的最大速度与最大加速度的大小；

(3) 振子的最大位移处运动到振幅一半处所用的时间。

解 (1) 根据弹簧振子的周期公式

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{0.2}{20}}\text{秒}=0.628\text{秒。}$$

(2) 振子通过平衡位置时的速度最大，等于参考圆上参考点的线速度：

$$v_m=\omega A=\frac{2\pi}{T}\times A=\sqrt{\frac{k}{m}}A=\sqrt{\frac{20}{0.2}}\times 0.02\text{米/秒}$$
$$=0.2\text{米/秒。}$$

振子的最大加速度出现在速度等于零的时刻，也即振子处于最大位移处，其大小等于上图中参考点的向心加速度，即

$$a_m=\omega^2A=\frac{k}{m}A=\frac{20}{0.2}\times 0.02\text{米/秒}^2=2.0\text{米/秒}^2\text{。}$$

(3) 利用参考圆及振动方程 $x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$ 可知，当振子从最大位移处开始运动时，$\varphi_0=0$，最大位移的一半处相当于 $x=\frac{A}{2}$，即

$$\frac{1}{2}A=A\cos\omega t,$$

$$\therefore\quad \cos\omega t=\frac{1}{2},\quad \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)=\frac{1}{2}.$$

故 $$\sqrt{\frac{k}{m}}t=\frac{\pi}{3},$$