

公路桥梁荷载横向分布 计算方法

Gonglu Qiaoliang Hezai Hengxiang
Fenbu Jisuan Fangfa

贺栓海 谢仁物 编著

人民交通出版社

前 言

桥梁荷载横向分布计算问题一直为广大桥梁工作者所关注,这方面的研究工作已经进行了五十多年,而且还将继续进行下去。本书的出版,若能起到抛砖引玉的作用,作者就很高兴了。全书共分六章,主要内容如下:

第一章 基本原理,介绍了影响面与影响线、内力与荷载等的关系,以及横向分布系数的概念和其沿桥纵向的变化。

第二章 刚性横梁法,详细阐述了刚性横梁法在直桥、弯桥、斜桥上的应用以及横隔梁的计算。

第三章 梁系法,介绍应用横向铰接、刚接板(梁)法分析正交桥、斜交桥、曲线桥的荷载横向分布方法,并应用能量法直接推导出铰接梁法,讨论了带有大边梁的桥梁荷载横向分布计算和横隔梁的计算。

第四章 比拟正交异性板法,这里除介绍了正桥的计算理论外,还详细介绍了弯桥的比拟正交异性曲板法以及将弯桥比拟成直桥的计算方法,并提出考虑泊桑比影响的 G-M 法计算理论及其简化计算方法。

第五章 介绍变截面简支梁、悬臂梁、连续梁、刚架等桥梁结构荷载横向分布计算的换算刚度法。

第六章 数值方法,包括直桥的有限条法,弯桥的有限条——传递矩阵法,弯桥、斜桥的传递矩阵法等。

限于作者水平,书中不当之处在所难免,恳请读者指正。

作 者

1996 年 3 月

内 容 提 要

本书系统地介绍了桥梁荷载横向分布计算方法,内容包括杠杆法、刚性横梁法、梁系法(刚接板梁法和铰接板梁法)、比拟正交异性板法、数值方法,以及变截面变刚度桥梁荷载横向分布的计算,桥型涉及直桥、斜桥和弯桥,其中许多内容是最新的研究成果。

本书可供土建类有关专业函授生、本科生、硕士研究生、工程技术人员以及教师使用和参考。

图书在版编目(CIP)数据

公路桥梁荷载横向分布计算方法/贺栓海,谢仁物编著

· 一北京:人民交通出版社,1996

ISBN 7-114-02377-4

I. 公… II. ①贺… ②谢… III. 公路桥-荷载-横向分布
荷载计算 IV. U448.141

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 08002 号

公路桥梁荷载横向分布计算方法

贺栓海 谢仁物 编著

人民交通出版社出版发行

(100013 北京和平里东街 10 号)

各地新华书店经销

北京市牛山世兴印刷厂印刷

开本: $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ 印张: 7.875 字数: 207 千

1996 年 9 月 第 1 版

1996 年 9 月 第 1 版 第 1 次印刷

印数: 0001—3000 册 定价: 20.00 元

ISBN 7-114-02377-4

U · 01649

目 录

前 言

第一章 基本原理	(1)
§ 1-1 影响面与影响线	(1)
§ 1-2 荷载与内力	(6)
§ 1-3 杠杆法与荷载横向分布系数	(7)
§ 1-4 横向分布系数沿桥纵向的变化	(9)
第二章 刚性横梁法	(11)
§ 2-1 特点及适用性	(11)
§ 2-2 正交梁桥	(13)
§ 2-3 斜交梁桥	(22)
§ 2-4 曲线梁桥	(34)
§ 2-5 刚性横梁法的能量法推导	(56)
§ 2-6 横隔梁计算	(63)
第三章 梁系法	(68)
§ 3-1 特点及适用性	(68)
§ 3-2 正弦荷载作用下简支梁的受力分析	(69)
§ 3-3 用虚功原理分析悬臂板	(77)
§ 3-4 主梁抗扭刚度计算	(80)
§ 3-5 铰接板(梁)法计算正交桥跨中截面	(85)
§ 3-6 刚接梁法计算正交桥跨中截面	(94)
§ 3-7 刚接梁法计算正交桥	(96)
§ 3-8 平行支承斜交梁(板)桥	(104)
§ 3-9 任意支承斜交梁桥	(110)
§ 3-10 曲线梁桥的跨中截面	(116)

§ 3-11	横向变刚度曲线梁桥	(124)
§ 3-12	铰接梁法的能量原理	(127)
§ 3-13	带有大边梁的桥梁	(139)
§ 3-14	横隔梁计算	(142)
第四章	比拟正交异性板法——G-M 法	(145)
§ 4-1	力学模型与基本假定	(145)
§ 4-2	正交简支梁桥的比拟正交异性板法	(146)
§ 4-3	横隔梁的计算	(165)
§ 4-4	曲线梁桥的 G-M 修正法	(166)
§ 4-5	曲线梁桥的比拟正交异性曲板法	(168)
§ 4-6	考虑泊桑比影响的比拟正交异性板法	(187)
第五章	其它体系桥梁的荷载横向分布	(196)
§ 5-1	基本原理	(196)
§ 5-2	变截面简支梁桥	(196)
§ 5-3	变截面悬臂梁桥	(199)
§ 5-4	变截面连续梁桥	(203)
§ 5-5	刚架桥	(207)
第六章	数值方法	(213)
§ 6-1	正交简支刚接板桥的有限条法	(213)
§ 6-2	正交简支铰接板桥的有限条法	(222)
§ 6-3	曲线简支桥的有限条法	(225)
§ 6-4	有限条平衡方程的传递矩阵法求解	(232)
§ 6-5	斜交简支梁(板)桥的传递矩阵法	(234)
§ 6-6	曲线简支梁(板)桥的传递矩阵法	(241)
参考文献		(245)

第一章 基本原理

§ 1-1 影响面与影响线

对于图 1-1a) 所示的单梁来说, 如以 $\eta_1(x)$ 表示梁上某一截面的内力影响线, 则该截面的内力值 S 可表示为 $P \cdot \eta_1(x)$ 。这里 $\eta_1(x)$ 是一个单值函数, 梁在 xoz 平面内受力和变形, 它是一种简单的平面问题。对于如图 1-1b) 所示的一座梁式板桥或者由多片主

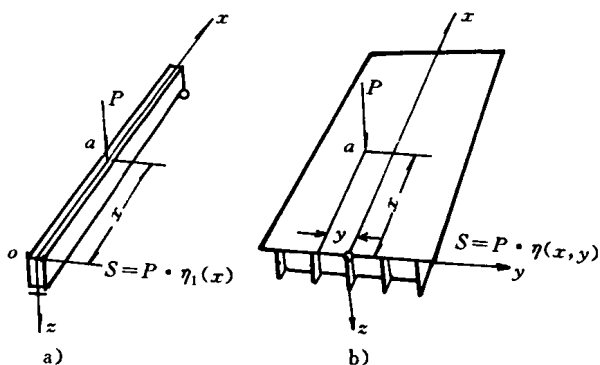


图 1-1 荷载作用下的内力计算

梁通过桥面和横隔梁组成的梁桥来说, 情况就完全不同了。当桥上作用荷载 P 时, 由于结构的横向刚性必须使荷载在 x 和 y 方向内同时发生传布, 并使所有主梁都以不同程度参与工作。鉴于结构受力和变形的空间性, 故求解这种结构的内力是属于空间计算理论问题。50 年代以来, 虽然国内外对这一问题进行过许多理论和实验研究, 但由于实际结构的复杂性, 完全精确的计算仍难实现。每一种理论都有一定的假设条件和适用范围。总的来说, 作为空间计算理论的共同点是直接求解结构上任一点的内力或挠度, 并且也

可象单梁计算中应用影响线那样,借助理论分析所得的影响面来计算某点的内力值。如果结构某点截面的内力影响面用双值函数 $\eta(x,y)$ 来表示,则该截面的内力值可表示为 $S=P \cdot \eta(x,y)$ 。

但是,鉴于作用于桥上的车辆荷载系沿纵横向都能移动的多 个局部荷载,用影响面来求解最不利的内力值仍然是非常繁重的工作,因此上述这种空间计算方法实际上很难推广应用。

目前广泛使用的一种方法,是将复杂的空间问题合理转化成图 1-1a)所示简单的平面问题来求解。这种方法的实质是将前述的影响面 $\eta(x,y)$ 分离成两个单值函数的乘积,即 $\eta_1(x) \cdot \eta_2(y)$,因此,对于某根主梁某一截面的内力值就可表示为

$$S = P \cdot \eta(x,y) \approx P \cdot \eta_2(y) \cdot \eta_1(x) \tag{1-1}$$

在上式中 $\eta_1(x)$ 就是单梁某一截面的内力影响线[见图 1-1a)],如果我们将 $\eta_2(y)$ 看作是单位荷载沿横向作用在不同位置时对某梁所分配的荷载比值变化曲线,也称作对于某梁的荷载横向分布影响线,则 $P \cdot \eta_2(y)$ 就是当 P 作用于 $a(x,y)$ 点时沿横向分布给某梁的荷载[见图 1-1b)],暂以 P' 表示,即 $P' = P \cdot \eta_2(y)$,这样,就可完全象图 1-1a)所示平面问题一样,求得某梁上某截面的内力值,这就是利用荷载横向分布来计算内力的基本原理。

下面用示例来说明利用 $S \approx P \cdot \eta_2(y) \cdot \eta_1(x)$ 来求 $P \cdot \eta(x,y)$ 的精度。

图 1-2 所示为一钢筋混凝土简支梁桥, $l=16\text{m}$,桥宽净 $4.6+2 \times 0.5\text{m}$,单车道(行驶无加重车的汽车-20 级车列)。三片主梁,跨中和两端都设有横隔梁。求 1 号梁跨中截面的最大设计弯矩

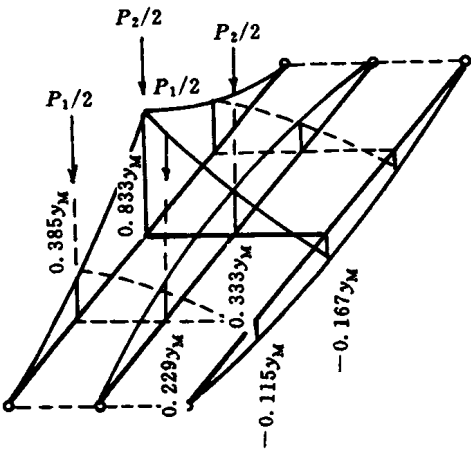


图 1-2 1 号梁跨中弯矩影响面

$M_{\max}$ 。

要求内力,首先得把内力影响面求出来,图 1-2 所示的是用梁格的力学模型(假定横梁的抗弯刚度相对主梁而言,可以看作无穷大)求得的 1 号梁跨中截面的弯矩影响面(影响面坐标的计算略)。

然后在影响面上按最不利位置进行加载,得 1 号梁跨中截面的最大弯矩为:

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \frac{P_1}{2} \times 0.385 y_m + \frac{P_1}{2} \times 0.229 y_m + \frac{P_2}{2} \times 0.833 y_m + \frac{P_2}{2} \times 0.333 y_m \\ &= \frac{70}{2} \times 0.614 \times 4 + \frac{130}{2} \times 1.666 \times 4 = 389 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

式中 y_m ——单主梁跨中截面弯矩影响线的坐标。

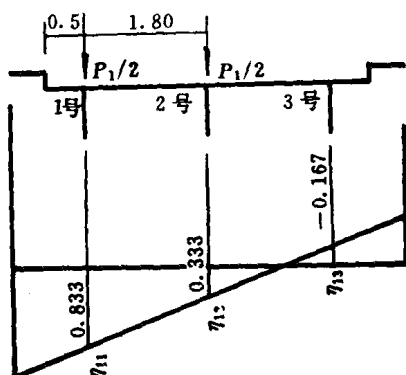
但是影响面坐标的计算比较繁琐,尤其当主、横梁片数较多时求解更为困难,于是可以从挠度和荷载的关系出发,对不同构造形式的梁桥采用近似的简化计算方法(象以后介绍的一样,先求荷载横向分布影响线,然后解荷载横向分布系数)。如对于本示例,鉴于前述假定,即在荷载作用下横梁的变形是一条直线,从而可推出荷载横向分布影响线坐标的计算公式(公式的详细推导见第二章),在本示例中仅给出计算的结果。

1 号梁荷载横向分布影响线坐标为:

$$\eta_{11} = 0.833$$

$$\eta_{12} = 0.333$$

$$\eta_{13} = 0.167$$



在影响线上加载,见图 1-3 图 1-3 1 号梁荷载横向分布影响线及横向最不利加载位置(单位:m)

得 1 号梁荷载横向分布系数:

$$\begin{aligned} m_c &= \eta_{11} + \eta_{12} \\ &= \frac{1}{2} (0.833 + 0.333) \\ &= 0.583 \end{aligned}$$

于是1号梁的最大弯矩计算可以在作用了 $m_c P_1$ 和 $m_c P_2$ 的单梁上进行, 见图 1-4。

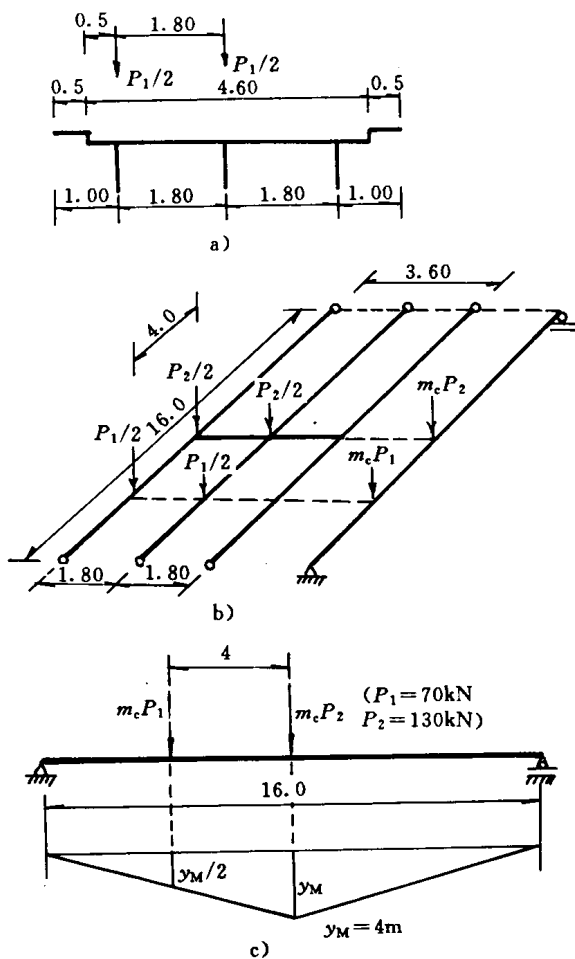


图 1-4 计算图式 (单位: m)

$$\begin{aligned}
 M_{\max} &= m_c \left(P_1 + \frac{y_m}{2} + P_2 \times y_m \right) \\
 &= 0.583(70 \times 2 + 130 \times 4) = 385 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{a})
 \end{aligned}$$

也可变成:

$$\begin{aligned}
M_{\max} &= \frac{1}{2}(\eta_{11} + \eta_{12})(P_1 \frac{y_M}{2} + P_2 y_M) \\
&= \frac{1}{2}\eta_{11}P_1 \cdot \frac{y_M}{2} + \frac{1}{2}\eta_{12}P_1 \cdot \frac{y_M}{2} + \frac{1}{2}\eta_{11}P_2 \cdot y_M + \frac{1}{2}\eta_{12}P_2 \cdot y_M \\
&= \frac{P_1}{2} \times 0.417 y_M + \frac{P_1}{2} \times 0.167 y_M + \frac{P_2}{2} \times 0.833 y_M + \frac{P_2}{2} \times 0.333 y_M \\
&= \frac{70}{2} \times 0.417 \times 4 + \frac{70}{2} \times 0.167 \times 4 + \frac{130}{2} \times 0.833 \times 4 \\
&\quad + \frac{130}{2} \times 0.333 \times 4 \\
&= 385 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{b})
\end{aligned}$$

在此特例中, $M_{\max}$ 和精确计算的弯矩值 $389 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 十分接近。

观察式(a)和式(b), 前二项在数值上有差别, 而后二项是相同的。如果我们以 $0.417 y_M$ 代换 $0.385 y_M$, $0.167 y_M$ 代换 $0.229 y_M$, 即可以绘出 1 号梁跨中截面弯矩的近似影响面, 如图 1-5 所示。式

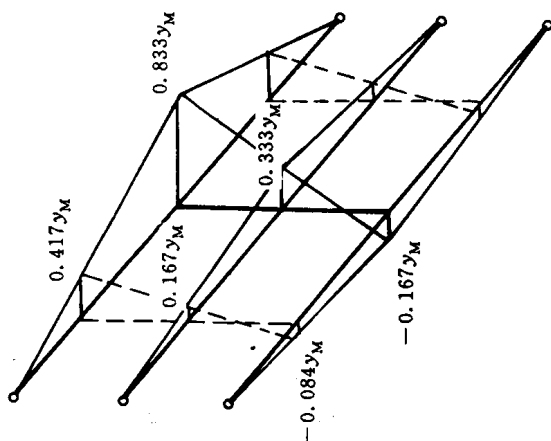


图 1-5 1 号梁近似跨中弯矩影响面

(b) 的计算式也可以看作是在这个近似影响面上加载的结果。显然, 计算结果的误差主要反映在内力影响面的相似性、荷载的组成特性与作用位置上。

§ 1-2 荷载与内力

将一个空间问题,借助于按横向挠度分布规律确定荷载横向分布的原理,简化为一个平面问题来处理,严格地讲,应当满足下列关系:

$$\frac{w_i(x)}{w_j(x)} = \frac{M_i(x)}{M_j(x)} = \frac{Q_i(x)}{Q_j(x)} = \frac{P_i(x)}{P_j(x)} = \text{常数} \quad (1-2)$$

根据梁的挠曲理论,主梁的弯矩 M_x 和剪力 Q_x 等于其挠度在桥孔方向(x)的二阶和三阶的微商乘以它的截面抗弯刚变 EI ,即

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -EIw'' \\ Q_x &= -EIw''' \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

将式(1-2)代入式(1-1)有

$$\frac{w_i(x)}{w_j(x)} = \frac{w_i''(x)}{w_j''(x)} = \frac{w_i'''(x)}{w_j'''(x)} = \frac{P_i(x)}{P_j(x)} = \text{常数} \quad (1-4)$$

但是,实际上无论对于集中轮重或分布荷载的作用情况,都不能满足上式的条件,如图 1-6 中的 1 号和 2 号梁,1 号边梁受的荷载是从里边桥面板传递来的沿桥跨连续分布的荷载(竖向剪力),而 2 号梁受的是一个集中荷载 P 和从左右桥面板传递来的沿桥跨连续分布的荷载。彼此的荷载分布不同,因而,彼此的挠度、弯矩、剪力的比例也是互不相同的,但都是沿桥跨 x 变化的函数:

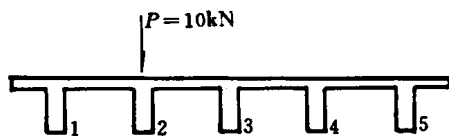


图 1-6 2 号梁作用集中荷载

$$\frac{w_1(x)}{w_2(x)} = f(x) \quad \frac{w_1''(x)}{w_2''(x)} = g(x) \quad \frac{w_1'''(x)}{w_2'''(x)} = h(x)$$

但是,在一个特殊的,对跨中截面具有很大代表性的荷载情况,即沿桥跨为半波正弦曲线荷载,如图 1-7 所示,其表达式为:

$$p(x) = P_0 \sin \frac{\pi x}{l}$$

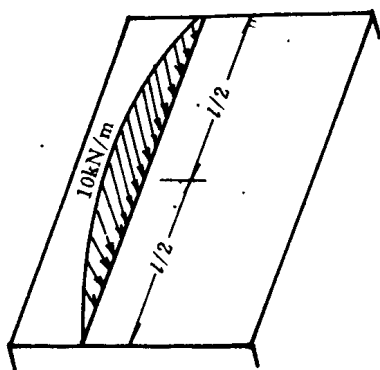


图 1-7 半波正弦荷载

式中 P_0 为极值(称为峰值),它是作为衡量荷载大小的标准。当 $P_0 = 1$ 时,我们可称为单位正弦荷载。在这样的荷载作用下,梁的挠曲线 w 也将是半波正弦曲线,代入式(1-4),这时 $w_1(x)$, $w_2(x)$ 和 $w_1'(x)$, $w_2'(x)$ 都是正弦函数 $\sin \frac{\pi x}{l}$,而 $w_1''(x)$, $w_2''(x)$ 则都是余弦函数 $\cos \frac{\pi x}{l}$,所以在比例

式中都约简了,结果得到常数式。这表示不需考虑 w 、 M 、 θ 在纵向的变化,这样就把一个复杂的空间问题简化为平面问题。这就是以主梁挠度横向分布规律来确定荷载横向分布的理论根据。由此可见,严格地说,只有在等截面的简支梁桥承受按正弦曲线沿桥跨分布的荷载时,主梁挠度分布、内力分布和荷载分布才可能是一致的,才存在确切的荷载横向分布。

§ 1-3 杠杆法与荷载横向分布系数

按杠杆原理法进行荷载横向分布的计算,其基本假定是忽略主梁之间横向结构的联系作用,即假设桥面板在主梁上断开,把桥面板当作沿横向支承在主梁上的简支梁或悬臂梁来考虑。

图 1-8a)所示即为桥面板直接搁在工字形主梁上的装配式桥梁。当桥上有车辆荷载作用时,很明显,作用在左边悬臂板上的轮重 $\frac{P_1}{2}$ 只传递至 1 号和 2 号梁,作用在中部简支板上者只传给 2 号

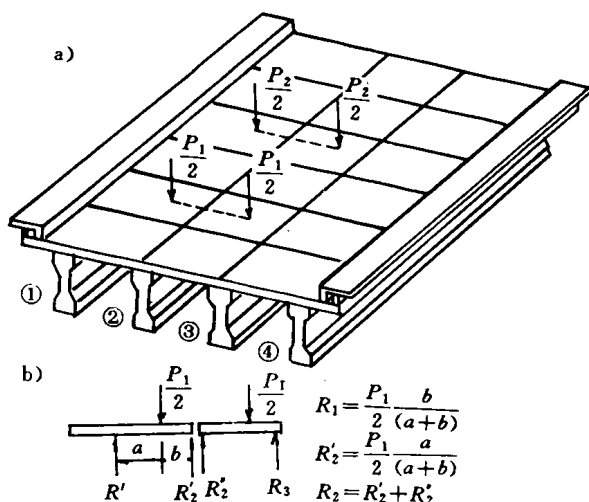


图 1-8 杠杆原理受力图式

和 3 号梁如图 1-8b) 所示。也就是板上的轮重 $\frac{P_1}{2}$ 各按简支梁反力的方式分配给左右两根主梁，而反力 R_1 的大小只要利用简支板的静力平衡条件即可求出，这就是通常所谓的作用力平衡的“杠杆原理”。

如果主梁所支承的相邻两块板上都有荷载，则该梁所受的荷载是两个支承反力之和，如图 1-8b) 中 2 号梁所受的荷载为 $R_2 = R_2' + R_2''$ 。

为了求主梁所受的最大荷载，通常可利用反力影响线来进行，在此情况下，也就是计算荷载横向分布系数的横向影响线，如图 1-9a) 所示。

杠杆法求荷载横向分布影响线一般适用于以下场合：

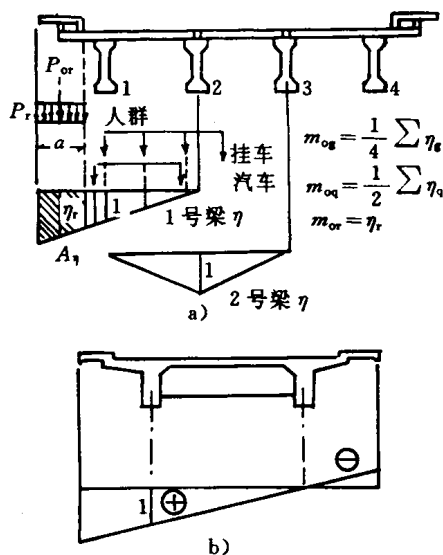


图 1-9 杠杆原理横向分布影响线

- (1)图 1-9b)所示的双肋梁桥;
- (2)一般多梁式桥支点截面处;
- (3)横向联系很弱的无中间横隔梁的桥梁。

为求得荷载横向分布系数,将式(1-1)写为:

$$\begin{aligned}
 S(x) &= \sum_{x,y} P(x,y) \cdot \eta(x,y) = \sum_{(x,y)} P(x,y) \cdot \eta_1(x) \cdot \eta_2(y) \\
 &= \sum_y \alpha(y) \eta_2(y) \sum_x P(x) \eta_1(x) \\
 &= m_c \sum_x P(x) \cdot \eta_1(x)
 \end{aligned} \tag{1-5}$$

式中 $\alpha(y)$ ——为横向每个轮重和一根轴重的比例数,对于汽车

$$\text{荷载 } \alpha(y) = \frac{1}{2}, \text{挂车荷载 } \alpha(y) = \frac{1}{4}$$

$$\text{而} \quad m_c = \sum_y \alpha(y) \eta_2(y) \tag{1-6}$$

称为荷载横向分布系数, $\eta_2(y)$ 为横向分布影响线坐标,如图 1-9 所示。

显然,同一座桥梁内各根梁的荷载横向分布系数 m_c 是不相同的,不同类型的荷载(如汽车、挂车、人群荷载等),其 m_c 值也各异,而且荷载沿纵向的位置对 m_c 也有影响。

§ 1-4 横向分布系数沿桥纵向的变化

在计算荷载横向分布的所有方法中,杠杆原理法可用来计算荷载位于支点处的横向分布系数 m_0 ,其它方法均适用于计算荷载位于跨中的横向分布系数 m_c ,当然亦可以根据 x 的变化计算任意点的荷载横向分布,但是,这样的计算是相当冗繁的,实用计算上可作如下处理:

对于无中间横隔梁或仅有一根中横隔梁的情况,跨中部分采用不变的 m_c ,从离支点 $\frac{l}{4}$ 处起至支点的区段内 m_x 呈直线形过渡,如图 1-10a)所示。

对于有多根内横隔梁的情况, m_c 从第一根内横隔梁起向 m_0

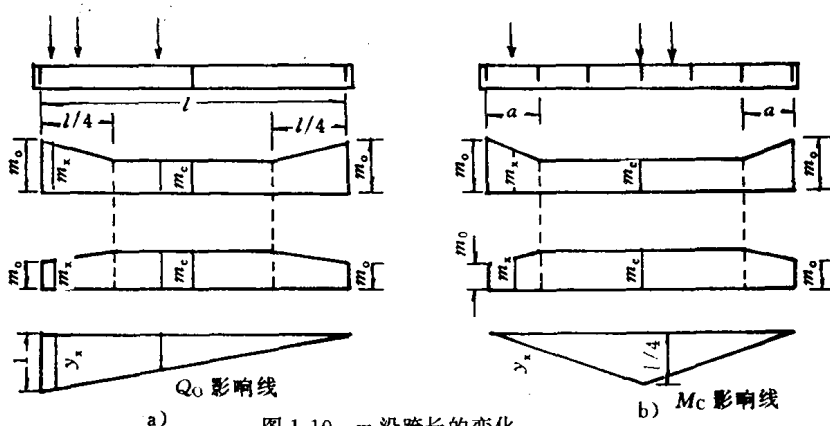


图 1-10 m 沿跨长的变化

直线形过渡[见图 1-10b)]。

这样，主梁上的活载因其纵向位置不同，就应有不同的横向分布系数。图中 m_0 可能大于也可能小于 m_c ，如图 1-10 所示。

在实际应用中，当求简支梁跨中最大弯矩时，鉴于横向分布系数沿跨内部分的变化不大，为了简化起见，通常均可按不变化的 m_c 来计算。

对于其它截面的弯矩计算，一般也可取用不变的 m_c 。但对于中梁来说， m_0 与 m_c 的差值可能较大，且内横隔梁又少于三根时，以计及 m 沿跨径变化的影响为宜。

在计算主梁的最大剪力(梁端截面)时，鉴于主要荷载位于所考虑一端的 m 变化区段内，而且相对应的内力影响线坐标均接近最大值[见图 1-10a)]，故应考虑该段内横向分布系数变化的影响。对位于靠近远端的荷载，鉴于相应影响线坐标值的显著减小，则可近似取用不变的 m_c 来简化计算。

对于跨内其它截面的主梁剪力，也可视具体情况计及 m 沿桥跨变化的影响。

第二章 刚性横梁法

§ 2-1 特点及适用性

1. 基本假定

假定横隔梁刚性无限大,在荷载作用下,桥梁仅发生刚性位移,即横隔梁变形后还保持为一条直线。

2. 结构位移和受力特性

考虑一个简单的空间结构,由三根简支梁和跨中一根绝对刚性的横隔梁连接在一起,如图 2-1a)所示。在横梁上作用一集中荷载 P ,结构发生变形,由于横梁是绝对刚性,因此横梁变形后仍然是直线。图 2-1b)是横梁所在位置的变形,主梁 1、2、3 在跨中的挠度分别为 w_1 、 w_2 、 w_3 ,横梁转动了一个角度 θ 。

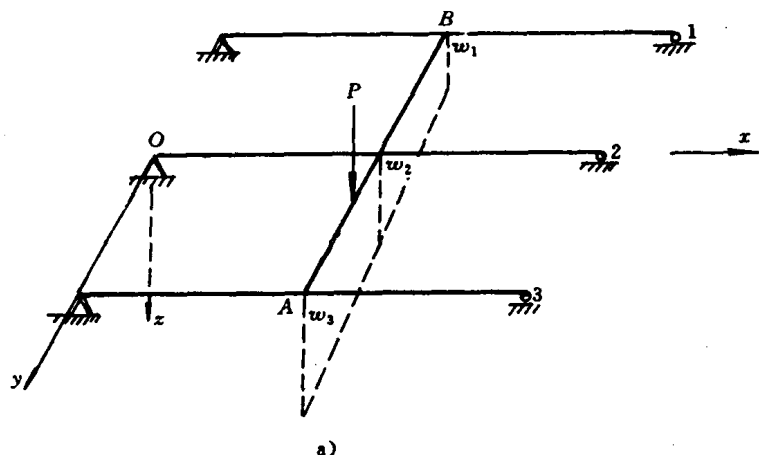
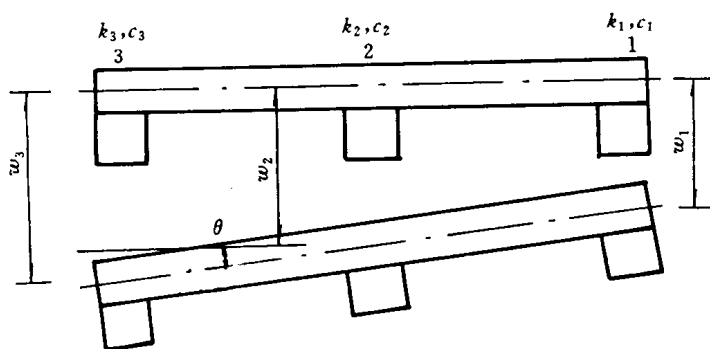
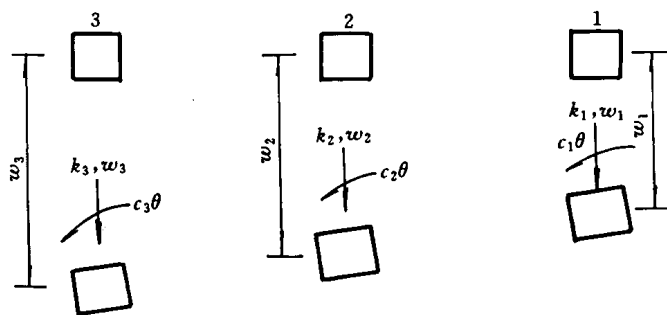


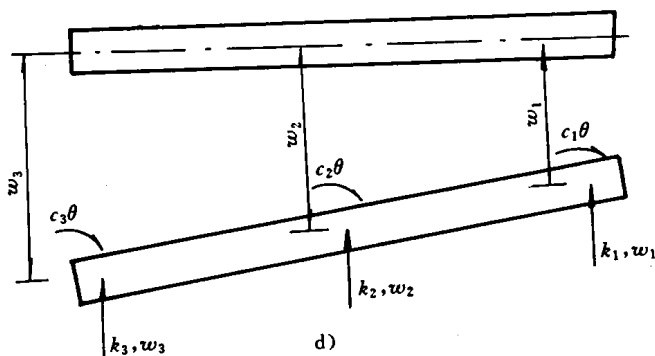
图 2-1 a)



b)



c)



d)

图 2-1 空间结构力的分析 —— 刚性横梁法

图 2-1c) 表示主梁变形, 横梁对主梁的作用是用集中力和集中扭矩来表示, 例如 1 号主梁作用着集中力 $k_1 w_1$ 、集中扭矩 $c_1 \theta$ 。图 2-1d) 表示横梁变形后的位置, 主梁对横梁的作用亦用集中力和