

经济数学

【英】马丁·廷布雷尔 著

姚孟臣 刘 勇 等译

丁 鹄 等校

出版社

经济数学

〔英〕马丁·廷布雷尔 著

姚孟臣 刘 勇 等译
丁 鹄 等校

北京大学出版社

新登字(京)159号

22101A

经 济 数 学

〔英〕马丁·廷布雷尔 著

姚孟臣 刘 勇 等译

责任编辑：王明舟

*

北京大学出版社出版

(北京大学校内)

北京大学印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

850×1194 毫米 32 开本 8.625 印张 210 千字

1992 年 2 月第一版 1992 年 2 月第一次印刷

印数：0001—5,000 册

ISBN 7-301-01742-1/F·144

定价：5.70 元

内 容 简 介

本书从数学的基本概念出发，较系统地讲述了函数、极限、级数、差分方程、一元微积分、多元微分、微分方程、矩阵代数等内容。全书把经济学内容与数学方法熔于一体，以数学为主线，给读者展现出较完整的经济背景：从比较静态分析到动态分析，从微观经济学中的弹性分析和利润最大化到宏观经济学中的乘数分析和稳定政策，从生产函数的评价到需求曲线的推导等等。作者不是用经济学来解释数学，而是阐述数学怎样被用来简化和解释经济学。本书概念叙述清楚，简明易懂。全书自成体系，不需要经济学的预备知识，而且每章都配有适量习题，书末附有答案，是一本具有实用价值的经济数学教材。

本书可作为大专院校财经类各专业的数学教材或参考书，也可供电视大学学员及自学考试者使用。对于广大财经工作者、有志于学习经济学的读者以及掌握一定数学并且对经济学感兴趣的读者来说，本书无疑也是一本较好的参考书。

序

本书是十多年来给经济学及相关学科的学生讲授数学的成果。在这些年中，无数的学生对我理解数学的贡献和我对他们的贡献一样多。正是他们使我相信，只要稍微给一点帮助，任何人都可以熟悉和掌握他的学科中所需要的数学方法。也正是他们，劝我在已有的众多数学教科书中再加上了一本。我希望这一成果能够证明他们的热情是有道理的。

我对埃克塞特大学的所有同事的鼓励和帮助表示感谢。特别是 John Black 教授、Keith Howe 博士和 Bernard Pearson 博士，他们在审阅和修改初稿时做了大量的工作。如果书中还有什么不当之处，那都是我个人的责任。

马丁·廷布雷尔

于埃克塞特大学

译 者 序

我们将埃克塞特大学马丁·廷布雷尔(Martin Timbrell)编著的《经济数学》一书介绍给我国的广大读者。

作为一本入门书，本书突出了选材和写法上的通俗性与直观性；作为一本数学教材，它又不失其严密性与准确性。因此，可以期望它既能使初学者较准确地学到经济数学的基本概念与方法，又不致苦于较深的数学推导所造成的困难与乏味。书中为读者安排了例题、习题和经济学应用等，这样一方面有助于读者对所学数学知识的掌握与理解，另一方面也有助于读者了解有关经济背景及数学方法的应用。本书恰当地融合了数学与经济学的关系，叙述清晰简练，并以数学方法和数学应用的介绍为主线，避免赘述数学证明的细节，不愧为一本精练而富有实用价值的经济数学教程。此种教材目前我国出版尚少，因此，我们期望拙译能对我国经济界的数学普及和提高起到一定的促进作用。

本书可以作为大专院校财经类各专业的数学教科书，也可供广播电视大学学员及自学考试者使用。对于广大财经工作者以及对经济学感兴趣的数学工作者来说，也是一本较好的参考书。

参加本书翻译的有：姚孟臣(序、前言(部分)、各篇前言、第二、四、五、九、十一、十二、十四、十五章)，周春生(前言(部分)、第三、七、十、十三、十六、十八章)，刘勇(第六、八、十七章)，孙美春(第一章、答案)。

在翻译过程中，对涉及西方社会生活的某些内容，我们努力使之便于我国读者理解，并改正了原书中的一些错误。由于我们水平有限，不妥之处可能不少，恳请广大读者批评指正。

本书的翻译出版得到了中国人民银行总行研究员丁鹤先生的

大力支持与热情帮助，他与周春生一起仔细地审校了全书，在此表示诚挚的谢意。

译 者

1990年10月20日

前 言

数学在经济上的应用并不是什么新东西；它可以追溯到19世纪开始时的库诺(Cournot)。关于围绕其应用的论战也恰恰是从那时开始的。在过去的150年中，经济学的面貌发生了很大变化，但是关于数学在经济中的地位的那场争论并没有多少改变。争论的产生主要来自两个方面。首先，一些人对传统上作为科学工具的数学分析在经济上的应用表示反对，因为他们把经济视为非定量的无法精确化的学科。第二，一些人仅仅感到数学很难并辩解：数学不可能帮助他们理解经济，却可能把人搞糊涂。庇古(A.C.Pigou 1877—1959)对后一种异议反驳得很成功，他说：“人们对数学的无知而表示异议，就象那些不懂中文的人对中国文学表示异议一样”。

事实上，我们有许多分析问题的方法；至于究竟选择什么样的分析工具则应该取决于我们所要考虑的特定问题，没有理由能说明对于一个学科不同的方法就不能友好地共存。那么，为什么会有如此多的争论呢？这大概是因为分析工具不是某些人想象的中性概念，这些工具在一定意义上来讲，均有着其自身的生命力和发展方向。

由于缺少一些特别的技巧，使得一些问题不能得到解决，而当其它某些办法被引进以后，便导致了对迄今尚未得到了了解的某些问题的认识。不管后者是否显得相当重要，但至少可以说明在方向的选取上，该学科趋向于反映适用技巧上的发展，而不是其它。当然，这件事情的发生存在着一定的危险性，而批评家们则会成功地引起人们对它的注意。有人可能会争辩说数理经济学家过份地注意了不适当的问题，但是事实说明利用数学可以帮助我

们在理解问题上取得实质性的进展。进一步说，在导致数学应用普遍增长方面，计算机技术的发展所起的作用要比对鲜为人知的学科前沿——数理经济学的进攻所起的作用大。随着我们能够快速方便地操纵大量的数据资料，迅速地利用复杂的统计和数学软件包，采用适当形式来阐述经济学便有了必要。用经济计量学或统计学方法发展、证实或反驳某种理论的整个过程所需要的精确性只有数学公式才能胜任。现在，我并不主张这种方法是唯一有价值的方法，甚至对许多问题来说是一种最好的方法。但是，我仍然坚持认为它是经济学家的整套工具里的、实践中已经日益被广泛应用的一种重要工具。

随着数学的应用不断增长，出现了许多只有利用数学语言才能精确地理解的新概念和新理论。同时，某些经典的分析也特别适合于数学公式的表达，至于这种工具能同人类思潮的各种学派、各类教义联系起来，大概也没有什么可大惊小怪的。用当前流行的术语不太容易说明的各种方法应被推到过时的、不科学的一边同样没有什么值得惊讶。我们所说的没有什么惊讶并不意味着认为这是正确的。同样原因，一些不赞成当前常规方法的人，也不能因为不喜欢广泛使用这些工具者的观点，因而就主张应该简单地取消这些分析工具。事实上，数学能被并且已经被各种经济学家、著名的或不著名的，为着各种不同的目的在广泛的领域里加以应用。另一方面，凯恩斯或许是所有经济学家中最杰出的一位，在写《通论》时，为了使其洞察力能同不以数学为其职业的同行们交流，而大大压缩了所用的数学（最近对他的著作所作的一些解释，对于这是否为了有利于与同行交流而发生了争论）。

反对经济学的数学分析的一种论点是：数学分析导出的过份公式化的模型需要许多无法证实、难以置信的假设，而这些假设的概念与所观察到的事实并不相吻合。这是一个对数学或经济学的应用所做的总体上的批评吗？任何分析都需要假设条件，为了使得分析简单明瞭，有许多东西需要作出说明。事实上，也正是

因为如此我们才能首次发现我们模型中的不协调与不适当之处。令人奇怪的是人们乐于接受数学的例子和图表(二者都不是太复杂的数学形式)所作的分析,即使其中的假设与更为复杂的数学分析所作的假设同样、甚至更加严格。人们也乐于接受用一般词句描述的模糊不清的、病态定义的概念,即使他们与“现实”没有直接的相似性、没有可观察的副本。那些被标准图表或传统的词藻蒙住眼睛的人,并不比使用数学记号的人头脑清楚。

上面我已经说明,尽管数学能够在经济学中扮演一个有用的角色——这一点基本上是没有主观价值判断的——但人们是否愿意接受这样解释的理论却并不依赖于所用的工具。从实际角度出发,这样简明精确的记号对于教科书的作者来说是受益匪浅的。随着课本中所用经验数据的增加,这种好处与日俱增。当今不再仅仅是杂志上研究论文的读者需要数学知识,对于任何有志于学习中等水平经济学的人,数学都是必须的。尽管我们已经承认这种途径有其固有的风险,但这决不是我们放弃挑战的借口。事实上,最大的危险来自于在并不能了解结果究竟是如何得来的情况下接受这样的方法、直观概念及证据。现代的经济学生如果想要形成一种公正的观点的话,应当有能力学会(数学的)分析并且理解那些隐含的或明确的假设。

反对数学应用的第二种来源在于数学本身的难于掌握。如果我们所关心的是高深的理论,则无须回答这样的批评。但是,中等水平的经济学的学生并不处在那种地位,他们所需要的一切便是具有理解记号和基本概念、并且逐步弄懂这种分析方法的能力。数学是一种语言,虽然是一种强有力的语言,但却同其它语言一样,它能够被不同程度地掌握。希望到法国度假的人大概能从法语学习中获益甚多。借助于过得去的口音,一些基本的语法以及词汇短语课本,便不难使别人理解你的话,而且你练得越多学得也会越好,直至你突然发觉自己能够不再神秘地翻译更多的语言。你学着用法语来思考,即使你的词汇,如同我一样,不能

恰当评说孩子们的连环画。

本书的途径类似于夜校中的“法语会话”课，它并不寻求把你变成一个数学家，但却提供数学语言的足够的基本语法和词汇，以及足够的数学“俗语”，使你能够阅读、理解现代的经济课本和相当一部分论文。同时，它也提供统计和经济计量方法等后继课程所需要的数学背景。

同其它任何语言一样，掌握数学的诀窍在于应用数学，你会发现书中为你安排了例题、习题和经济学应用等。和其它许多同类课本不同的是，本书不是用经济学来解释数学，而是要说明数学怎样被用来简化和解释经济学。这就是为什么我们对学习数学的入门知识感兴趣的原因。我们是根据日常生活中的概念去解释数学的，目的是为了能够直观地掌握其中的原理，正式的证明只有在有助于我们阐明真像时才给出。

如何使用本书

本书分为六篇，每篇均介绍一套相关的方法。只要可能，各篇之间就相互独立，读者便可以略去一节或多节，甚至可以自行安排学习次序。特别地，第一篇(简单的数学概念)是为那些已经忘记他们曾经知道的数学知识的人而设计的，而第六篇(矩阵代数)可以完全放在一边。第二篇是将通常散布于数学课本各处的方法归到了一起，但从经济分析的观点来看，它们合到一起是很自然的。我们把这一篇称为动态分析初步，并且把它安排在本书的靠前部分，目的是为了反映当今的经济学家们越来越看重经济的动态分析。第三篇介绍了一元微分学，第五篇则介绍了多元微分学，这两篇形成了整个经济数学的核心。这两篇之间的第四篇，即积分学这一篇，包含了微分方程的入门知识，这里比本书的其它篇更清楚地反映了正规的数学已被缩减到揭示数学方法对经济学家的基本重要性方面了。

这种方式的结果使一些读者感到稍许更加正规的表达是需要

的，或者说一些附加的材料是有帮助的。某些这样的材料被安排到供选择的章节中。在正文和目录中这样的章节用加星号来表示，这样的材料可以被略去不看而不影响连贯性。

书中的每一篇都包含有一到两章数学本身的内容，剩下一章考虑这些数学方法在经济学各个领域中的应用。在这些章节中，问题和练习的复杂性是逐步增加的。由于这些顺序是按照传统的宏观和微观经济学课程体系而安排的，因此，本教材可以用作经济学课程的补充或用作数学和经济学平行课程的教科书。由于例题本身是自成体系的，因而可以独立于这些经济课程。

进一步提高

本书所述的内容已经给不同年级、不同专业的学生讲过多遍，但是认为一本书总是能适用于所有读者的想法是天真的。我们给读者推荐一些书作为补充材料，这些书能够根据读者的特殊兴趣来扩展他们的知识。对于那些希望有更多更严格的数学分析方面的训练的人，我推荐：

M.Casson, *An Introduction to Mathematical Economics*,
Nelson, 1973;

A.C.Chiang, *Fundamental Methods of Mathematics for Economists*(3rd edn), McGraw-Hill, 1983.

对于那些希望更系统地利用他们的新技巧来学习经济学的人，应当看

A.Smith, *A Mathematical Introduction to Economics*,
Basil Blackwell, 1982.

读者可以在下面这本优秀著作中找到对线性规划及其最优化经济学关系的更广泛的处理材料

W.J.Baumol, *Economic Theory and Operations Analysis*,
Prentice-Hall, 1972.

最后，对于那些对经济方法学以及经济模型的一般应用感兴

趣的读者，我推荐：

T.C.Koopmans, **Three Essays on the State of Economic Science**, McGraw-Hill, 1957;

F.Neal and R.Shone, **Economic Model Building**, Macmillan, 1976.

目 录

前 言	(1)
-----------	-------

第一篇 简单的数学概念

第一章 代数的基本法则	(1)
§ 1.1 一些基本的定义和运算	(3)
§ 1.2 幂运算	(8)
§ 1.3 函数	(16)
第二章 解方程	(24)
§ 2.1 线性方程	(24)
§ 2.2 高次方程	(24)
§ 2.3 不等式	(28)
§ 2.4 联立方程	(30)
第三章 经济学应用 I	(35)
§ 3.1 供求与市场均衡	(35)
§ 3.2 收入水平的决定	(42)

第二篇 动态分析初步

第四章 极限与求和	(51)
§ 4.1 极限	(51)
§ 4.2 求和	(54)
第五章 增长与对数	(60)
§ 5.1 级数	(60)
§ 5.2 指数函数	(63)
§ 5.3 对数	(67)
附录 指数函数的另一观点	(71)

第六章	差分方程	(74)
§ 6.1	差分算子	(74)
§ 6.2	线性差分方程的求解	(76)
§ 6.3	稳定性	(82)
第七章	经济学应用 II	(89)
§ 7.1	贴现流量分析	(89)
§ 7.2	“恒久”收入和乘数分析	(94)

第三篇 微分学

第八章	微分法	(101)
§ 8.1	导数的概念	(101)
§ 8.2	微分的法则	(107)
§ 8.3	高阶导数	(114)
第九章	极大与极小 (I)	(117)
§ 9.1	函数的形状	(117)
§ 9.2	驻点	(118)
§ 9.3	极值的判定准则	(122)
第十章	经济学应用 III	(125)
§ 10.1	需求、供给和弹性	(125)
§ 10.2	成本函数	(130)
§ 10.3	利润最大化	(135)

第四篇 积分学

第十一章	积分	(145)
§ 11.1	积分的概念	(145)
§ 11.2	积分的法则	(147)
§ 11.3	定积分	(152)
第十二章	微分方程	(158)
§ 12.1	一般问题	(158)
§ 12.2	解线性微分方程	(160)
§ 12.3	稳定性	(166)

第十三章 经济学应用IV	(169)
§ 13.1 消费者剩余	(169)
§ 13.2 稳定政策	(171)

第五篇 多元分析

第十四章 多元微分学	(177)
§ 14.1 偏微分	(177)
§ 14.2 全微分与全微商	(184)
§ 14.3 隐函数微分	(186)
第十五章 最优化	(189)
§ 15.1 极大与极小(Ⅱ)	(189)
§ 15.2 约束最优化	(194)
第十六章 经济学应用V	(203)
§ 16.1 生产函数	(203)
§ 16.2 需求曲线的推导	(207)

第六篇 矩阵代数

第十七章 向量和矩阵	(215)
§ 17.1 基本定义和运算	(215)
§ 17.2 矩阵的乘法	(222)
§ 17.3 矩阵的逆	(226)
§ 17.4 行列式	(233)
* § 17.5 进一步的定义及性质	(236)
第十八章 矩阵代数的应用	(243)
§ 18.1 投入-产出分析	(243)
§ 18.2 极大与极小(Ⅲ)	(247)
§ 18.3 线性回归	(252)
部分习题答案	(255)

第一篇 简单的数学概念

本篇对数学分析的基本方法做了一个回顾。借助第一章中出现的记号和第二章中熟练使用方程的能力，便能完成大量的基本经济活动的分析。第三章中所涉及的经济应用则是这种经济分析的基本构架：价格和市场需求量的确定以及总产出水平的确定（因而再有就业水平的确定）。在这两种情形中，我们都将着眼于政府部门利用积极的政策来影响均衡值的方法。