

工科研究生试题与解答

理论力学

天津科学技术出版社

工科研究生试题与解答

理 论 力 学

天津大学
理论力学教研室 虞润禄 汇编

天津科学技术出版社

内 容 简 介

本书是由上海交通大学等32所工科院校的1980、1981两年研究生入学试题及其解答汇编而成的，书末还附有26所院校的1982年试题。

本书可供报考研究生的读者、工科院校在校学生、电视大学、职工大学学生及科技人员学习理论力学时参考。

作为教学资料，本书对于从事本课程教学工作的教师，也有参考价值。

工科研究生试题与解答

理 论 力 学

天津大学 虞润藻 汇编
理论力学教研室

天津科学技术出版社出版

天津市新华书店124号

天津新华印刷一厂印刷

天津市新华书店发行

开本787×1092毫米 1/16 印张 24.5 字数 500,000

一九八三年九月第一版

一九八三年九月第一次印刷

印数：1—33,000

书号：13212·54 定价：3.30元

前　　言

本书是由上海交通大学等32所工科院校的1980、1981两年的研究生入学试题及其解答汇编成的，另将26所院校的1982年试题作为附录编入本书，供读者参考。

汇编的试题，涉及到现行工科院校用理论力学教材的全部内容，某些动力学专题，如质点的相对运动、动力学普遍方程和拉格朗日方程以及两个自由度系统的振动等均包括在内。这些试题中既有基本理论的论证与应用题目，又有衡量分析能力和计算能力的较深题目（试题的编排次序以来稿先后为准），内容丰富，难易适度，反映了各院校对本门课程要求掌握的水平，便于有志深造、报考研究生的读者参考。工科院校在校学生、电视大学、职工大学学生以及科技人员学习理论力学时也可作为参考用书。

汇编本书的另一目的，是为了积累教学资料，交流经验，并且希望能对从事教学工作的同志在提高教学质量方面有些帮助。

此书在汇编工作中，得到了兄弟院校有关教师的热心支持与关怀，许多具有丰富教学经验并亲自参加命题的教师，积极选送试题、作出解答、誊清稿件，作了大量工作。在此谨向他们表示衷心的感谢。

由于水平所限，书中可能还有不少缺点，恳请读者批评指正。

编　　者
一九八二年十月

目 录

上海交通大学

(1980年) (1)

(1981年) (8)

北京化工学院

(1980年) (16)

(1981年) (21)

太原工学院

(1981年) (25)

镇江农机学院

(1980年) (29)

(1981年) (34)

北方交通大学

(1980年) (39)

(1981年) (41)

中国矿业学院北京研究生部

(1980年) (45)

(1981年) (47)

东北工学院

(1980年) (52)

(1981年) (57)

武汉水利电力学院

(1980年) (63)

(1981年) (68)

北京钢铁学院

(1981年) (81)

西安交通大学

(1980年) (88)

(1981年) (93)

上海科技大学

(1980年) (100)

(1981年) (102)

北京工业学院

(1980年) (106)

(1981年) (112)

大连工学院	
(1980年)	(118)
(1981年)	(126)
华东纺织工学院	
(1980年)	(153)
中国科学技术大学	
(1980年)	(161)
(1981年)	(163)
武汉地质学院	
(1981年)	(166)
华南工学院	
(1980年)	(169)
北京航空学院	
(1980年)	(176)
(1981年)	(186)
浙江大学	
(1980年)	(191)
(1981年)	(196)
西南交通大学	
(1980年)	(202)
(1981年)	(207)
长春光学精密机械学院	
(1980年)	(213)
(1981年)	(218)
同济大学	
(1981年)	(221)
华东水利学院	
(1980年)	(230)
(1981年)	(235)
华中工学院	
(1980年)(甲)	(241)
(乙)	(244)
(丙)	(248)
(1981年)	(250)
南京航空学院	
(1980年)	(256)
(1981年)	(259)
清华大学	
(1980年)	(268)
华东工程学院	

(1980年)	(273)
(1981年)	(275)
南京工学院	
(1980年)	(282)
(1981年)	(288)
哈尔滨工业大学	
(1980年)	(302)
(1981年)	(311)
北京工业大学	
(1981年)	(316)
天津纺织工学院	
(1980年)	(322)
天津大学	
(1980年)	(333)
(1981年)	(337)
[附]部分院校1982年研究生入学试题	
上海交通大学	(346)
北京化工学院	(347)
镇江农业机械学院	(349)
北方交通大学	(350)
中国矿业学院北京研究生部	(352)
东北工学院	(353)
武汉水利电力学院	(354)
西安交通大学	(356)
北京工业学院	(357)
大连工学院	(359)
华东纺织工学院	(362)
中国科学技术大学	(364)
武汉地质学院	(365)
浙江大学	(366)
西南交通大学	(368)
同济大学	(369)
华东水利学院	(370)
华中工学院	(372)
南京航空学院	(374)
华东工程学院	(375)
南京工学院	(377)
哈尔滨工业大学	(379)
北京工业大学	(381)
天津大学	(382)

上海交通大学

(1980年)

研究生入学试题

适用专业：振动，流体力学，一般力学等

一、绕O点转动的盘及直杆上均有一导槽，导槽的相交处有一销子M如图1-1所示。设在图示位置时，圆盘及直杆的角速度分别为 $\omega_1 = 9$ 弧度/秒与 $\omega_2 = 3$ 弧度/秒，角加速度均为零。已知 $b = 20$ 厘米，求此瞬时销子M中心点的加速度。

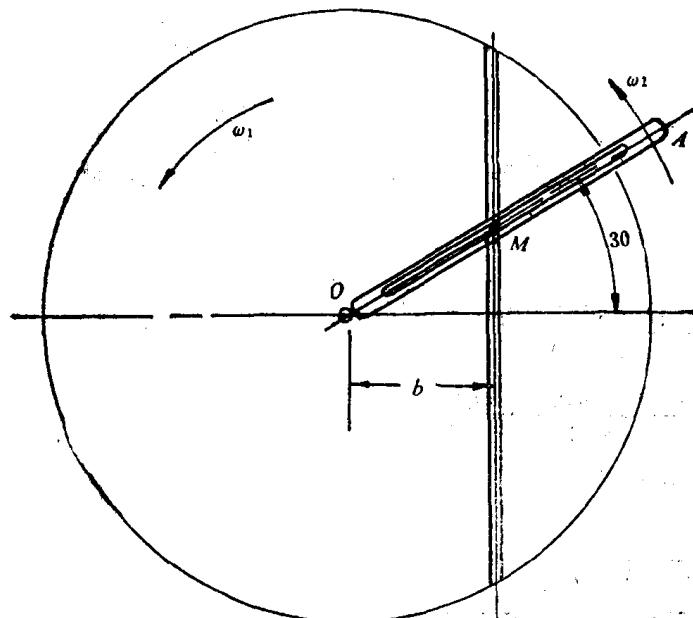


图 1-1

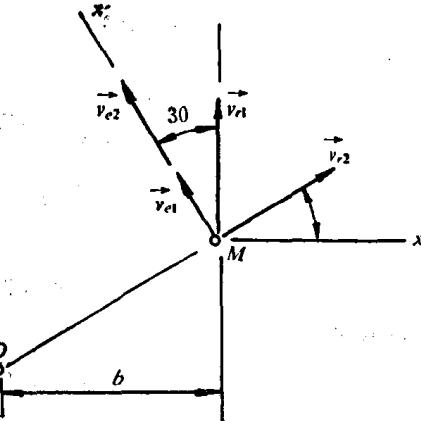


图 1-2

解：(1) 先计算速度 设M点的绝对速度为 \vec{v}_M ，相对于圆盘的速度为 \vec{v}_{r1} ，相对于OA杆的速度为 \vec{v}_{r2} ，则有：

$$\vec{v}_M = \vec{v}_{r1} + \vec{v}_{e1}$$

和

$$\vec{v}_M = \vec{v}_{r2} + \vec{v}_{e2}$$

于是有

$$\vec{v}_{r1} + \vec{v}_{e1} = \vec{v}_{r2} + \vec{v}_{e2} \quad (1)$$

\vec{v}_{r1} 、 \vec{v}_{e1} 以及 \vec{v}_{r2} 、 \vec{v}_{e2} 如图1-2所示。将(1)式向图示x轴投影，得：

$$-v_{e1}\sin 30^\circ = v_{r2}\cos 30^\circ - v_{e2}\sin 30^\circ$$

$$v_{r2} = \frac{(v_{e2} - v_{e1})\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{OM(\omega_2 - \omega_1)\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$= \frac{b(\omega_2 - \omega_1) \sin 30^\circ}{\cos^2 30^\circ} = -80 \text{ 厘米/秒}$$

将(1)式向图示 x' 轴投影，得：

$$v_{r1} \cos 30^\circ + v_{r2}' = v_{r2}$$

$$v_{r1} = \frac{v_{r2} - v_{r1}}{\cos 30^\circ} = \frac{b(\omega_2 - \omega_1)}{\cos^2 30^\circ} = -160 \text{ 厘米/秒}$$

(2) 计算加速度 同速度一样，有关系式：

$$\vec{a}_{e1} + \vec{a}_{e2} + \vec{a}_{k1} = \vec{a}_{r2} + \vec{a}_{e2} + \vec{a}_{k2}$$

各加速度的指向如图1-3所示。将上式向图示 x 轴投影，得：

$$-a_{e1} \cos 30^\circ - a_{k1} = a_{r2} \cos 30^\circ - a_{e2} \cos 30^\circ - a_{k2} \sin 30^\circ$$

其中： $a_{e1} = OM \cdot \omega_1^2$, $a_{k1} = 2\omega_1 v_{r1}$, $a_{e2} = OM \cdot \omega_2^2$, $a_{k2} = 2\omega_2 v_{r2}$.

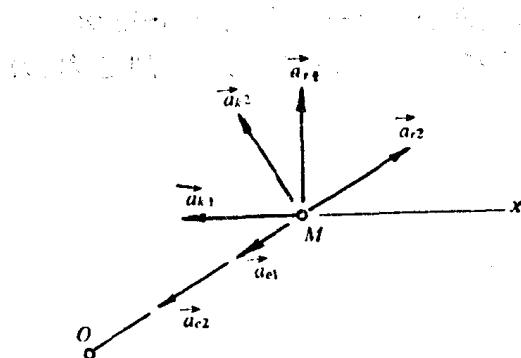


图 1-3

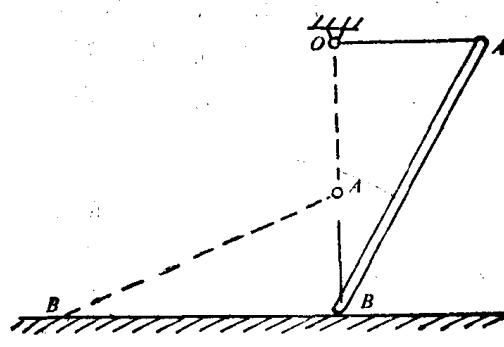


图 1-4

于是

$$a_{r2} = \frac{(a_{e2} - a_{e1}) \cos 30^\circ + a_{k2} \sin 30^\circ - a_{k1}}{\cos 30^\circ}$$

$$= \frac{b(\omega_2^2 - \omega_1^2) + \omega_2 v_{r2} - 2\omega_1 v_{r1}}{\cos 30^\circ}$$

$$= 800\sqrt{3} \text{ 厘米/秒}^2$$

从此可得：

$$a_M = \sqrt{(a_{r2} - a_{e2})^2 + a_{k2}^2}$$

$$= \sqrt{(800\sqrt{3} - 120\sqrt{3})^2 + 480^2}$$

$$= 1272 \text{ (厘米/秒}^2)$$

$$= 12.72 \text{ 米/秒}^2$$

二、匀质杆 AB 重 W ，长 $2l$ ，一端用长 l 的软绳 OA 拉住，一端置于地面上可以无摩擦地滑动如图1-4所示。开始时， OA 位于水平位置，而 O 与 B 在同一铅垂线上，初速为零。

求当 OA 运动至铅垂位置时（图上虚线位置） B 点的速度以及此时绳子的拉力和地面的约束力。

解：当 OA 运动到铅垂位置时，杆 AB 作瞬时平动，平动速度可以根据动能定理求出：

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg \frac{l}{2}$$

$$v = \sqrt{gl}$$

此时 A 点有法向加速度, $a_A^n = \frac{v^2}{l} = g$.

计算 T 与 N 时, 以 AB 为对象, 受力图如图 1-5 所示. 根据平面运动的动力学方程, 有:

$$\sum F_y = ma_{cy}, \quad T + N - W = ma_{cy}, \quad (1)$$

$$\sum m_C = J_C e \quad (T - N)l \cos \theta = \frac{1}{3} ml^2 e \quad (2)$$

又从运动学, 有:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} + \vec{a}_{BA}^n$$

向 y 方向投影, 得:

$$0 = a_A^n + 0 - 2l e \cos \theta$$

$$\text{即 } le = g/2 \cos \theta \quad (3)$$

$$\text{再从 } \vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA} + \vec{a}_{CA}^n$$

得

$$a_{Cy} = g - le \cos \theta = \frac{g}{2} \quad (4)$$

以 (3) 代入 (2), (4) 代入 (1), 并注意到 $\cos \theta = \sqrt{2}/\sqrt{3}/2$, 解得:

$$T = \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{18} \right) W$$

$$N = \left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{18} \right) W$$

三、三根相同的匀质杆用铰链连接, 并由铰链支持如图 1-6 所示. 求在 AB 的中点有一水平冲量 \vec{s} 作用时的转动角速度 ω . 杆长 l , 质量为 m . 不计较链中的摩擦力.

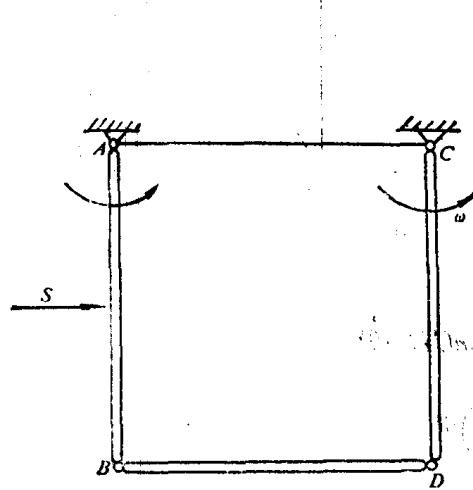


图 1-6

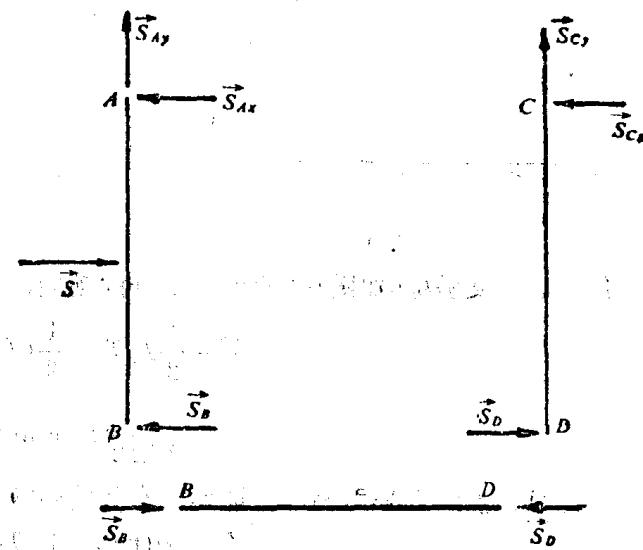


图 1-7

解: AB、BD、CD 杆的受力如图 1-7 所示. 从 AB 杆, 有方程:

$$J_A(\omega - 0) = S \frac{l}{2} - S_B l$$

$$\text{即 } \frac{1}{3} ml^2 \omega = \left(\frac{S}{2} - S_B \right) l \quad (1)$$

从 BD 杆，有：

$$m(v - \theta) = S_B - S_D$$

因为 $v = l\omega$ ，所以：

$$ml\omega = S_B - S_D \quad (2)$$

从 CD 杆，有：

$$J_C(\omega - \theta) = S_Dl$$

即

$$\frac{1}{3}ml^2\omega = S_DL \quad (3)$$

(1) + (2) + (3)：

$$\left(\frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{3}\right)ml^2\omega = \frac{S_I}{2}$$

所以

$$\omega = \frac{3S}{10ml}$$

四、一匀质杆 AB 搁在粗糙的圆柱上如图1-8所示。求其作微摆动的周期。杆长 l ，圆柱的半径为 r 。

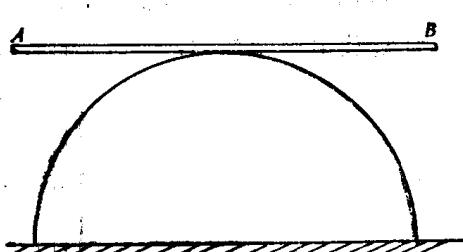


图 1-8

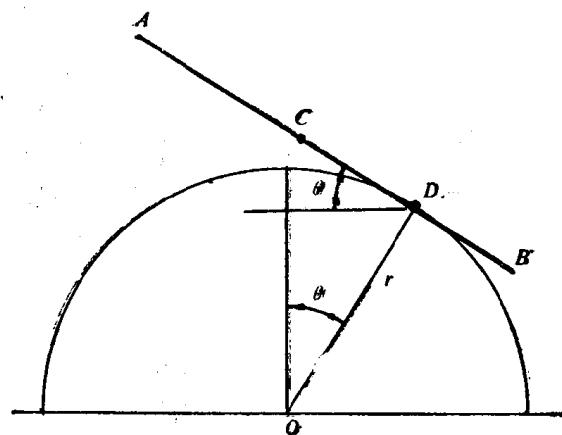


图 1-9

解：取广义坐标 θ 如图1-9所示。 AB 杆的动能：

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}J_D\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}(J_C + m\overline{CD}^2)\dot{\theta}^2 \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}ml^2 + mr^2\theta^2\right)\dot{\theta}^2 \end{aligned}$$

以经过 O 点的水平面为零势能面，有势能函数：

$$V = mg(r\cos\theta + r\theta\sin\theta)$$

从机械能量守恒定律，有：

$$T + V = \text{常数}$$

即

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}ml^2 + mr^2\theta^2\right)\dot{\theta}^2 + mgr(\cos\theta + \theta\sin\theta) = \text{常数}$$

将上式两边对 t 取导数，得：

$$\left(\frac{1}{12}l^2 + r^2\theta^2\right)\ddot{\theta} + r^2\dot{\theta}^2 + gr\theta\cos\theta = 0$$

作微振动时，略去高阶微量后有：

$$\frac{1}{12}l^2\ddot{\theta} + gr\theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{12gr}{l^2}\theta = 0$$

所以，微振动的周期：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l^2}{12gr}} = \pi l \sqrt{\frac{1}{3gr}}$$

五、匀质杆AB长l，重W，绕通过其一端A的水平轴在铅垂平面内摆动，同时，又绕铅垂轴ξ转动。设在某一瞬时，AB与铅垂线成θ角，角速度分别为ω₁与ω₂如图1-10所示。写出此瞬时AB杆的动能以及对于A点的动量矩的大小。

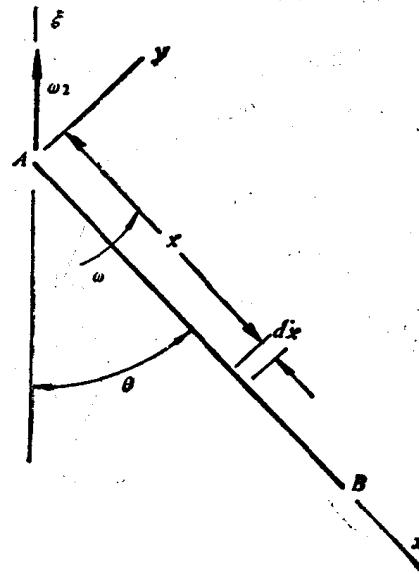
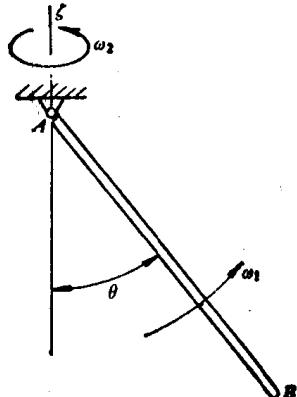


图 1-10

图 1-11

解：取坐标轴如图1-11所示，AB杆上坐标为x处的速度为：

$$v_x = 0, v_y = x\omega_1, v_z = -(x\sin\theta)\omega_2$$

于是，动能：

$$\begin{aligned} T &= \sum \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2} \int_0^l (x^2\omega_1^2 + x^2\omega_2^2 \sin^2\theta) \frac{m}{l} dx \\ &= \frac{1}{6}ml^2(\omega_1^2 + \omega_2^2 \sin^2\theta) \end{aligned}$$

对A点的动量矩：

$$H_x = \sum m(yv_z - zv_y) = 0$$

$$H_y = \sum m(zv_x - xv_z) = \int_0^l (zv_x - xv_z) dm$$

$$= \int_0^l (x^2 \sin \theta) \omega_2 \left(\frac{m}{l} dx \right) \\ = \frac{1}{3} ml^2 \omega_2 \sin \theta$$

$$H_z = \sum m(xv_y - yv_x) = \int_0^l (xv_y - yv_x) dm \\ = \int_0^l x^2 \omega_1 \left(\frac{m}{l} dx \right) \\ = \frac{1}{3} ml^2 \omega_1$$

所以 $H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2 + H_z^2} = \frac{1}{3} ml^2 \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 \sin^2 \theta}$

研究生工程力学入学试题 (理论力学部分)

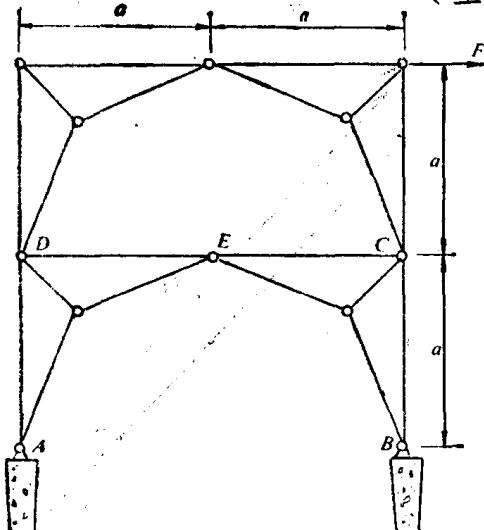


图 1-12

适用专业：船舶工程，动力机械，起重机械等

一、求图1-12所示桁架在水平力F作用下支座A、B上所受的力。(20分)

解：以整个桁架为对象，得：

$$R_{Ay} = -F \quad (1)$$

$$R_{By} = F \quad (2)$$

$$R_{Ax} + R_{Bs} + F = 0 \quad (3)$$

以上层三铰拱为对象(图1-13a)：

$$\sum m_D = 0, R_{Cy} \cdot 2a - F \cdot a = 0, R_{Cy} = \frac{F}{2}$$

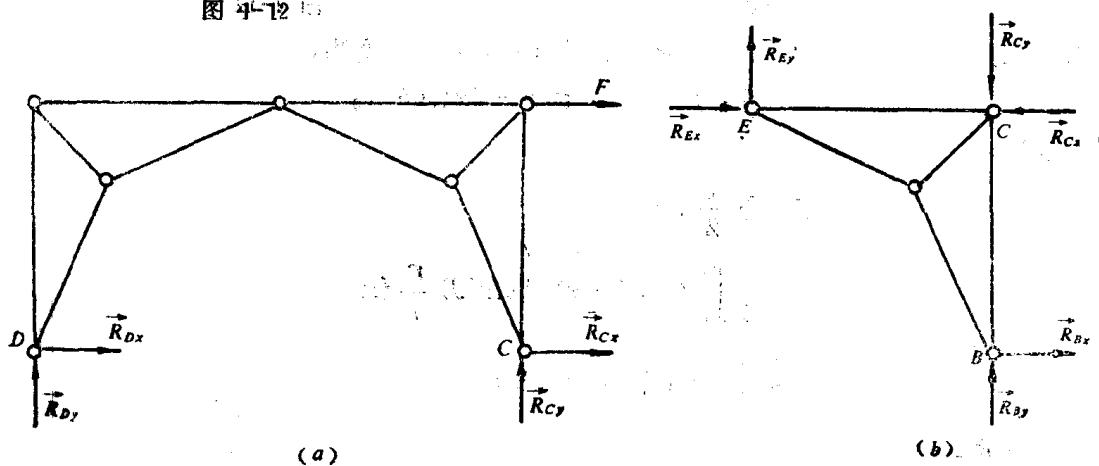


图 1-13

以下层三铰拱的右半拱为对象(图1-13b)：

从 $\sum m_g = 0$, 得:

$$R_{By} \cdot a + R_{Bx} \cdot a - R_{Cx} \cdot a = 0$$

所以

$$R_{Bx} = R_{Cy} - R_{By} = \frac{F}{2} - F = -\frac{F}{2}$$

代入(3)式得:

$$R_{Ax} = -R_{Bx} - F = -\frac{F}{2}$$

二、已知图1-14所示机构中, 当杆AB与CD平行时, AB杆的角速度 $\omega_{AB} = 6$ 弧度/秒, 角加速度 $\epsilon_{AB} = 4$ 弧度/秒², 减速转动。求此瞬时E点的加速度。图中 AB = 20厘米, CD = 60厘米, AC = 40厘米。

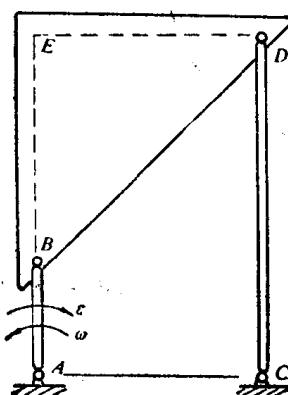


图 1-14

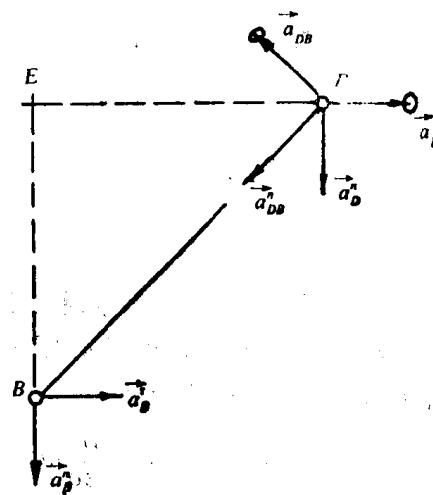


图 1-15

解: (1) 速度部分 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\vec{v}_B \parallel \vec{v}_D$, 而 BDE 作瞬时平动。此时, $\omega_{BDE} = 0$ 。

$$v_D = v_B = AB \cdot \omega_{AB} = 120 \text{ 厘米/秒}$$

$$\omega_{CD} = 2 \text{ 弧度/秒}$$

(2) 加速度部分 根据平面运动的加速度公式, 有:

$$\vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_{DB}^t + \vec{a}_{DB}^n$$

$$\vec{a}_D^t + \vec{a}_D^n = \vec{a}_B^t + \vec{a}_B^n + \vec{a}_{DB}^t + \vec{a}_{DB}^n$$

各加速度的指向, 如图1-15所示, 箭头上带有小圈的表示其指向是假定的。上式在 y 方向投影, 并考虑到 $a_{DB}^n = 0$, 有:

$$-a_D^n = -a_B^n + a_{DB}^t \cos 45^\circ$$

因为

$$a_D^n = CD \cdot \omega_{CD}^2 = 240 \text{ 厘米/秒}^2$$

$$a_B^n = AB \cdot \omega_{AB}^2 = 720 \text{ 厘米/秒}^2$$

$$a_{DB}^t = BD \cdot \epsilon_{BDE}$$

所以

$$\epsilon_{BDE} = \frac{720 - 240}{40} = 12 \text{ (弧度/秒}^2)$$

再从 $\vec{a}_E = \vec{a}_B + \vec{a}_{EB}^t + \vec{a}_{EB}^n$, 得:

$$a_{Ex} = a_B^t - a_{EB}^t = -400 \text{ 厘米/秒}^2$$

$$a_{E_y} = -a_b^* = -720 \text{ 厘米/秒}^2$$

$$a_E = \sqrt{a_{E_x}^2 + a_{E_y}^2} = 823.65 \text{ 厘米/秒}^2$$

三、匀质杆AB重W，焊接于圆轮O的轮缘上如图1-16所示。已知l=2r。今轮O绕其中心作匀速转动，求杆子中点由于转动而引起的内力。(20分)

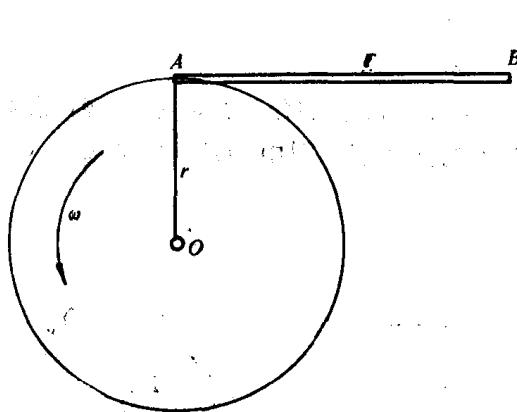


图 1-16

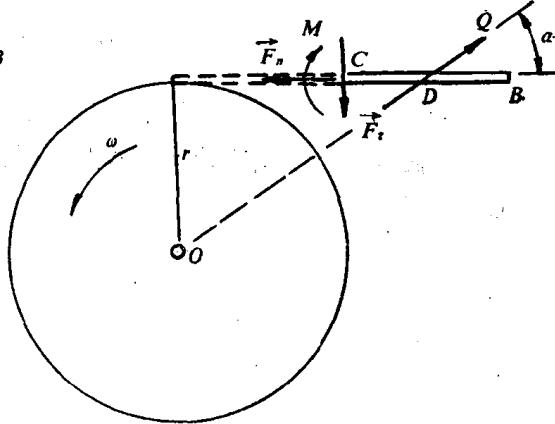


图 1-17

解：题中只需要考虑由于转动时杆上的惯性力所引起的内力。

以杆的BC部分为对象，由于AB杆与圆轮一起绕O轴匀速转动，所以BC部分上所有各点的惯性力可以简化为一个力 \vec{Q} ：

$$Q = \frac{W}{2g} a_D = \frac{W}{2g} \cdot \overline{OD} \cdot \omega^2$$

\vec{Q} 的作用线通过O与D，指向如图1-17所示。于是C点的内力：

$$F_r = Q \cos \alpha = \frac{W}{2g} \omega^2 \overline{OD} \cos \alpha = \frac{3}{4g} W r \omega^2$$

$$F_t = Q \sin \alpha = \frac{W}{2g} \omega^2 \overline{OD} \sin \alpha = \frac{1}{2g} W r \omega^2$$

$$M = Q \cdot \frac{r}{2} \sin \alpha = \frac{W}{4g} r^2 \omega^2$$

指向如图示。

(1981年)

研究生入学试题

适用专业：振动，流体力学，一般力学等

一、图1-18所示结构中，已知P与a、b，不计构件重量，求平衡时的x和杆EF的内力。(20分)

解：以整个架子为对象，可得：

$$N_D = \frac{b+x}{4b} P \quad (1)$$

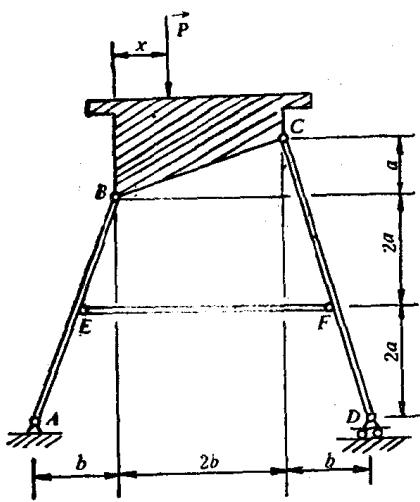
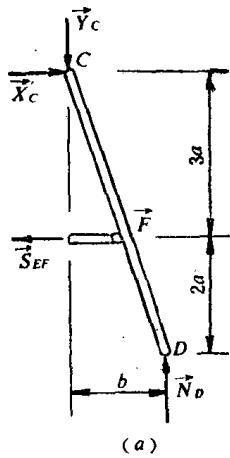
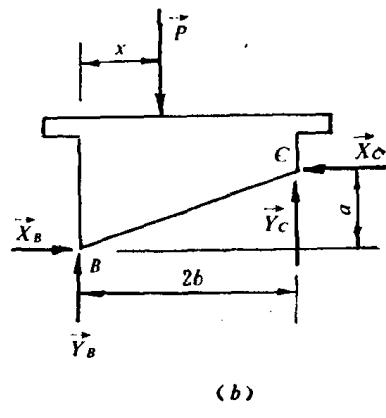


图1-18



(a)



(b)

图1-19

以CD杆以及二力杆EF的一段为对象(图1-19a), 可得:

$$Y_C = N_D \quad (2)$$

$$X_C = S_{EF} \quad (3)$$

$$X_C = \frac{N_D b}{3a} \quad (4)$$

以平台为对象, 见受力图(b), 有:

$$\sum m_B = 0 \quad X_C a + Y_C (2b) = Px \quad (5)$$

以(1)、(2)、(4)代入(5)得:

$$\left(\frac{b}{3} + 2b\right) \frac{b+x}{4b} P = Px$$

解出 $x = \frac{7}{5}b$

从(3)、(4)、(1)得出:

$$S_{EF} = \frac{b}{5a} P$$

二、绕A轴转动的AB杆带动圆轮O在圆弧轨道上作纯滚动, 如图1-20所示, 已知圆轮的半径 $r = 10$ 厘米, 圆弧轨道的半径 $R = 30$ 厘米, AB的角速度 $\omega = 5$ 弧度/秒, 角加速度 $\varepsilon = 0$. 求此时圆轮的速度瞬心C点的加速度。此时AB杆的角加速度对C点的加速度有无影响?(20分)

解: 在O轮上

$$\begin{aligned} \vec{a}_c &= \vec{a}_o + \vec{a}_{co}^t + \vec{a}_{co}^n \\ &= \vec{a}_o^t + \vec{a}_o^t + \vec{a}_{co}^t + \vec{a}_{co}^n \end{aligned}$$

当轮子作纯滚动时, \vec{a}_o^t 与 \vec{a}_{co}^t 等值而反向, \vec{a}_o^n 与 \vec{a}_{co}^n 同向, 所以有:

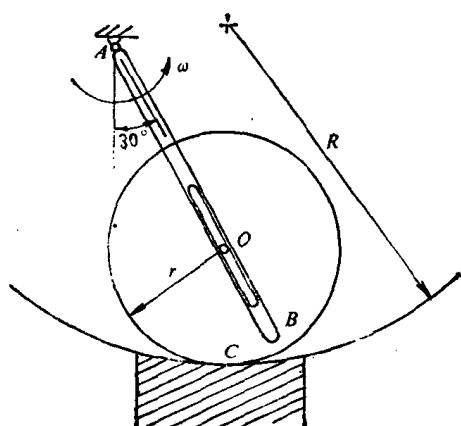


图 1-20

$$a_C = a_0^* + a_{CO}^* = \frac{v_0^2}{r} + r\omega_0^2$$

$$= \frac{v_0^2}{R-r} + r \left(\frac{v_0}{r} \right)^2 = \frac{R}{(R-r)r} v_0^2$$

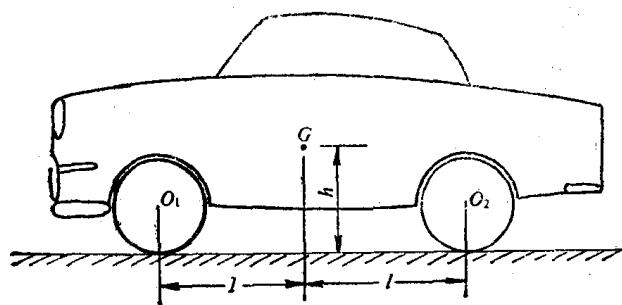


图 1-21

又因为 O 点在 AB 杆的导槽中运动，
从点的合成运动的速度公式可求得：

$$v_0 = \frac{\overline{AO} \cdot \omega}{\cos 30^\circ}$$

于是得到：

$$a_C = \frac{R}{(R-r)r} \left(\frac{\overline{AO} \cdot \omega}{\cos 30^\circ} \right)^2$$

以数字代入得：

$$a_C = 2000 \text{ 厘米/秒}^2 = 20 \text{ 米/秒}^2$$

从上面的分析，可见此瞬时 AB 杆的角加速度并不影响 C 点的加速度。

三、已知车子重心 G 的位置如图 1-21 所示， $l = 1.5$ 米， $h = 0.6$ 米，轮胎与地面间的摩擦系数 $f = 0.5$ ，轮子的质量以及滚动阻力可以略去不计。求车子能够达到的最大加速度，驱动力矩作用于后轮上。(20 分)

解：由于不考虑轮子的质量，轮子的惯性力可以略去不计，因此根据 $\sum m_{01} = 0$ ，可以知道作用于前轮上的摩擦力 F_1 等于零（图 1-22a）。

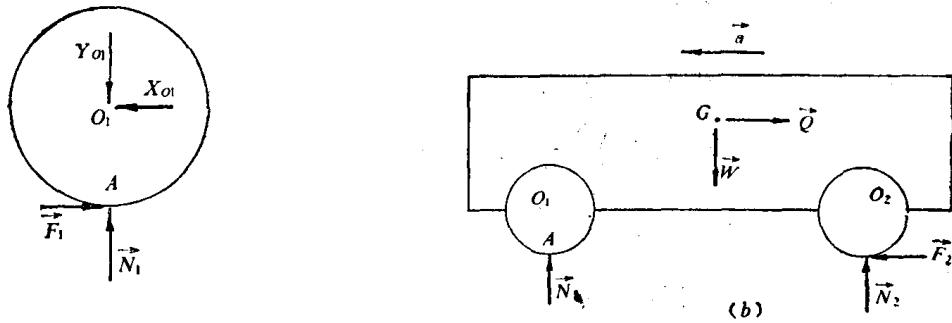


图 1-22

当车子达到最大加速度时，后轮上的摩擦力达到最大值，即 $F_2 = fN_2$ ，于是以整个车子为对象（图 b），加惯性力后有平衡方程：

$$\begin{aligned} \sum m_A &= 0 \\ N_2(2l) &= Wl + Qh \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ Q - F_2 &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

因为 $F_2 = fN_2$ ， $Q = ma$ ，可以解出：

$$a = \frac{gl}{\left(\frac{2l}{f} - h\right)} = 2.72 \text{ 米/秒}^2$$

四、长 l ，质量为 m 的匀质杆 AB 与 BC 在 B 点刚连成直角尺后放于桌面上（见图 1-23 所示）。求在 A 端作用一与 AB 垂直的水平冲量 S 后得到的动能。(20 分)