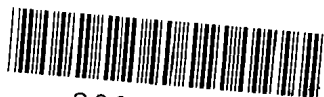


# 海洋动力学基础

[苏] B·M·卡曼柯维奇 著

海洋出版社



200354598

13265



00279864

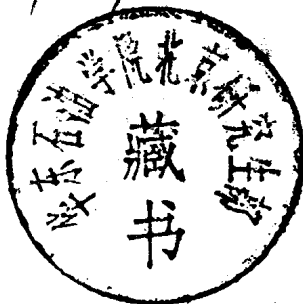
P 731.2  
002

# 海洋动力学基础

[苏] B.M.卡曼柯维奇 著

赵俊生 耿世江 译

SYS1/24



海洋出版社

1983年·北京

## 内 容 简 介

本书为艾尔塞维尔 (Elsevier) 海洋学丛书第十六卷。全书共七章。前两章从热力学观点出发, 讲述静力学和动力学, 建立了一般张量形式的力学方程。第三章主要介绍大洋波动的分类。四至七章为海流理论。另有两篇对本书起方法论指导作用的附录。

读者对象为海洋学专业高年级大学生、研究生及从事海洋动力学教学的教师和科研工作者。

## 海 洋 动 力 学 基 础

〔苏〕B.M.卡曼柯维奇 著

赵俊生 耿世江 译

海洋出版社出版

(北京复兴门海贸大楼)

山西新华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1983年5月第1版 1983年5月第1次印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 12 3/4

字数: 250,000 印数: 1—2,400

统一书号: 13193·0143 定价: 1.95元

## 译者的话

《海洋动力学基础》，为艾尔塞维尔海洋学丛书第十六卷。作者是苏联著名海洋学家卡曼柯维奇。原著系俄文，1977年出版了英译本，中译本系根据英译本译出。

全书正文共分七章，同时还有两篇贯穿全文的附录。前两章的主题是静力学和动力学，副题是平衡状态的热力学和不可逆过程的热力学。该两章中的一切力学方程都是基于热力学概念以一般张量的形式建立起来的。第三章为大洋中的波动，以本征值方法给出了整个大洋波动的分类。四至七章是海流理论。第四章为后三章的总论；于此建立了海流理论的一般方程。第五章为厄克曼理论。第六章是海流的二维模型。第七章为海流的三维模型。两个附录分别为张量分析概要和关于渐近展开式的衔接问题。

本书主题突出，层次分明，物理概念清晰，方法严谨，是一本别具一格的海洋动力学著作。

由于采用了张量分析的一般方法，这为在任意坐标系下讨论问题提供了方便。书中大多数场合采用了球坐标，部分场合采用了任意正交曲线坐标。

采用本征值、本征曲线对大洋波动进行分类，简捷明瞭。

在海流模型的研究中，按运动的尺度估计，将方程无因次化，从而引进了小参量。五至七章贯穿着小参量的估计方法。于此起指导用的是附录B。

本书是在阅读基础上译出的。对书中的方程、公式均作了验算推导，遗误之处都尽量作了订正，并以脚注的形式注出。为了便于读者阅读，译者加了一系列的疏注，分别附在各章之末，以供参考。

建议对张量运算不熟悉的读者，首先阅读附录A再读前四章；对于小参量法不熟悉的读者，在阅读后三章之前，可先阅读附录B。

对附录 A 和 B，译者也加了适当的疏注。

本书可供海洋学专业高年级大学生及研究生阅读，也可供从事海洋动力学教学和科学研究的工作者参考。

译者的老师束星北教授审阅了全部译稿。因译者水平所限，疏漏错译之处仍在所难免，恳请读者批评指正。

译 者

一九八一年三月于青岛

## 1973年版序言

本书实质上是一本海流导论。我没有试图概述近年来所进行的各种不同的、为数众多的研究工作。相反,我只想选择并充分研究为了解海水大尺度运动特征所必需的最少数量的素材。

首先,我尽力证明海流理论的基本概念同一般流体力学定律之间的联系;为此,本书对热力学和非均匀流体的流体动力学基本原理作了简要说明,同时,提供了必备的张量分析的知识。在介绍海洋现象的各种不同的流体动力学模型时,特别注意对理论的物理前提、数学分析方法和理论结果同实测资料比较等方面的讨论。

本书的内容从其章节标题上来看是清楚的。为了节省篇幅,本书完全未涉及极其重要的海流数值模拟问题;海流理论发展历史的概述也未包括在内。有兴趣的读者可在已出版的概论以及A.E.Gill<sup>[27]</sup>, В.Ф.Козлов<sup>[55]</sup>, В.П.Кочергин<sup>[52]</sup>, S.Manabe 与 K.Bryan<sup>[73]</sup>, П.С.Линейкин<sup>[66,67]</sup>, Г.И.Марчук<sup>[74]</sup>, A.Robinson<sup>[103-105]</sup>, А.С.Саркисян<sup>[107]</sup>, Н. Stommel<sup>[113,117]</sup>, А.И.Фельзенбаум<sup>[18,19]</sup>, N.Fofonoff<sup>[21]</sup>, В.Б.Штокман<sup>[113,114]</sup> 和 В.В.Шулейкин<sup>[109]</sup> 等的专著中找到这方面的阐述。

本书中所列的参考文献决不能说是完整的。有代表性的参考文献都附在每一章的最后;书中只包括了理解论述所必需的参考文献。

从1966年起,我曾给专门从事海洋学研究的莫斯科物理技术学院四年级学生教授海洋动力学基础,本书即是在此讲稿的基础上写成的。

我想对所有那些在本书出版过程中以任何一种方式给予协助的人们致以谢意。多年来,我有机会同我的同事和朋友们讨论过广泛的海洋动力学问题,在本书中可以找到这些讨论结果的反映。我以特别感

激的心情感谢 В.Б.Штокман 同我进行的十分有意义的谈话。

在著作过程中，我常常同建议我写作本书的 А.С.Монин 进行磋商。Б.А.Каган 对本书的总的安排以及对个别问题所提的意见对我是相当可贵的。读过全部手稿的 В.А.Митрофанов 以及看过部分章节的 Г.М.Резник 和 В.Д.Ларичев 都提出了有益的注释和建议。在准备手稿的过程中得到 Л.И.Лавришева, Е.П.Белова 和 Т.А.Якушева 的很大帮助。

В.М.卡曼柯维奇

## 1977年英文版序言

对于这一版，B.M.卡曼柯维奇修改了整个第二章第8节和第五章第7节，写了关于渐近展开式衔接的新的处理方法（附录B），还包括第三章第1节中的补充材料并作了许多小的改动补充。在地球表面上可能是最远距离的合作是非常密切和成功的。

R 雷多克

# 目 录

|                              |      |
|------------------------------|------|
| <b>第一章 静力学·平衡状态的热力学</b>      | (1)  |
| § 1.1 熵                      | (1)  |
| § 1.2 平衡过程                   | (6)  |
| § 1.3 热力势                    | (11) |
| § 1.4 由两种组分构成的溶液——海水         | (14) |
| § 1.5 海水的熵、内能和化学势            | (16) |
| § 1.6 海水的绝热温度梯度和可压缩性         | (21) |
| § 1.7 热力学不等式                 | (25) |
| § 1.8 海水的平衡条件                | (29) |
| § 1.9 无对流的条件. Väisälä 频率     | (33) |
| 关于第一章的说明                     | (35) |
| 中译者关于第一章的疏注                  | (35) |
| <b>第二章 动力学·不可逆过程的热力学</b>     | (46) |
| § 2.1 非平衡状态的热力学参量            | (46) |
| § 2.2 质量守恒方程                 | (47) |
| § 2.3 运动方程                   | (50) |
| § 2.4 角动量方程                  | (53) |
| § 2.5 能量守恒方程                 | (54) |
| § 2.6 机械能和内能方程               | (57) |
| § 2.7 熵传递方程                  | (59) |
| § 2.8 不可逆过程热力学的基本命题          | (62) |
| § 2.9 粘滞应力张量与应变率张量间的关系       | (64) |
| § 2.10 热、盐通量与温度、压力及盐度梯度之间的关系 | (65) |
| 关于第二章的说明                     | (67) |

|                                 |        |
|---------------------------------|--------|
| 中译者关于第二章的疏注                     | ( 67 ) |
| <b>第三章 大洋中的波动</b>               | ( 78 ) |
| § 3.1 基本方程                      | ( 78 ) |
| § 3.2 分离变数法                     | ( 85 ) |
| § 3.3 最简单情形的分析                  | ( 88 ) |
| § 3.4 V 问题的本征值曲线                | (100)  |
| § 3.5 H 问题的本征值曲线                | (113)  |
| § 3.6 自由振动的分类                   | (123)  |
| § 3.7 若干近似式及其分析                 | (127)  |
| § 3.8 H 问题的近似分析和 $\beta$ -平面的概念 | (131)  |
| § 3.9 强迫波动问题                    | (140)  |
| 关于第三章的说明                        | (145)  |
| 中译者关于第三章的疏注                     | (146)  |
| <b>第四章 海流理论方程及其性质</b>           | (171)  |
| § 4.1 位涡演化方程                    | (171)  |
| § 4.2 Boussinesq 近似             | (174)  |
| § 4.3 基本方程的平均化                  | (179)  |
| § 4.4 湍动能方程                     | (182)  |
| § 4.5 球坐标的基本方程                  | (185)  |
| § 4.6 湍流交换系数                    | (187)  |
| § 4.7 边界条件                      | (191)  |
| § 4.8 准静态近似                     | (193)  |
| § 4.9 地转运动                      | (197)  |
| 关于第四章的说明                        | (199)  |
| 中译者关于第四章的疏注                     | (200)  |
| <b>第五章 厄克曼理论·均匀大洋中的风生海流</b>     | (219)  |
| § 5.1 纯漂流                       | (219)  |
| § 5.2 厄克曼理论的基本方程                | (221)  |

|             |                |       |
|-------------|----------------|-------|
| § 5.3       | 流的垂直结构; 厄克曼边界层 | (225) |
| § 5.4       | 方程求解的一般方法      | (229) |
| § 5.5       | 某些非常简单的解       | (232) |
| § 5.6       | 西部边界流          | (235) |
| § 5.7       | 海底地形对边界流的影响    | (243) |
|             | 关于第五章的说明       | (251) |
|             | 中译者关于第五章的疏注    | (251) |
| <b>第六章</b>  | <b>海流的二维模型</b> | (256) |
| § 6.1       | 全流方法           | (256) |
| § 6.2       | 二维模型的综合分析      | (260) |
| § 6.3       | 粘性边界层          | (265) |
| § 6.4       | 惯性边界层          | (274) |
| § 6.5       | 惯性-粘性边界层       | (280) |
| § 6.6       | 大、小雷诺数的边界层     | (290) |
| § 6.7       | 非稳定边界层         | (298) |
|             | 关于第六章的说明       | (304) |
|             | 中译者关于第六章的疏注    | (304) |
| <b>第七章</b>  | <b>海流的三维模型</b> | (311) |
| § 7.1       | 均匀流体中的边界流      | (311) |
| § 7.2       | 温跃层的简单线性模型     | (323) |
| § 7.3       | 温跃层的非线性模型      | (331) |
|             | 关于第七章的说明       | (336) |
| <b>附录 A</b> | <b>张量分析概要</b>  | (337) |
| § A.1       | 曲线坐标           | (337) |
| § A.2       | 坐标变换           | (339) |
| § A.3       | 张量             | (342) |
| § A.4       | 简单张量举例         | (344) |
| § A.5       | 各向同性张量和轴对称张量   | (348) |

|             |                           |       |
|-------------|---------------------------|-------|
| § A.6       | 张量微分法 .....               | (349) |
| § A.7       | 微分算子的不变性 .....            | (351) |
| § A.8       | 曲率张量 .....                | (354) |
| § A.9       | 基本公式 .....                | (356) |
|             | 关于附录 A 的说明 .....          | (360) |
|             | 中译者关于附录 A 的疏注 .....       | (361) |
| <b>附录 B</b> | <b>关于渐近展开式的衔接问题</b> ..... | (368) |
|             | 关于附录 B 的说明 .....          | (375) |
|             | 中译者关于附录 B 的疏注 .....       | (375) |
| <b>参考文献</b> | .....                     | (384) |

# 第一章

## 静力学·平衡状态的热力学

### § 1.1 熵

热力学系统的最重要特征就是它的熵。熵，以及其它热力学参量的比较完整的物理意义，在统计物理学中都已阐明。

从微结构的观点来看，一个热力学系统是由大量的粒子（分子，原子，离子）组成的，其状态则由量子力学来描述。粒子系统的每一个确定的量子态可以看作是热力学系统的一个可能微态。

让我们讨论一个处于热力学平衡状态的孤立系统。在不涉及粒子系统的量子态细节的情况下，可以断定：对于热力学系统的一个确定的微态，都存在一定数目  $W$ （与给定的宏观条件相一致）的可能的微态与之相对应。

统计物理学假设，一个系统的每个可能的微态  $i$  都具有确定的实现概率  $P_i$ 。一般说来，这一假定对于由大量粒子组成的系统是正 确 的。显然，

$$\sum_1^W P_i = 1. \quad (1.1.1)$$

要给必须通过系统的宏观参量或系统的状态函数来理解的对象下定义是不困难的。例如，令  $\varepsilon_i$  为一个系统处于微态  $i$  时的内能（构成该系统的粒子的总机械能），则作为状态函数的系统的内能  $\varepsilon$  由下式给出

$$\varepsilon = \sum_1^W P_i \varepsilon_i = \langle \varepsilon_i \rangle.$$

换句话说，参量  $\varepsilon$  是随机变量  $\varepsilon_i$  的数学期望。

实质上，概率  $P_i$  完全表征出与给定宏观条件相对应的可能微态的选择。为了对分子的“无规”状况有个“平均”的估计，我们引进

热力学系统的熵  $\eta$  的概念，它的定义为

$$\eta = -k \sum_{i=1}^W P_i \ln P_i, \quad (1.1.2)$$

式中  $k$  为玻耳兹曼常数 ( $k = 1.38 \times 10^{-23}$  焦耳/K)①；在(1.1.2)式中选择常数  $k$  作为因子，只是为了方便。

在实用中，熵通常用  $s$  来表示。但在海洋学文献中，这个符号习惯上代表盐度；因此，在这里用  $\eta$  来表示熵。有趣的是， $\eta$  这个符号正是当年吉布斯[26]所采用过的。

实际上，当一个系统确实处于一种唯一的量子态(理想的“有序”)时，则  $\eta = 0$ 。若可容许的微态数是固定的，那么直观上很清楚，系统的最大“无规”，就是所有这些微态具有等概率的情况。因为当

$$P_1 = P_2 = \dots = P_W = \frac{1}{W}$$

时，函数  $\eta(P_1, \dots, P_W)$  在(1.1.1)条件下的确达最大值，这同上面引入的“无规”的估计是一致的；因此，熵  $\eta$  的最大值是②

$$\eta = k \ln W. \quad (1.1.3)$$

对于一个系统的任意宏观状态而言，已按(1.1.2)式引入了熵的定义。现在，我们将在系统的各种可能宏观态当中，设法挑选出最简单的平衡态；事实上，可以认为，处于平衡态时，系统的分子“无规”达最大。这样，所有可容许微态的概率必定相同，而平衡系统的熵将按(1.1.3)式确定。这里必须强调指出的是：按(1.1.2)或(1.1.3)式定义的熵，并没有同能量、相互作用力等等的物理量直

①原文为  $k = 1.38 \times 10^{-13}$  焦耳/K，似为印刷错误。——译注

②对函数  $F = - \sum_{i=1}^W P_i \ln P_i + \lambda (\sum_{i=1}^W P_i - 1)$  求极值，即可求得  $P_i = \frac{1}{W}$ ，从而得到

(1.1.3)式。——译注

接联系起来。

在本书中，电磁过程（辐射等等）将不予考虑。因此，以后只要内能  $\varepsilon$ ，体积  $V$  以及构成该系统的各种不同物质（系统的各种组分）的质量  $m_1, \dots, m_n$  被确定，就可认为质量为  $m$  的平衡系统的宏观状态完全确定。

有时所给混合物组分的克分子数  $n_j$  或粒子（分子，原子，离子）数  $N_j$  是给定的。显然， $n_j = m_j / M_j$ ，这里  $M_j$  是组分  $j$  的克分子量（ $m_j$  用克表示）。再者， $n_j / N_A = N_j$ ，这里  $N_A$  是阿伏加德罗（Avogadro）常数，等于  $6.02 \times 10^{23}$  克分子 $^{-1}$ 。

算出含参量  $\varepsilon$ ， $V$  和  $m_j$  的宏观平衡态下系统的容许微态数  $W$  之后，就可按 (1.1.3) 式，把该系统的熵当作为参量  $\varepsilon$ ， $V$  和  $m_j$  的单值函数确定出来。

以一个平衡热力学系统的熵的概念，我们便可以考虑诸如系统的绝对温度  $T$  和系统的各个组分的化学势  $\mu_j$  等参量。按照定义，我们令

$$\frac{1}{T} = \left( \frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon} \right)_{V, m_j}, \quad \mu_j = -T \left( \frac{\partial \eta}{\partial m_j} \right)_{\varepsilon, V, m_i}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (1.1.4)$$

微商  $\partial \eta / \partial \varepsilon$  的下标  $V$  和  $m_j$  指的是当函数  $\eta$  对  $\varepsilon$  微商时，参数  $V$  和  $m_j$  保持不变。采用这种表示法，立刻就明白哪些变量为独立变量。今后，对未经特别指明的独立变量，都将采用这种表示法。

将这种方法运用到最简单的热力学系统（两种单原子理想气体的混合物）是有益的。考虑密封在体积  $V$  内由  $N_1$  个第一类原子和  $N_2$  个第二类原子组成的气体。因此总原子数  $N = N_1 + N_2$ 。假定每个原子是一个质点（单原子气体）并忽略原子间相互作用的势能（理想气体），则在正常情况下这些原子系统的动态特征就可用经典力学的定律来描写。于是系统将具有  $3N$  个自由度。令  $q_1, q_2, q_3$  为第一个

原子的笛卡尔坐标,  $p_1, p_2, p_3$  为相应的动量;  $q_4, q_5, q_6$  和  $p_4, p_5, p_6$  为第二个原子的笛卡尔坐标和相应的动量, 等等。在每一瞬间, 该原子系统的状态就完全由  $6N$  个数 ( $3N$  个坐标  $q_i$  和  $3N$  个动量  $p_i$ ) 的特征所确定。这就是简便地以在该系统的  $6N$  维相空间  $\Gamma$  中之坐标点  $M(q_1, \dots, q_{3N}; p_1, \dots, p_{3N})$  来表示的系统的一个微态。

令第一类原子的质量等于  $\nu_1$ , 第二类原子的质量等于  $\nu_2$ 。于是, 因为  $p_1 = \nu_1 (dq_1/dt)$ ,  $p_2 = \nu_1 (dq_2/dt)$ , 等等, 则该系统的 (总能量) 哈密尔顿函数式有下列形式

$$H = \sum_1^{3N_1} \frac{p_i^2}{2\nu_1} + \sum_{3N_1+1}^{3N} \frac{p_i^2}{2\nu_2} + U(q_i, V). \quad (1.1.5)$$

在该表达式中, 系统的势能  $U(q_i, V)$  之引入, 意在考虑到气体原子不能逸出体积  $V$  这一事实。最简单的是假定对于每个原子, 在体积  $V$  内部  $U=0$ , 在该体积外部  $U=\infty$ 。注意: 按定义, 量  $H$  是在所考虑的微态下系统的内能, 而按 (1.1.5) 则有

$$H(q_i, p_i, V) \geq 0.$$

与一般的方法相一致, 现在考虑具有参量  $\varepsilon, V, m_j$  之孤立系统的平衡态。那么, 怎样计算系统之可能微态的数目  $W$  呢? 尽管原子系统的动力学是经典的, 但当计算  $W$  时, 量子效应必须考虑。事实是: 首先, 根据测不准原理, 包含在相态体积  $h^{3N}$  ( $h$  为普朗克常数) 中的经典态, 它们都处于一种单一的量子态; 其次, 依量子力学, 同样的原子是没有区别的, 从而  $N_1! N_2!$  个经典态也融合在单一的量子态中。因此, 如果系统的可能微态充满相空间的某个有限体积  $\Omega_\Gamma$  的话, 则

$$W = \frac{\Omega_\Gamma}{h^{3N} N_1! N_2!}.$$

在所考虑的情况下, 系统的可能微态位于相空间  $\Gamma$  中  $H(q_i, p_i, V) = \varepsilon$  的曲面上。但由上述讨论得知, 假定系统的能量并非绝对不变, 而是在  $(\varepsilon, \varepsilon + \delta\varepsilon)$  范围内起伏的话, 那么就  $W$  的计算来说将是

方便的 (这里  $\delta\varepsilon$  为一有限的小量)。下面将会证明  $\delta\varepsilon$  并不影响熵  $\eta$  的数值。

于是, 由系统的可能微态所占据的相空间的体积可由下式给出

$$\Omega_{\varepsilon} = \int_{\varepsilon < H < \varepsilon + \delta\varepsilon} dq_i dp_i. \quad (1.1.6)$$

在 (1.1.6) 中对坐标的积分是容易计算的而且可以看出就等于  $V^N$ 。至于对动量的积分, 可以通过一个简单的变数变换, 简化成已知半径的  $3N$  维球的体积的计算。利用半径为  $R$  的  $n$  维球的体积  $\Omega_n(R)$  的已知公式<sup>①</sup>

$$\Omega_n(R) = \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)} R^n,$$

便可求得<sup>(1)</sup>

$$W = \frac{\pi^{3N/2} (2\nu_1)^{3N_1/2} (2\nu_2)^{3N_2/2} \varepsilon^{3N/2} V^N}{h^{3N} N_1! N_2! \Gamma\left(\frac{3N}{2} + 1\right)} \left[ \left(1 + \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{3N/2} - 1 \right].$$

就大数  $N$  来说, 因为  $\ln \left[ (1 + \delta\varepsilon/\varepsilon)^{3N/2} - 1 \right]$  与  $\ln \varepsilon^{3N/2}$  两项的比约为  $(\ln N)/N$ <sup>(2)</sup>, 所以  $\ln W$  的表达式实际上与任意参数  $\delta\varepsilon$  无关。因此, 便得到系统熵的一个仅依赖于  $\varepsilon, V, N_1$  和  $N_2$  的完全确定的表达式。利用斯特林公式

$$\ln N! = N \ln N - N + 0 \quad (\ln N),$$

和对于  $\ln \left[ \Gamma \left( \frac{3N}{2} + 1 \right) \right]$  的类似公式, 最后得到<sup>(3)</sup>

$$\eta = k \left\{ \frac{3}{2} N \ln \frac{\varepsilon}{\frac{3}{2} N} + N \ln \frac{V}{N} + N_1 \ln \frac{a_1 N}{N_1} + N_2 \ln \frac{a_2 N}{N_2} \right\},$$

①参见 Г. М. 菲赫金哥尔茨著《微积分学教程》, 中译本第三卷第二分册, 第 402—403 页——译注