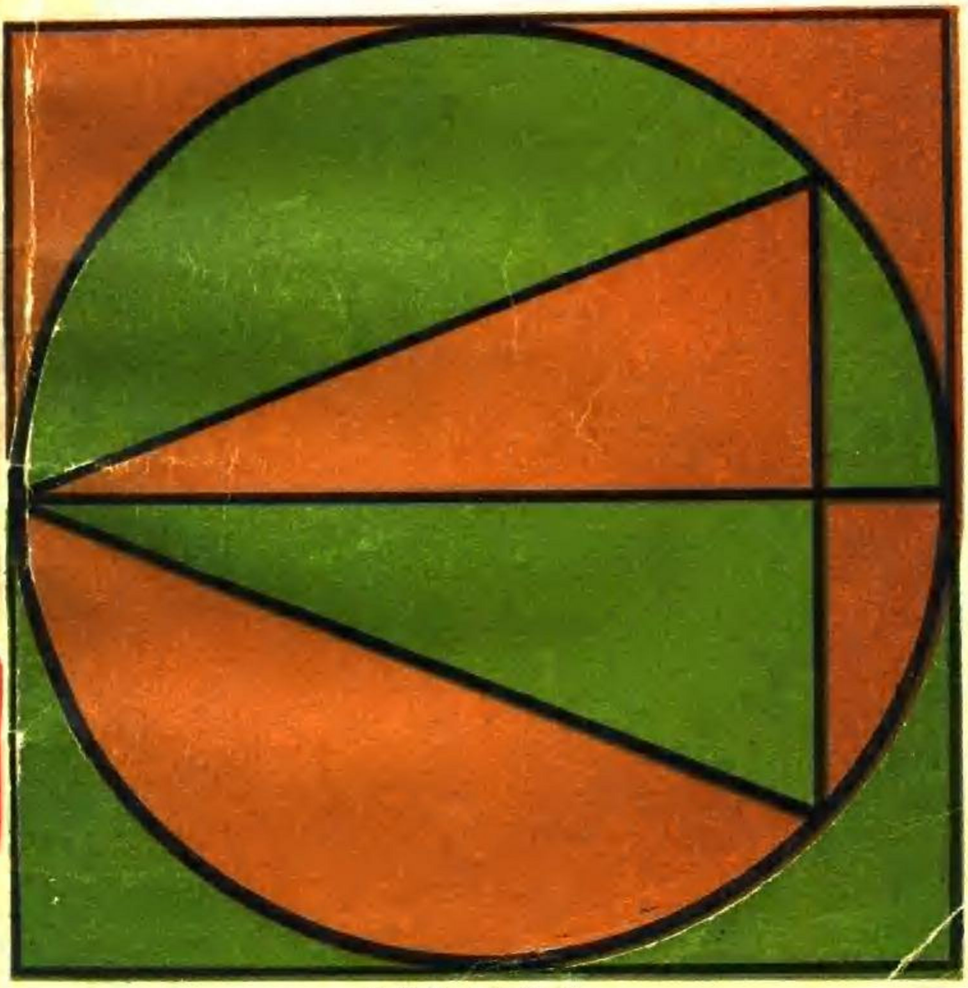
〔美〕T. M. Apostol 著　刘　源　徐伯勋　李伯民　丁鹤龄　译

微积分学

I卷I分册



高等教育出版社

微积分学

Ⅰ卷Ⅰ分册

〔美〕 T. M. Apostol

刘 源 徐伯勋 李伯民 丁鹤龄 译

高等教育出版社

内容提要

本书根据 Jonh Wiley & Sons 出版公司 1967 年出版的《Calculus》第二版译出，译本Ⅰ卷Ⅰ分册系原书Ⅰ卷前八章内容，包括引论；积分学的概念；积分的若干应用；连续函数；微分学；积分法和微分法之间的关系；对数、指数和三角函数；函数的多项式逼近及微分方程初步。

作者力图将严谨的理论推导和扎实的技巧训练合理地结合起来，且采用遵循本学科历史发展过程的讲述方式，特别在给出新概念之前都有一段历史背景的介绍。

本书可供高等学校理工科有关专业师生参考。

微积分学

Ⅰ卷Ⅰ分册

〔美〕 T. M. Apostol

刘 源 徐伯勋 李伯民 丁鹤龄 译

高等教育出版社出版

新华书店上海发行所发行

吴江伟业印刷厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 16.25 字数 390,000

1987年9月第1版 1987年10月第1次印刷

印数 00,001-2,450

书号 13010·01280 定价 3.70元

序　言

第一版序言摘录

用什么内容组成微积分和解析几何的基本教程，看来并无普遍一致的意见．一些人坚持认为真正了解微积分的唯一方法，是从实数系的严密论述开始，并以逻辑和严格的方法逐步展开主题．另一些人则争辩说，微积分主要是工程师和物理学家们的工具．他们认为教程应该借助直观并对有助于培养计算技巧的问题进行广泛练习以强调微积分的应用．这两方面的观点都有很合理的成分．微积分是一门演绎学科，并且是纯粹数学的一个分枝．同时，记住这样一点是十分重要的：微积分根深于物理问题，而且正是从种种应用中显示出它的力与美．我们有可能将严谨的理论推导和扎实的技巧训练结合在一起；本书在力求使这两者之间达成合理的均衡方面做了尝试．作为演绎学科论述微积分时，本书不忽略它对物理问题的应用．所有重要定理的证明都作为数学思想发展的重要部分而给出；证明常常以几何的或直观的讨论为前导，以使学生领会这些证明为什么要采取特定的形式．虽然这样的直观讨论已能满足那些对详细证明不感兴趣的读者，但对那些要求更严密表达方式的读者，我们也给出了完全的证明．

本书的讲述方式，遵循了微积分和解析几何历史的和哲学的发展过程．例如，在微分法之前讲述积分法．虽然有些人认为这样做似乎是少见的，但是这符合于历史事实，并且在教学法上也是

可取的．同时，这是说明积分和导数之间真实联系的重要意义的最好方法．

先对阶梯函数定义积分概念。因为阶梯函数的积分仅仅是一个有限和，这种情况的积分理论是极为简单的．当学生学习阶梯函数的积分性质后，就有了使用求和记号的经验，同时也渐渐熟悉了积分记号．本书作这种安排，使得由阶梯函数过渡到更一般函数显得更容易和更自然了．

第二版序言

第二版在许多方面和第一版不同，加进了线性代数内容，更早地引进了微积分的中值定理和一般应用，并且增加了许多新的较为容易的习题．浏览一下目录表就会发现本书被分成篇幅更小的各章，每章集中在一个重要的概念上．对若干节做了改写和重新组织，使得内容更具启发性，且改进了思路．

同第一版一样，每个重要的新概念之前都有一段历史导言，追溯由早期的直观物理概念到精确的数学描述的发展过程．这就把那些前人的努力和在本学科上最有贡献的人取得的成就介绍给了学生．因此，学生在概念的发展中就成了主动的参与者，而不仅是结论的被动的旁观者。

同第一版一样，第二版也分为两卷．第一卷的前三分之二讲述包括无穷级数和微分方程导论在内的单变量函数的微积分．第一卷的后三分之一介绍线性代数及其在几何和分析上的应用．作为说明一般性理论的各种例子，其材料的大部分主要依赖于微积分．这使得代数和分析很自然地融合在一起，并有助于铺平由单变量微积分过渡到第二卷所述的多变量微积分的道路．在第二卷第二版中，将随着内容的需要而对线性代数作进一步讨论。

我再一次对H. F. Bohnenblust, A. Erdélyi, F.B.Fuller, K. Hoffman, G. Springer 和 H. S. Zuckerman 诸位教授表示深切谢意. 他们对本书第一版的影响一直延续到第二版. 在准备第二版时, 我得到 Basil Gordon 教授的帮助, 他提出了许多改进意见. 我也对 George Springer 和 William P. Ziemer 表示感谢, 他们审阅了最后的手稿. Blaisdell 出版公司的工作人员也给了很多帮助, 我极其欣赏他们对我在版式和排印方面的愿望的充分考虑.

最后, 我对我的妻子表示真诚的谢意, 在两版的准备期间她在许多方面作出了贡献, 我愉快地谨以此书奉献给她.

T. M. Apostol

1966年9月16日

目录

引　论

第一部分　历史导言

I 1.1　微积分的两个基本概念

在上个世纪中，科学和工程技术上取得的显著进步在很大程度上依赖于数学的发展．通常称为积分学和微分学的数学分支是用来解决物理学、天文学、工程学、化学、地质学和生物学中出现的各种问题的一种自然的和强有力的工具，如今甚至用它来解决包括某些社会科学在内的其它领域中出现的问题．

为了使读者对可用微积分方法处理的许多不同形式的问题有所了解，我们这里列出几个从本书后面几章的习题中挑选出来的实际问题．

火箭用多大速度向上发射，才能使它不再返回地球？能够覆盖给定周长为 L 的所有等腰三角形的最小圆盘的半径是多少？如果通过半径为 $2r$ 的实心球的中心，钻一个半径为 r 的孔，则需从实心球中取走多大体积的物质？如果细菌的菌株以与每一时刻的数量成比例的速率增长，并且假定一小时中其总数增加一倍，则在两小时末，菌株将增加多少？如果十磅*的力能使弹簧延伸一英

---

* 本书计量单位多用英制，读者应注意将其换算成我国法定计量单位，如 1 英寸 =0.025 米，1 英尺 =0.305 米，1 盎司 =0.028 千克，1 英磅 =0.454 千克，1 加仑 =4.546 升等．

寸，则将弹簧延伸一英尺需作多少功?

从各种领域挑选出来的这些例子，说明了或多或少能用微积分的一般应用来加以解答的某些技术方面的问题.

微积分不只是一种技术工具，而且是一种使人入迷和令人兴奋的思想. 多少世纪以来，这一思想一直使勤于思考的人们深感兴趣，它与速度、面积、体积、增长率、连续性、切线以及来自种种领域的其它概念有关. 微积分促使人们仔细思索这些概念的意义. 这一主题的另一显著特征是它对事物的统一性. 这些思想大部分能系统地描述，以致它们可以围绕两个相当专门的几何性质的问题来展开. 我们现在转向这些问题的简短叙述.

如图 I.1 所示，考虑一条位于水平基线之上的曲线 C，我们假定这条曲线与每条垂直线至多相交一次. 图的阴影部分由位于曲线 C 之下、水平基线之上以及两条平行的连接 C 到水平基线的垂直线段之间的那些点所组成. 微积分的第一个基本问题是：确定一个用来度量这个阴影区域面积的数。

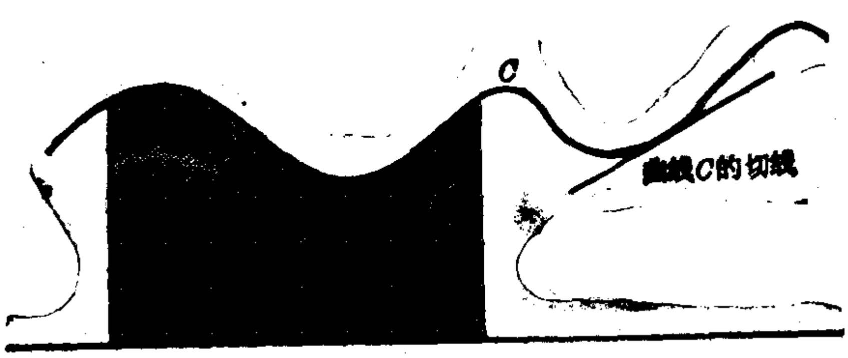


图 I.1

其次考虑画一条如图 I.1 所示的直线与曲线 C 相切. 第二个基本问题可以陈述为：确定一个用来度量这条直线的陡度的数.

微积分基本上与这样两个特殊问题的精确的描述和解法有关. 它使我们能够定义面积和切线的概念，以及计算给定区域的面积或给定切线的陡度. 积分学论述面积问题，我们将在第一章

中讨论. 微分学论述切线问题, 我们将在第四章介绍.

微积分的研究需要相当的数学基础, 本章论述基础知识的内容, 并将其分为四个部分: 第一部分介绍历史背景. 第二部分讨论某些来自集合数学的符号和术语. 第三部分论述实数系. 第四部分讨论数学归纳法以及求和符号. 如果读者熟悉这些课题, 可以直接开始学习第一章的积分学. 否则, 在学习第一章之前, 他应当熟悉引论中不带星号的那几节的内容.

I 1.2 历史背景

在两千多年以前, 当希腊人试图用他们所说的穷竭法确定面积时, 就诞生了积分学. 这个方法的基本思想十分简单, 可以简要地叙述为: 给定一个要确定面积的区域, 我们在这区域内接一个多边形, 使多边形区域近似于这个给定的区域, 并且容易计算其面积. 然后, 我们选择另一个给出更好近似的多边形区域, 并且继续这个过程. 同时将多边形的边取得愈来愈多, 试图穷尽这个给定的区域. 这个方法可以用图 I.2 中的半圆形区域来说明. 它被阿基米德(Archimedes) (公元前 287-212) 成功地用来求圆以及其它几个特殊图形面积的精确公式.

在阿基米德给出穷竭法之后, 几乎停顿了 18 个世纪, 直到代数符号和技巧的使用成为数学的标准部分时, 才使穷竭法得到了发展. 今天许多中学生熟悉的初等代数, 在阿基米德时代是完全不为人知的. 因此, 在还没有某些方便的方法以紧凑和简单的形式表示相当冗长的算式的情况下, 几乎不可能把他的方法扩展到任何一般类型的区域.

数学符号发展中的缓慢的变革始于公元 16 世纪. 麻烦的罗马数制, 逐渐为今日使用的印度-阿拉伯字母所取代, 人们首次引进了符号"+"和"−", 而且开始认识到十进制符号的优越性. 在