

高等结构力学丛书之一

jiégou dònglì xué

结构动力学

杨蓓康

人民交通出版社

高等结构力学丛书之一

jiégou dònglì xué

结构动力学

杨蓓康

人民交通出版社

内 容 提 要

本书共分六章,前四章主要介绍结构动力学的基本概念和计算方法,其中包括各种体系固有频率和振型的计算以及在各种荷载下动力计算的解析法和数值法,后两章扼要地介绍了机械阻抗和模态分析法以及动力计算中的有限元法。内容叙述简明扼要,配有大量算例并附有习题,便于自学。

高等结构力学丛书之一

结 构 动 力 学

杨 蕪 康

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

一二〇二印刷厂印

开本: 850×1168 1/32 印张: 11 字数: 248 千

1987年6月 第1版

1987年6月 第1版 第1次印刷

印数:0001—4,050册 定价:4.70元

02·145—129-9 统一书号: 15044·1865

出版说明

我社组织编写的“高等结构力学丛书”，包括(暂定名)：结构力学基础、拱结构的稳定与振动、曲线梁、结构动力学、随机振动、杆系结构稳定、板结构、壳结构、薄壁杆件、弹性工程力学、结构塑性分析、非线性结构分析、高层建筑结构分析、复合材料结构力学和结构优化设计等共 15 卷，将于 1987 年开始陆续出版。

参加丛书编写的教授、专家，都有较深的理论造诣和较丰富的教学或工程实践经验。丛书内容丰富，论述系统，可作为某学科的专业基础课或其他学科的选修课教材，可供有关专业的科研和工程技术人员参考使用，也可作为培养大学本科高年级学生智能的自学读物。

“高等结构力学丛书”编审委员会

主任委员 王朝伟

副主任委员 何福照

委员 (按姓氏笔划为序)

万虹 于希哲 王朝伟 甘幼琛

刘光栋 何福照 李君如 李炳威

李廉锴 陈英俊 吴德心 陆楸

汤国栋 罗汉泉 杨菲康 项海帆

姚玲森 秦荣 徐后华 梅占馨

黄与宏 熊祝华 詹肖兰 缪加玉

蔡四维 樊勇坚 薛大为

高等结构力学丛书

- | | |
|-----------|-------------|
| 结构力学基础 | 王朝伟、李廉锟 |
| 拱结构的稳定与振动 | 项海帆、刘光栋 |
| 曲线梁 | 姚玲森 |
| 结构动力学 | 杨茆康 |
| 随机振动 | 陈英俊 |
| 杆系结构稳定 | 刘光栋 |
| 板结构 | 黄与宏 |
| 壳结构 | 薛大为 |
| 薄壁杆件 | 陆 楸、汤国栋 |
| 弹性工程力学 | 何福照 |
| 结构塑性分析 | 熊祝华 |
| 非线性结构分析 | 万 虹、梅占馨 |
| 高层建筑结构分析 | 李君如、詹肖兰、欧阳炎 |
| 复合材料结构力学 | 蔡四维 |
| 结构优化设计 | 李炳威 |

序

结构力学是固体力学的一个分支。任何工程结构物的设计和建造,都会遇到结构力学问题。进入 20 世纪后,随着生产的发展和科学技术的进步,结构物的形式更加多样,受力体系更加复杂,这就要求有相应的理论分析方法和实用而有效的计算手段,编写高等结构力学丛书的着眼点即在于此。丛书在介绍力学的基本理论方面,重点突出了弹性理论和塑性理论。20 世纪中期以后,复合材料结构和高层结构以及非线性结构的分析研究,取得了可喜的成果。随着电子计算机的广泛应用,在结构分析中普遍采用矩阵法,并进一步建立了有限元法。有了有限元法的分析方法和电子计算机的计算工具,人们便可以对工程结构物的设计由先设定结构方案,后进行综合考虑多方面的因素,以求得最优结构方案的设计,即所谓的结构优化设计。如上所述的有限元法和结构优化设计使结构力学走向计算机化,通称计算结构力学,从而开拓了新的结构力学领域。

本丛书在“结构力学基础”一卷里对杆系结构的经典理论先作概括性的论述,而后重点讲述分析杆系结构的矩阵方法和在电子计算机上实现该法的程序设计问题;在“高层建筑结构分析”一卷里也是在论述经典理论之后,主要讲述程序设计问题。经典的杆系结构和拱结构各设专卷讲述其稳定与振动;板壳结构中也都包括稳定与振动的论述。关于振动加“随机振动”,另有专卷论述。当代工程中遇到的曲线梁和薄壁杆件问题,亦有专卷论述。当代的复合材料结构和非线性结构的分析,以及结构优化设计,也都各列专卷。至于“有限元法”则另编一书以资配合。

对结构力学专业和各类结构工程专业的研究生来说,上述广泛范围内的结构力学分支有些是必修的专业基础课程,如板、壳结构(包括稳定与振动)、结构的塑性分析和张量分析在弹性力学中的应用等课程中的一至二门;有些是不同专业的专门课程,如曲线梁、复合、高层、优化、非线性和随机振动等课程中的一门(根据研究方向所需的非力学课程不在此列);还有些是需要开列出来由学生选修的课程。当然,反映当代力学计算方法的有限元法,包括加权残数法及其计算机程序设计也应是必修的。若采用各个分支的专著作教材,学时是不够的,适当精简内容以适应研究生学习的需要是我们编写这套丛书的第一个目的。

结构力学按专业来划分可分为:房屋结构力学、桥梁结构力学、隧道结构力学、飞机结构力学、车辆结构力学、船舶结构力学和水工结构力学等等。而这些不同专业的结构力学都有共同的基本理论。为各个专业的结构力学奠定共同的理论基础是我们编写这套丛书的第二个目的。

随着时代的推移,新的结构形式将不断涌现。工程师们为创造新的结构形式,往往需要广泛的结构力学知识,熟悉新结构的受力图式和掌握分析方法。为工程技术人员提供参考资料是我们编写这套丛书的第三个目的。

当今大学本科的结构力学教材所涉及的范围仅仅局限于杆系结构,有些内容需要提炼和概括以便增加课外阅读学时数;同时也有些内容(如稳定与振动)则需要抽出来单独设课。这是当前结构力学内容改革的趋向。丛书对杆系结构中的基本内容作了提炼和概括的尝试,以供学生参考;对于专题的内容则抽出来单独编辑成册,虽内容较深,但可供教师因材施教,培养拔尖学生之用。

既要传授知识,也要培养智能,这是当今高等学校的教学工作中应该大力提倡的。培养学生自学能力是培养智能的一个重要方面。我们安排学生自学,除必须给学生有足够的课外学时数外,最根本的一条就是要调动学生自学的主动性和积极性。为了做到这一点,除教师的引导和启发外,还必须恰当地提供自学的内容。根

目 录

第一章 绪论	1
第一节 概述.....	1
第二节 体系振动的自由度.....	2
第三节 运动方程的建立.....	4
习题一.....	14
第二章 单自由度体系的振动	16
第一节 单自由度体系的自由振动.....	16
第二节 单自由度体系在简谐荷载下的受迫振动.....	23
第三节 单自由度体系在任意周期性荷载下的受迫振动	35
第四节 单自由度体系在任意荷载下的受迫振动.....	42
第五节 单自由度体系振动计算的数值法.....	61
第六节 按频域分析的方法.....	75
第七节 单自由度弹塑性体系的振动.....	82
第八节 单自由度体系的阻尼测定方法.....	93
第九节 复阻尼理论简介.....	99
习题二.....	109
第三章 多自由度体系的振动	116
第一节 两个自由度体系的自由振动.....	116
第二节 一般多自由度体系的自由振动.....	125
第三节 基础的水平回转振动.....	139
第四节 振型分解法.....	143
第五节 用迭代法求频率和振型.....	166
第六节 逆迭代法.....	186

第七节	能量迭代法·····	193
第八节	子空间迭代法·····	201
第九节	用加速度冲量外推法计算多自由度体系的受迫 振动·····	209
第十节	非线性体系的分析·····	213
习题三	·····	223
第四章	无限自由度体系的振动 ·····	227
第一节	无限自由度体系的运动方程·····	227
第二节	均匀单跨梁的自由振动·····	232
第三节	简谐荷载下均匀单跨梁的受迫振动(无阻尼)···	246
第四节	连续梁的自由振动·····	252
第五节	有阻尼的无限自由度体系的受迫振动·····	261
习题四	·····	272
第五章	机械阻抗与模态分析 ·····	275
第一节	概述·····	275
第二节	机械阻抗的基本概念·····	277
第三节	导纳函数和模态参数·····	281
第四节	模态参数识别·····	284
第五节	复模态分析法·····	292
第六章	动力计算的有限元法 ·····	297
第一节	离散体系的动平衡方程·····	298
第二节	单元质量矩阵·····	300
第三节	集合结构的等价质量矩阵·····	310
第四节	无阻尼自由振动·····	312
第五节	消去法·····	320
第六节	由二次矩阵方程决定振动频率·····	324
第七节	有阻尼的自由振动·····	337
附录	·····	339
参考文献	·····	342

第一章 绪 论

第一节 概 述

在工程中,结构除了承受某些静力荷载(例如自重力,设备重力,雪载等)外,还承受某些动力荷载的作用,例如具有偏心质量的回转机器以及具有冲击作用的锻锤等,就是常见的动力荷载。动力荷载与静力荷载的根本区别是前者荷载(大小,方向,作用位置)随时间而迅速变化,在它的作用下,结构将发生振动,此时结构的各个质点将产生加速度,因而分布于各质点的质量就将产生相应的惯性力。根据达朗伯原理,动力计算问题在引入假想的惯性力后,可转化为静力平衡问题来处理。不过,这里所谓的“平衡”乃是指瞬间的平衡,位于体系上的荷载、内力等都是时间 t 的函数,因此,在动力计算中,必须要考虑到时间因素 t ,这是它与静力计算根本不同之处。

结构动力计算的目的在于确定结构在动荷作用下产生的最大内力和最大位移,为设计提供可靠的依据。此外还需求出结构在动荷作用下产生的最大速度和加速度,用以判别所设计的结构是否超过规范中的允许值,因为过大的速度和加速度对工人健康、工艺过程和建筑物不利。

结构在动荷作用下的计算,要涉及内外两个方面的因素,即结构本身的动力特性和干扰力的变化规律。所谓结构的动力特性是指结构的自振频率、振型和阻尼,其中阻尼的大小取决于结构的物理性质,它是由试验测定的,而结构的自振频率及其相应的振型则可通过计算来确定。因此,结构自振频率和振型的计算就构成结构动力计算中一个很重要的组成部分。一般说来,在计算受迫振

动之前要先计算自由振动。至于干扰力的情况，根据它们的变化规律，可简要地分为如下几种：

1. 周期荷载：这类荷载随时间周期性地变化。其中最简单也是最重要的一种称为简谐荷载，其与时间 t 的变化规律可用正弦或余弦函数表示。机器转动部分引起的荷载常属于这一类。

2. 冲击荷载：这类荷载的特点是在很短时间内荷载值急剧增大或急剧减小。例如锻锤对基础的碰撞以及爆炸型荷载即属于这一类。

3. 随机荷载：这类荷载值无法事先确定，荷载只能用统计的方法去进行定义，它是一种非确定性荷载。例如地震荷载和风荷载就是随机荷载的典型例子。

据初步调查，我国在土建方面常遇到的动力问题主要有：

1. 动力基础的设计。
2. 放在楼板上的机器所引起的结构振动。
3. 基础振动对结构的影响。
4. 结构抗震设计。

本书将根据上述问题的需要，提供必要的基本理论和计算方法。

第二节 体系振动的自由度

在动力计算中，研究质量在任一瞬时的位置具有很重要的意义。质量在任意瞬时的几何位置可用独立的几何参数来表示，其参数的数目称为体系的振动自由度。

例如图 1-1 a) 所示的体系，如不考虑杆件的轴向变形(以后如不特别说明，均不考虑杆件的轴向变形)，不计杆件本身的质量，并略去质量 m 的转动惯性(此时可把该质量视为质点，以后如不特别说明，所有质量均按质点考虑)，则其振动自由度(以后简称自由度)为 1，它称为单自由度体系。同理，图 1-1 b) 也是单自由度体系。因为其上虽有三个质量，但它们的瞬时位置仅需由一个几何

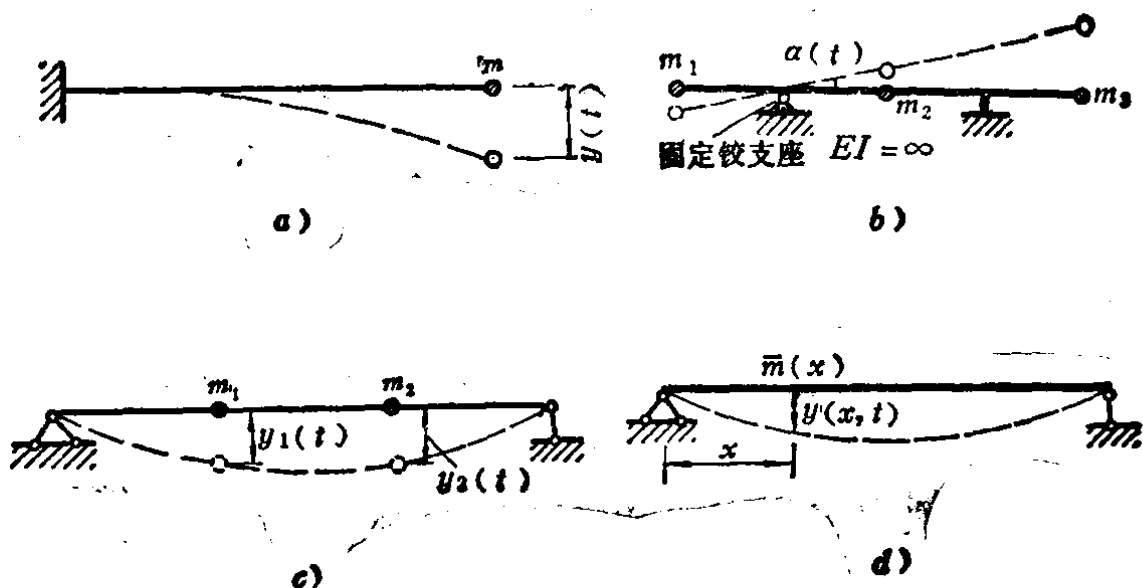


图 1-1

参量 $\alpha(t)$ 便能确定。在图 1-1 c) 上, 因需用两个独立的几何参变量 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 去确定质量 m_1 和 m_2 的瞬时位置, 所以它的自由度数为 2, 凡具有两个以上且为有限个自由度的体系, 称为多自由度体系。图 1-1 d) 是一具有连续分布质量的体系, 它可看作是具有无限多个质点的情况。其各个质点的位移是互相独立的, 其自由度为无限多个, 因此它称为无限自由度体系。凡属需要考虑杆件本身质量 (称质量杆) 的结构都是无限自由度体系。严格来说, 所有弹性体系都是无限自由度体系, 上述单自由度和多自由度体系都是经过简化后得到的体系。

除了上述杆件外, 在实际工程中, 有时常碰到具有质量块的体系。例如图 1-2 a) 所示支承在板弹簧上的振动筛, 在研究它沿水

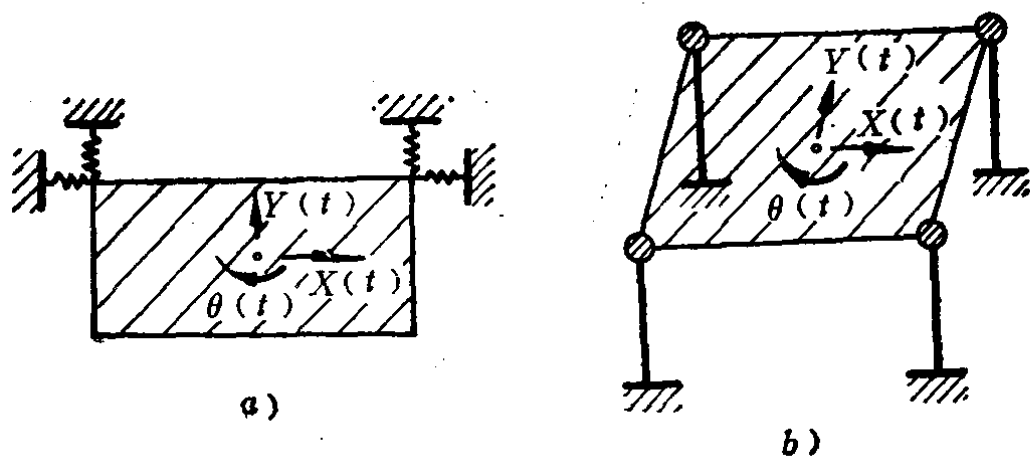


图 1-2

平面的振动时,板本身作为刚性板来考虑,它的运动方程可由板的质心在水平面的两个分位移 $X(t)$ 、 $Y(t)$ 以及板的扭转角 $\theta(t)$ 来表示,故其自由度数为 3。同理,图 1-2 b) 所示构架式基础,当不考虑地基变形时,其顶板仅能沿水平面运动,此时,若把柱的质量按 $1/3$ 集中于顶端, $2/3$ 集中于柱底,则其自由度也是 3。

第三节 运动方程的建立

一、应用达朗伯原理建立运动方程

在动力计算中需要列出运动方程,通常应用得较多的一种方法是直接平衡法。它是根据达朗伯原理将惯性力假想地加在质量上,然后当作平衡状态去建立动力平衡方程,故该法又有“惯性力法”之称。下面先扼要地介绍一下达朗伯原理。

如图 1-3 a) 所示,设在质量 m 上沿 y 的正向作用一个力 $P(t)$ (称为主动力),则根据牛顿第二定律有

$$P(t) = m\ddot{y}(t) \quad (a)$$

式中 $\ddot{y}(t)$ 为质量 m 的加速度。把式 (a) 的右项移至左边,则有

$$P(t) + [-m\ddot{y}(t)] = 0 \quad (b)$$

如果把 $I(t) = -m\ddot{y}(t)$ 假想为作用于质量 m 上的力(称为惯性力),则式 (b) 可看作是质量 m 在主动力 $P(t)$ 和惯性力 $I(t)$ 的共同作用下处于平衡状态[见图 1-3 b)],由此得到的平衡方程称为**动平衡方程**。这样,就把建立运动方程转换为大家熟知的建立静平衡方程。然而,必须指出,就惯性力而言,它对质点 m 来说,只是我们想象中施加上去的力,而非实际作用于 m 的力。但对施力物体而言,则是为了克服质点 m 惯性所需之力,这力的大小等于 $m\ddot{y}(t)$,但方向与质点 m 的运动方向相反。该力不是作用于质点 m 上,而是作用于施力物体上,这就是说,惯性力 $I = -m\ddot{y}(t)$ 与主动力 $P(t)$ 是作用力与反作用力,它们分别施在不同物体上。根据作用与反作用定律,它们之间大小相等、方向相反,且位于同一直线上。故有

$$P + I = 0$$

这一方程仅仅反映了作用力与反作用力的关系，而并非一个真正的平衡方程。因此，若欲把此方程当作质点 m 的平衡方程看待，则惯性力就很自然地是把作用于另一物体的力想象地搬到质点 m 上来了。这样做的目的，仅仅是为了列运动方程时方便，因为上述方法利用了静力学中的平衡概念，故有直接平衡法之称。为了与静力学中的平衡相区别，这里特称之为“动平衡”。

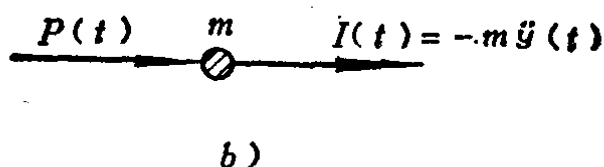
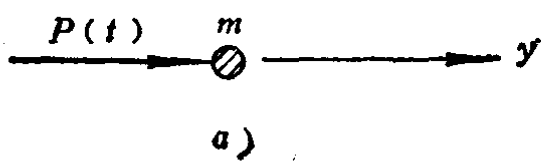


图 1-3

以上就一个自由度的质点运动情况，讨论了利用直接平衡法建立运动方程的方法，对于一个有约束的质点 m ，也可应用上述方法。图 1-4 示一有约束的质点 m ，受有约束力 S 和主动力 P ，设合力为 R ，则质点 m 将在 R 的方向上运动。如果把惯性力 I 想象地作用于质点 m 上（见图 1-4），则它们构成一个平衡力系，即

$$I + R = 0$$

或

$$\vec{I} + \vec{S} + \vec{P} = 0$$

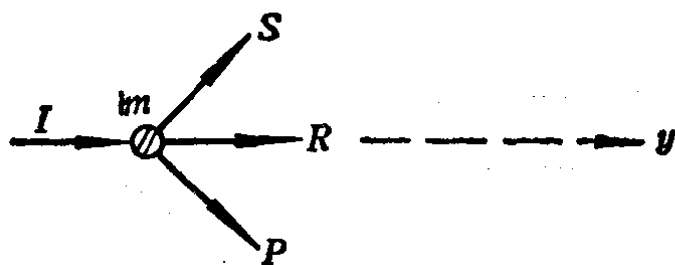


图 1-4

式中 \vec{I} , \vec{S} , $\vec{P} \dots$ 表示各力的向量。

“在质点运动的每一瞬时，主动力 P ，约束力 S 和惯性力 I 三者互相平衡”，称之为达朗伯原理。

将上述一个质点 m 的达朗伯原理推广应用于质点系是很容易的。设自质点系中任取一质点 m_k ，在其上作用有主动力 P_k 和约束力 S_k ，若在此质点上再加上惯性力 I_k ，则这三个力 P_k 、 S_k 和 I_k 互相平衡。对于质点系中其它各质点也是这样，因此可得结论：“当质点系运动时，在每一已知瞬时，虚加于质点系中每一个质点上的惯性力与作用在这些质点上的主动力和约束力互相平衡”，这就是质点系的达朗伯原理。

根据达朗伯原理，必须把惯性力加上去，然后即可当作平衡状态，（称为“动平衡”）去建立方程。下面列举一个单自由度体系的振动方程作为应用的示例。

图 1-5 a) 所示为一单自由度体系的理想模型，设取质量 m 不受动力荷载 $P(t)$ 作用时的静平衡位置作为量度位移 $y(t)$ 的起点，并规定位移 $y(t)$ 、速度 $\dot{y}(t)$ 和加速度 $\ddot{y}(t)$ 均以向下为正。现根据图示坐标研究该质量在任一瞬时 t 的受力情况。取隔离体如图 1-5 b) 所示，在质量 m 上除了承受动荷载 $P(t)$ 外，还受到弹簧的抗力 $S(t)$ ，阻尼器的阻尼力 $D(t)$ 和假想的惯性力 $I(t)$ 的作用。其中 $S(t)$ 是由于弹簧伸长后产生的抗力，假定弹簧变形处于

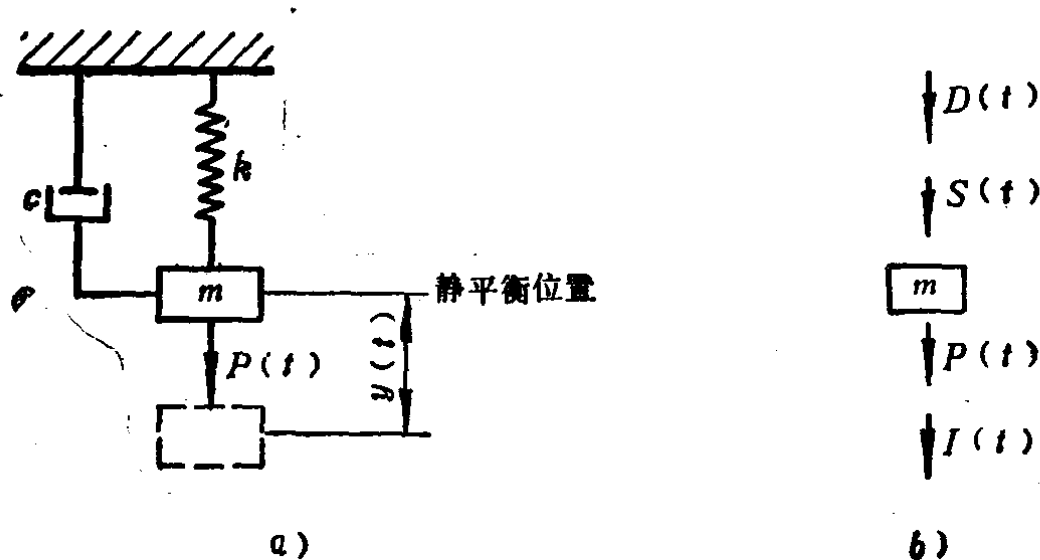


图 1-5

弹性阶段，则其大小可用下式表示

$$S(t) = -ky(t)$$

式中负号表示弹性抗力 $S(t)$ 的方向恒与位移 $y(t)$ 相反。 k 为弹簧的刚度。

至于阻尼力 $D(t)$ ，根据粘滞阻尼理论，它的大小假定与速度成正比，而正方向恒与速度 $\dot{y}(t)$ 的正方向相反。设以 c 表示单位速度时产生的阻尼力(称为阻尼系数)，则阻尼力可用下式表示

$$D(t) = -c\dot{y}(t)$$

对于惯性力 $I(t)$ ，由前述已知为

$$I(t) = -m\ddot{y}(t)$$

于是，考虑图 1-5b) 所示隔离体的动平衡，可列出运动方程如下

$$-m\ddot{y}(t) - c\dot{y}(t) - ky(t) + P(t) = 0$$

或

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = P(t) \quad (1-1)$$

上式即为单自由度体系的运动方程，它可直接应用于只具有一个质量的一切单自由度体系。例如对图 1-6 a) 所示具有一个质

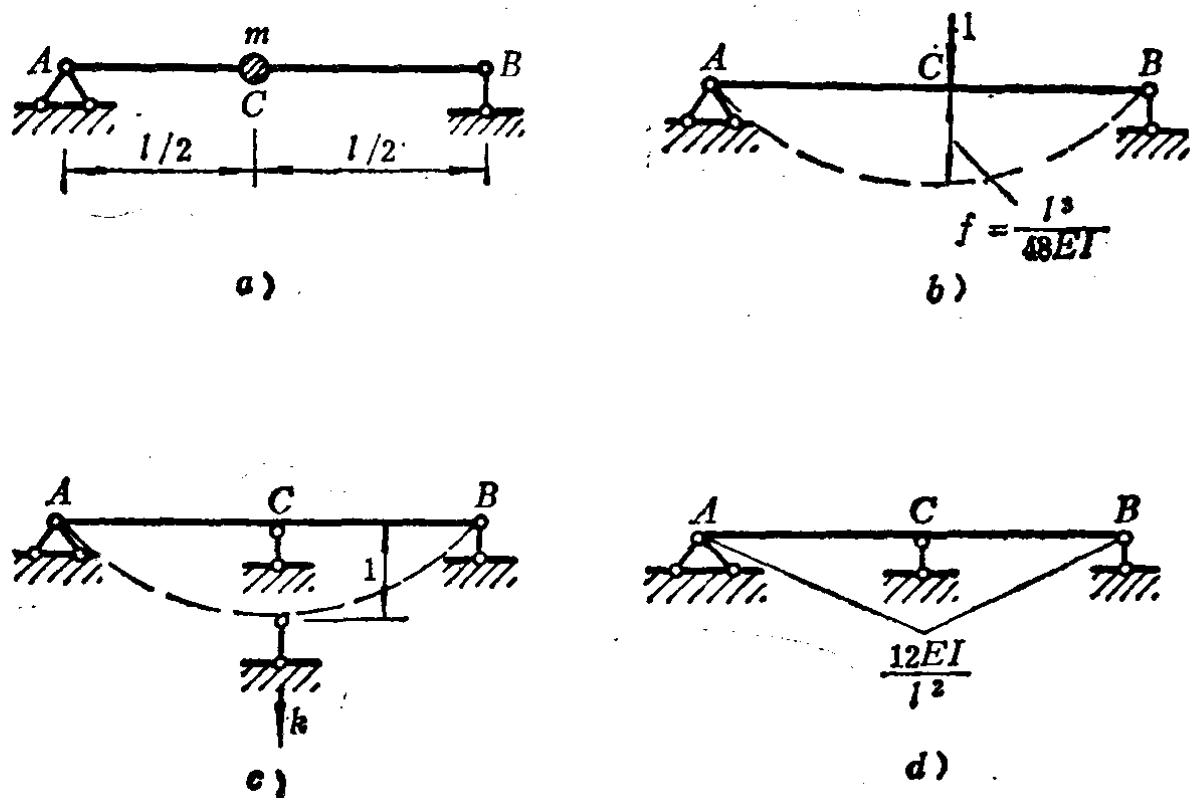


图 1-6

量的简支梁(梁本身质量略去不计), 只须把上述弹簧抗力改为梁的弹性抗力, 就可用式(1-1)作为它的运动方程。此时梁的刚度系数 k 可以有两种计算方法:

1) 如图 1-6 b) 所示, 在质量 m 处沿运动方向加上一个单位力, 然后求出相应的位移 f , f 称为梁的柔度系数。根据刚度系数与柔度系数成反比的关系, 可求得

$$k = \frac{1}{f} = 48 EI/l^3$$

2) 如图 1-6 c) 所示, 在质量 m 作用处沿运动方向加入一根附加链杆, 然后强使此链杆沿运动方向发生一单位位移, 此时链杆上的反力, 即为梁的刚度系数 k 。由结构静力学方法可知, 当链杆发生单位位移时, 梁的弯矩图将如图 1-6 d) 所示。再由结点 C 的平衡条件可求得

$$k = 48 EI/l^3$$

上面所介绍的方法, 是利用达朗伯原理直接建立质量 m 在任一瞬时的动平衡方程。在方程中要用到结构的刚度系数 k , 对于不便于计算刚度系数 k 的结构, 我们介绍另一种变体的方法——位移法。

将式(1-1)两边除以 k 得

$$m\ddot{y} \frac{1}{k} + c\dot{y}(t) \frac{1}{k} + y(t) = P(t) \frac{1}{k}$$

注意到 $f = \frac{1}{k}$, 并稍加整理后可得

$$y(t) = -m\ddot{y}(t)f - c\dot{y}(t)f + P(t)f \quad (1-2)$$

上式表明: 体系在振动过程中, 质点 m 在任一瞬时 t 的位移 $y(t)$ 是由惯性力 $I = -m\ddot{y}(t)$, 阻尼力 $D = -c\dot{y}(t)$ 和干扰力 $P(t)$ 共同产生的。这样, 只须把惯性力作为虚设的外荷作用于质点上, 则它与干扰力 $P(t)$ 和阻尼力 $D(t)$ 共同作用下, 可求出质量 m 的瞬时位移。按这种方式得到的运动方程称为位移方程。其采用的系数为柔度系数。这种方法在梁中常被采用。