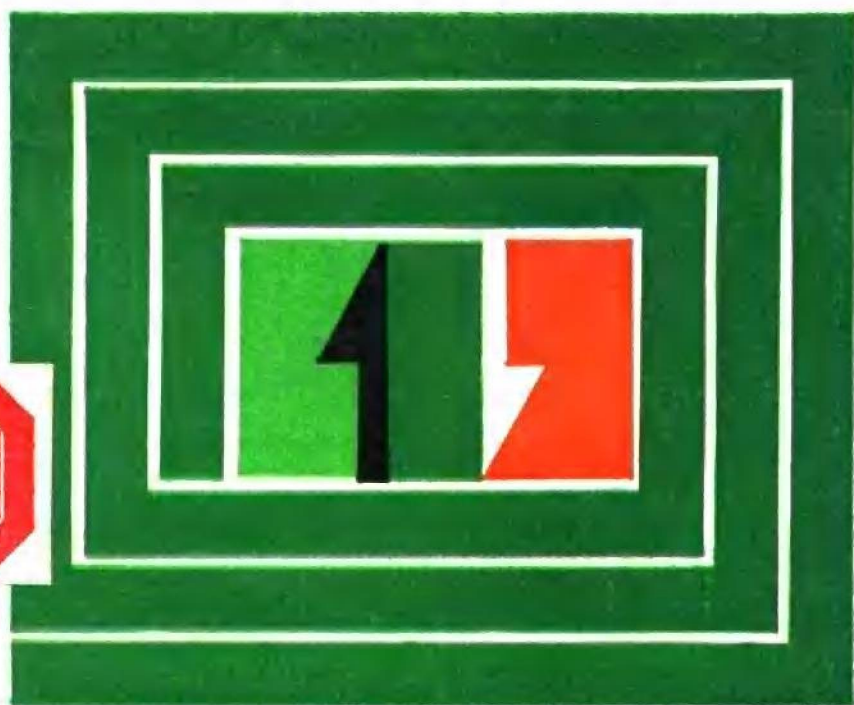


XIA YI XIANG DUI LUN

狭义相对论

蔡伯濂



高等教育出版社



科工委学院802 2 0041357 2

狭义相对论

蔡伯濂

GF-90/26



高等教育出版社

内 容 提 要

本书是作者根据多年来在北京大学教学和国内教学讨论会上发言的材料整理而成的。对一些基本概念和规律的阐述,是作者在《大学物理力学教学研究》一书中所持观点的发展和延伸。

本书共分六章:物理定律的变换与不变性,光和光速测量,爱因斯坦假定与洛伦兹变换,相对论运动学、四维矢量,相对论动力学,狭义相对论与电磁学。

本书可作为具备大学理、工科和师范院校普通物理水平的大学生学习狭义相对论的用书,也可供高等教育自学考试物理专业作为《狭义相对论》课程考试用书,对广大中学物理教师的进修提高及高等院校普通物理教师的教学也很有参考价值。

本书责任编辑 张思挚

(京) 112号

狭义相对论

蔡伯濂

*

高等教育出版社出版

新华书店总店北京科技发行所发行

北京市顺义县印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 7 字数 160 000

1991 年 8 月第 1 版 1992 年 8 月第 2 次印刷

印数 1,421-3,730

ISBN7-04-003043-8/O·948

定价 4.15 元

前 言

本书是为具有一般大学普通物理力学和电磁学基础的读者编写的狭义相对论教学用书。

国内物理专业课程设置通常把狭义相对论力学部分内容放在力学课程中，把电磁学部分内容放在电动力学课程中。基于课程性质，在讨论狭义相对论力学时，难以伸展到电磁学；在讨论狭义相对论电磁学时，又难以对力学问题作过多的照顾。这样一来，使狭义相对论力学和电磁学互相联系的两部分内容或多或少地被分割了。这种课程设置上的人为分工，不利于学生从总体上理解狭义相对论。本书不受这种课程划分的限制，把狭义相对论力学和电磁学作为一个整体来处理。但是，考虑到读者对象，在讨论狭义相对论电磁学时以不引入张量为界限。因此，诸如以张量表述的电磁场变换，电磁场麦克斯韦方程组的协变形式，电磁场动量、能量张量等一些重要内容不包括在本书中，对这些内容有兴趣的读者可查阅几乎任何一本电动力学教学用书。

在狭义相对论中，时空观念使初学者常常感到困惑，在动力学和电磁学中初学者也经常提出一些很有价值但又一时难以自行解决的问题。例如，狭义相对论粒子力学中仍保留作用力、质量、动能、动量这些牛顿力学基本概念，甚至有相同形式的运动方程 $F = \frac{dp}{dt}$ 和粒子动能定理 $F \cdot v = \frac{dE}{dt}$ ，然而，狭义相对论中却很少遇到由运动方程求解粒子运动这类在牛顿力学中既重要又广泛讨论的问题，这是为什么呢？又如，牛顿力学中质点组的动量、能量方程可以通过对质点动量、能量方程各自求和而建立，这是从质点过渡到质点组的方法。狭义相对论能否采取这种方法建立粒子系统的动力

学方程？质心概念还有价值吗？质心定理成立吗？质点组动能定理还适用吗？再如，势能是牛顿力学的一个重要概念，在狭义相对论中，相对距离不再是不变量，这样一来，势能概念在狭义相对论中还有意义吗？等等。熟悉力学的读者只要联系起来加以思索，就不难提出一些有价值的问题。

电磁学中也不乏例子。例如，电场强度 E 和磁感应强度 B 通常是在讨论静电学和稳恒电流磁场时引入的，这样的定义适用于随时间变化的电磁场吗？又是否能扩展到狭义相对论电磁学？又如，库仑定律和万有引力定律都是与距离平方成反比的定律。库仑定律在源电荷静止时仍适用于狭义相对论，在源电荷非静止或变化电磁场情形下，可以找到满足协变性要求的洛伦兹力公式，以替代库仑定律。人们会提出问题，这种方法也适用于万有引力吗？再如，电流元 Idl 所决定的磁场 dB 遵从毕奥-萨伐尔定律，这一定律能扩展到狭义相对论用以决定单个带电粒子作匀速运动的磁场吗？等等。这些问题的解决，不仅有助于理解狭义相对论，而且也有助于掌握狭义相对论分析问题的方法。哪些概念和规律在狭义相对论中仍然有效，哪些需要作出修正，哪些已经失效，这都是学习狭义相对论容易混淆但必须弄清楚的问题。本书在讲述时，尽量联系读者已经具有的力学和电磁学知识，或许，这就是本书的某些特色。

狭义相对论要对在此之前所建立的概念和规律作出鉴别，就需要确立鉴别准则。在洛伦兹变换下，表现物理规律的方程具有不变形式——协变性要求，这为我们提供了基本准则。体现这种准则可以有不同的数学手段，本书采用虚时四维空间这一数学工具，其优点是使洛伦兹变换可类比于三维普通空间的转动变换。某物理量在虚时四维空间的“转动”不变性，就意味着该量具有洛伦兹变换不变性；物理方程若能用四维标量、矢量、张量表述，就表示

满足协变性要求。虚时四维空间不适合于广义相对论,但是,若讨论仅限于狭义相对论范围,仍不失为一种有效的数学工具。

书中就某些问题的讨论带有作者的观点,若有疏漏或不当之处,祈请读者指正。

蔡伯濂

1989 年 5 月于北京大学

目 录

第一章 物理定律的变换与不变性	1
§ 1.1 伽利略对相对性原理的实验描述	1
§ 1.2 伽利略变换	3
§ 1.3 牛顿定律的变换	8
§ 1.4 机械波的波动方程	10
§ 1.5 电磁波的波动方程 以太	13
§ 1.6 庞加莱对相对性原理的推广	15
问题	17
第二章 光和光速测量	19
§ 2.1 光的粒子理论和波动理论	19
§ 2.2 迈克耳孙-莫雷实验	20
§ 2.3 恒星的光行差	25
§ 2.4 斐索拖曳实验	27
§ 2.5 洛伦兹等人的贡献	31
问题	32
第三章 爱因斯坦假定与洛伦兹变换	34
§ 3.1 爱因斯坦的两个假定	34
§ 3.2 洛伦兹变换	36
§ 3.3 同时的相对性	41
§ 3.4 杆长沿运动方向的收缩	46
§ 3.5 时间膨胀	52
§ 3.6 多普勒效应	65
§ 3.7 双生子佯谬	73
§ 3.8 观看运动的时钟及运动的物体	74
问题	77
第四章 相对论运动学 四维矢量	79
§ 4.1 速度变换	80
§ 4.2 在运动介质中传播的光	86

§ 4.3	抛体运动	88
§ 4.4	加速度变换	90
§ 4.5	间隔不变性与因果关系	92
§ 4.6	四维时空	97
§ 4.7	四维速度	107
§ 4.8	四维波传播矢量	111
	问题	116
第五章	相对论动力学	119
§ 5.1	四维动量	120
§ 5.2	四维力	126
§ 5.3	粒子运动方程	132
§ 5.4	粒子动能定理	136
§ 5.5	粒子系统的动量守恒定律	139
§ 5.6	粒子系统的能量守恒定律	143
§ 5.7	动量中心系	153
	问题	162
第六章	狭义相对论与电磁学	165
§ 6.1	电荷的变换不变性 四维电流	166
§ 6.2	电场强度 E 与磁感应强度 B	173
§ 6.3	匀速运动点电荷的电场	174
§ 6.4	匀速运动点电荷的磁场	184
§ 6.5	线分布匀速运动电荷的电磁场	192
§ 6.6	无限长载流直导线的场	195
§ 6.7	电磁场的变换	201
	问题	207
附录一	常用数据	211
附录二	部分问题答案	212
	参考书目	214

第一章 物理定律的变换与不变性

相对性原理是狭义相对论两个基本假定之一，弄清这个原理对理解狭义相对论是十分必要的。这一章主要内容包括：伽利略对相对性原理的实验描述、伽利略变换、牛顿定律在伽利略变换下的不变性、波动方程等。

§ 1.1 伽利略对相对性原理的实验描述

物理学中不同运动形式的定律是不相同的，力学、热力学、电磁学等等都有各自的定律。物理运动的描述又是相对的，例如，当我们谈论某点电荷是静止或运动时，必须先确定其所在的参考系，对某参考系点电荷为静止，对相对于某参考系运动的另一参考系点电荷并不静止。对某参考系静止的点电荷激发静电场，对另一参考系运动的电荷既激发电场又激发磁场，因此，从不同参考系去描述点电荷激发电磁场这一客观事件是不相同的。

在牛顿力学中，我们曾经学习过，牛顿定律的表述形式只适用于惯性系。惯性系定义为牛顿惯性定律成立的参考系。相对于某惯性系作匀速直线运动的另一参考系也是惯性系。本来，参考系的选择是可以完全任意的，然而，为了表述牛顿定律的需要，我们在各种参考系当中挑选出特定的一类惯性系。这里，我们是从牛顿定律成立的条件这一角度提出惯性系问题的。然而，也可以从更广泛的角度提出问题：如果不限于力学，更不限于牛顿定律，不同惯性系在表述物理定律时是否要求有相同的形式？

1632年,伽利略(Galileo Galilei)发表了《关于两种世界体系的对话》一书,书中有一段关于生活在地球上的人为什么感受不到地球相对于太阳系的高速运动的描述,“把你和一些朋友关在一条大船甲板下的主舱里,让你们带着几只苍蝇、蝴蝶和其他小飞虫,舱内放一只大水碗,其中有几条鱼。然后,挂上一个水瓶,让水一滴一滴地滴到下面的一个宽口罐里。船停着不动时,你留神观察,小虫都以等速向舱内各方向飞行,鱼向各个方向随便游动,水滴滴进下面的罐中,你把任何东西扔给你的朋友时,只要距离相等,向这一方向不必比另一方向用更多的力。你双脚齐跳,无论向哪个方向跳过的距离都相同。当你仔细观察这些事情之后,再使船以任何速度前进,只要运动是匀速,也不忽左忽右地摆动,你将发现,所有上述现象丝毫没有变化。你也无法从其中任何一个现象来确定,船是在运动还是停着不动。即使船运动得相当快,在跳跃时,你将和以前一样,在船底板上跳过相同的距离,你跳向船尾也不会比跳向船头来得远。虽然你跳到空中时,脚下的船底板向着你跳的相反方向移动。你把不论什么东西扔给你的同伴时,不论他是在船头还是在船尾,只要你自己站在对面,你也并不需要用更多的力。水滴将象先前一样,滴进下面的罐子,一滴也不会滴向船尾。虽然水滴在空中时,船已行驶了一段距离。鱼在水中游向水碗前部所用的力并不比游向水碗后部来得大;它们一样悠闲地游向放在水碗边缘任何地方的食饵。最后,蝴蝶和苍蝇继续随便地到处飞行,它们也决不会向船尾集中,并不因为它们可能长时间留在空中,脱离开了船的运动,为赶上船的运动而显出累的样子。”

伽利略这段生动描述包含着一个重要真理:以地面和相对地面作匀速直线运动的船为两个惯性系,则在封闭的船舱内所进行的实验和观测与在地面上所进行的实验和观测没有差异。即,所有惯性系都是等价的。我们不可能通过在一个惯性系内部所进行的

实验和观测来判断该惯性系是处于绝对静止或绝对运动。

当然,在伽利略时代,力学还处于萌芽阶段,而对电磁学规律的研究则更是以后的事情,因此,自然不能认为伽利略上述的描述是建立在大量精密实验和观测结果基础上的论断。

力学的发展经牛顿 (Sir Isaac Newton) 总结成动力学三定律。牛顿三定律及其导出的各定理在伽利略变换下,对所有惯性系都有相同形式。这一表述通常称为力学相对性原理。力学相对性原理只限于力学并以牛顿定律作为动力学基础,而且不同惯性系之间的时空变换应遵从伽利略变换。在力学之外,例如在电磁学中,力学相对性原理无能为力。即使在力学范围内,伽利略变换也不是唯一可供选择的时空变换,洛伦兹变换也是一组可供考虑的时空变换。从现代观点看,在力学范围内,坚持在所有惯性系中力学规律有相同形式这个相对性原理陈述,并没有规定不同惯性系之间的时空变换必须是伽利略变换,也没有规定必须选择牛顿定律作为力学规律的基础。在前面引述的伽利略的生动描述中,尽管比较粗糙,但是,因为描述中没有涉及具体的规律和时空变换关系,比起力学相对性原理,反而更能突出相对性原理作为物理学普遍原则这个实质。

那么,伽利略变换对不同惯性系的时空变换作了什么特殊规定呢?这是下一节要讨论的问题。

§ 1.2 伽利略变换

伽利略变换是读者所熟悉的,为了便于比较牛顿力学的时空理论与狭义相对论的时空理论,回顾一下伽利略变换的推导过程是有益的。伽利略变换的导出基于两个基本假定:一是相对性原理;另一个是时间和尺长在不同惯性系是相同的。前一个假定同样

适用于狭义相对论，后一假定则不成立，代替它的是光速不变原理。因此，下面的推导的前半部分只假定了相对性原理，同样适用于狭义相对论。

设 S 和 S' 为两惯性系， S' 系以速度 V 相对 S 系作匀速直线运动。为简单起见，采取如图 1-1 所示的两坐标系， x' 轴与 x 轴重合， S' 系相对于 S 系沿 x 轴的正方向以速率 V 运动， y' 轴平行于 y 轴， z' 轴平行于 z 轴，在两坐标原点重合时，两原点的时钟同时拨到零， $t = t' = 0$ 。设在图中的 P 点发生一个时空事件（例如，敲击发出一声脉冲或电火花发出一光脉冲），根据 S 系中观测者的记录，事件是在 t 时刻位于空间点 (x, y, z) 发生的，而根据 S' 系中的观测者的记录，事件则是在 t' 时刻位于空间点 (x', y', z') 发生的。现在我们要问，两组测量 (x, y, z, t) 和 (x', y', z', t') 之间变换关系该是什么样的？

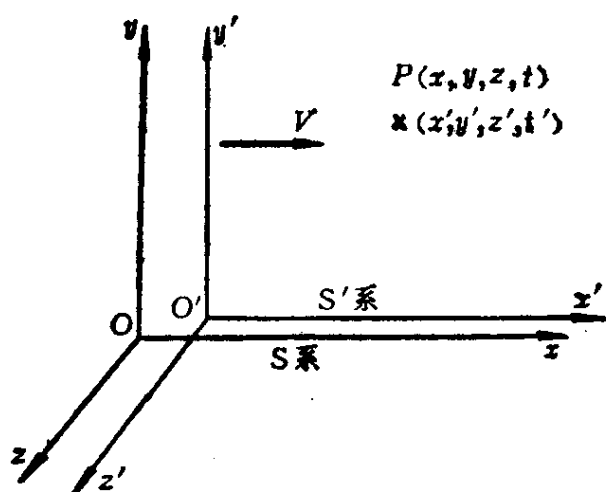


图 1-1

首先，基于相对性原理，由于 S 系和 S' 系都是惯性系，自 S' 系观测 P 作惯性运动，自 S 系观测 P 也必定是惯性运动，两者的差别只可能是作惯性运动的速度有所不同。因此， S 系和 S' 系之间的时空变换一定是线性变换，否则，就会出现自 S' 观测到的惯性运动在 S 系观测却不是惯性运动，或反之。考虑到 y 轴与 y' 轴平

行, z 轴与 z' 轴平行, 以及两坐标原点重合时 $t = t' = 0$, 线性变换的形式为

$$\left. \begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{14}t, \\ t' &= a_{41}x + a_{44}t, \\ y' &= y, \\ z' &= z. \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

式中 a_{11} 、 a_{14} 、 a_{41} 和 a_{44} 是与时间和空间坐标无关的系数。要确定这四个系数, 需要有四个条件。利用 S' 系原点 O' 相对于 S 系以速率 V 沿 x 轴正向运动可得到一个条件; 利用 S 系原点 O 相对于 S' 系以速率 V 沿 x' 轴负方向运动可得到另一条件。第一个条件可表示为 O' 点 ($x' = 0$) 在 t 时刻在 x 轴上的位置为 Vt , 代入式 (1.1) 第一式有

$$0 = a_{11}(Vt) + a_{14}t,$$

由此可得 $a_{14} = -a_{11}V$, 代入式 (1.1), 前两个方程为

$$\left. \begin{aligned} x' &= a_{11}(x - Vt), \\ t' &= a_{41}x + a_{44}t. \end{aligned} \right\}$$

第二个条件可表示为, 自 S' 系观测, 原点 O ($x = 0$) 在 t' 时刻在 x' 轴上的位置为 $-Vt'$, 代入上式有

$$\left. \begin{aligned} -Vt' &= -a_{11}Vt, \\ t' &= a_{44}t. \end{aligned} \right\}$$

比较这两式可得, $a_{44} = a_{11}$ 。将 $a_{14} = -a_{11}V$ 和 $a_{44} = a_{11}$ 代入式 (1.1), 有

$$\left. \begin{aligned} x' &= a_{11}(x - Vt), \\ t' &= a_{11}\left(t + \frac{a_{41}}{a_{11}}x\right), \\ y' &= y, \\ z' &= z. \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

式 (1.2) 尚有两个待定系数 a_{11} 和 a_{41} 。要确定这两个系数, 还需要

对时空性质作进一步的假定.

如果我们假定在不同惯性系中作时间测量是完全相同的, 并假定在不同惯性系中对刚性杆长度测量是完全相同的, 则可以由式(1.2) 导出伽利略变换. 这两个假定通常称为时间的绝对性和杆长的绝对性.

考虑在 S' 系的 x' 轴上放置一静止的杆, 自 S' 系测量杆长为 $\Delta x'$. 自 S 系测量该运动杆的长度, 合理的测量方法是同时测量 ($\Delta t=0$) 杆两端在 x 轴的坐标之差 Δx , Δx 即为 S 系测得运动杆的长度. 由式(1.2)第一式微分可得

$$\Delta x' = a_{11}(\Delta x - V\Delta t),$$

代入 $\Delta t=0$ (S 系的同时测量操作所规定), 并假定杆长不变, $\Delta x' = \Delta x$, 可定出系数 a_{11} 为

$$a_{11} = 1.$$

对式(1.2)的第二式取微分, 并代入 $a_{11}=1$, 有

$$\Delta t' = \Delta t + a_{41}\Delta x.$$

根据对杆两端同时测量的绝对性假定, $\Delta t' = \Delta t$, 且 $\Delta x \neq 0$, 则有

$$a_{41} = 0.$$

把 $a_{11}=1$ 和 $a_{41}=0$ 代入式(1.2), 即可得到我们熟悉的伽利略变换, 同理, 也可以得到其逆变换.

$$\left. \begin{array}{l} x' = x - Vt, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = t. \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x = x' + Vt', \\ y = y', \\ z = z', \\ t = t'. \end{array} \right\} \quad (1.3)$$

由上述讨论看出, 伽利略变换是在相对性原理的基础上, 并假定时间测量的绝对性和杆长测量的绝对性而导出的. 长期以来, 时间绝对性和杆长绝对性在人们认识上是植根很深的观念, 在物体运动速度远小于光速的牛顿力学范围内, 实验或观测没有对这些

观念提出挑战。如果不是因为在解释与光速有关的实验结果发生困难,如果不是因为电磁场方程不满足伽利略变换下的形式不变,人们是不会轻易放弃这些假定的。即使面临着上述困难,历史上人们也宁愿从其他方面寻求出路,而不愿意放弃绝对时间和绝对长度观念。关于时间间隔和杆长的相对性是狭义相对论重要概念,在第三章我们再详细讨论。

不同惯性系之间的时空变换确定之后,通过计算微商即可建立速度变换和加速度变换。以 $\boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{v}'$ 代表质点在 S 系和 S' 系的速度,应用伽利略变换可得

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{d(x-Vt)}{dt} = \frac{dx}{dt} - V = v_x - V,$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} = v_y,$$

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} = v_z.$$

用矢量表示则为

$$\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{V}. \quad (1.4)$$

以 $\boldsymbol{a}'$ 和 $\boldsymbol{a}$ 代表质点在 S' 系和 S 系的加速度,则有

$$a'_x = \frac{dv'_x}{dt'} = \frac{d(v_x - V)}{dt} = \frac{dv_x}{dt} = a_x,$$

$$a'_y = \frac{dv'_y}{dt'} = \frac{dv_y}{dt} = a_y,$$

$$a'_z = \frac{dv'_z}{dt'} = \frac{dv_z}{dt} = a_z.$$

用矢量表示则为

$$\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{a}. \quad (1.5)$$

变换式(1.4)和(1.5)都是我们所熟悉的。

§ 1.3 牛顿定律的变换

在牛顿力学中, 质点的质量被假定为与运动无关, 在 S 系所测质点的质量 m 等于在 S' 系所测质点的质量 m' , 即

$$m = m'.$$

另外, 在牛顿力学中, 作用在质点上的力 F , 一般是时间 t 、相对距离 r 和相对速度 v 的函数:

$$F = F(t, r, v).$$

例如, 周期性强迫力是 t 的函数, 万有引力是相对距离 r 的函数, 摩擦力是相对速度 v 的函数等. 基于时间绝对性和杆长绝对性的假定, 在不同惯性系中, 作用在质点上的力相等, 以 F 代表在 S 系观测到作用于质点上的力, 以 F' 代表在 S' 系的观测结果, 则有

$$F = F'.$$

考虑到质点对不同惯性系的加速度相等. 因此, 若在惯性系 S 中牛顿第二定律表示式为

$$F = ma, \quad (1.6)$$

则变换到另一惯性系 S' , 牛顿第二定律同样可表示成

$$F' = m'a'. \quad (1.7)$$

不难看出, 牛顿第三定律同样具有变换不变性.

以牛顿定律为基础导出的质点动量定理、质点动能定理等有关定理, 在伽利略变换下规律形式不变. 下面以质点动能定理为例作些具体讨论. 在惯性系 S , 将牛顿第二定律表述成

$$F = m \frac{dv}{dt},$$

等式两边同乘以质点位移 dr 的标量积

$$\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot d\mathbf{r} = m \mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}$$

因为 $v^2 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$, 微分可得 $dv^2 = 2\mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}$, 故上式可表示成

$$\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right). \quad (1.8)$$

式(1.8)即为在 S 系表述的质点动能定理, 等式左边是作用力的元功, 右边是质点动能的微分.

在 S' 系由式 (1.7) 出发, 等式两边同乘以质点位移 $d\mathbf{r}'$ 的标量积, 按完全相同的步骤, 同样可导出 S' 系质点动能定理的表达式:

$$\mathbf{F}' \cdot d\mathbf{r}' = d\left(\frac{1}{2}m'v'^2\right). \quad (1.9)$$

式(1.8)与(1.9)形式完全相同. 但是, 要注意的是, 因为 $d\mathbf{r} \neq d\mathbf{r}'$, $v^2 \neq v'^2$, 不同惯性系计算的作功和动能变化一般来说是不同的. 不同惯性系中规律形式相同并不意味着规律中每一个物理量的量值相同.

我们自式 (1.8) 出发, 根据伽利略变换, 并考虑到 $\mathbf{F} = \mathbf{F}'$, $m = m'$, 同样也可以导出式(1.9).

基于牛顿第二定律和第三定律在伽利略变换下具有不变形式, 可导出质点组动量定理、动能定理和角动量定理在不同惯性系中规律形式不变. 这样, 就形成了牛顿力学的完整体系.

回顾以上的讨论, 绝对时间间隔和绝对杆长在牛顿力学中具有极其重要的地位. 倘若这两个观念不成立, 那将会出现什么状况呢? 显然, 伽利略变换不成立, 由此导出的速度变换和加速度变换关系需要重新修正; 此外, 作为时间、相对距离和相对速度函数的作用力, 也随惯性系的不同选取而具有不同的形式; 质量与运动无关的假定也成问题; 而且, 建立在瞬时作用基础上的牛顿第三定律也随之失效, 等等. 这样一来, 由于抽掉绝对时间和绝对杆长这