姜云志　主编

财经数学基础教程

中国标准出版社

财经数学基础教程

姜云志　主编

中国标准出版社

(京)新登字 023 号

财经数学基础教程

姜云志　主编

责任编辑　王晓萍　汪惠明

*

中国标准出版社出版

(北京复外三里河)

中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32　印张 11⅝　字数 325 000

1992 年 7 月第一版　1992 年 7 月第一次印刷

*

ISBN7-5066-0515-5/G·055

印数 1—6 500　定价 6.00 元

内 容 提 要

本书系根据国家教委颁发的《中等专业学校数学教学大纲》(财经类专业通用)要求编写的。全书包括十四章:集合、函数、任意角的三角函数、加法定理及其推论、平面与直线、多面体与旋转体、直线、二次曲线、数列、排列组合、数学归纳法、简单的概率问题、数理统计初步、逻辑代数初步知识。大多数章节末设有本章内容在经济工作中的应用实例。附录中列举了常见的实用算法。

本书具有知识覆盖面广、注重理论联系实际、着眼于财经方面应用的特点。可供财经类中等专业学校师生、初中以上文化程度的经济管理工作人员和有关科技人员学习使用。

编写委员会成员

主　编：姜云志

副主编：郎丽斌　冯跃中　杨家中　贾世俊　朱天武

编　委：孙　钰　李连众　田淑环　曹云平　周士新

宋多慧　苏布哈

前　　言

本书是根据国家教委颁发的《中等专业学校数学教学大纲》(财经类专业通用)要求编写的。

目前,财经类中等专业学校的专业和课程设置都十分复杂。各不同的专业对数学课要求差距很大,教学形式和难易程度也不尽相同,学生的知识水平也存在着一定的差异。所以在教材内容的取舍上,我们本着知识覆盖面要广,内容要尽可能多,但是广而不难,多而不杂的原则,注重理论联系实际,着眼于应用。为了能适应于不同的专业,内容设置上有一定的“弹性”。在知识介绍的过程中,注意培养学生的分析问题和解决问题的能力。突出了形象思维的过程,寓教于学,注意了知识的系统化和概括性,结合编者的教学实践经验,使教材内容更突出了基础知识、数学的基本思想和基本方法。

本书在不割裂初等数学基本体系的前提下,在传统数学教材的基础上,舍去了与财经类中等专业学校专业课程联系不大的内容,增加了与专业课程联系密切的概率和数理统计及逻辑代数等方面的知识,还增加了数学在经济工作中应用的举例。在附录中,对专业课中的一些常用算法给出了数学说明。每一章都附有大量的例题和习题,可供读者学习和复习巩固学习的内容。

本书可作为招收初中毕业生的财经类普通中专学校和职工中专学校的教材,也可以作为一般具有初中以上文化程度的经济管理工作人员、企业管理领导干部和有关科技人员学习用书,及财经类中等专业学校教师的参考书。

本书在编写过程中,曾得到内蒙古兴安盟商业职工中专学校领导的大力支持,仅在本书出版之际,向他们表示感谢。

本书由姜云志担任主编,郎丽斌、冯跃中、杨家中、贾世俊、朱天武担任副主编。编委为孙钰、李连众、田淑环、曹云平、周士新、宋多慧、苏布哈。内蒙古广播电视大学韩日升副教授担任主审。

对于中专数学教材的编写，我们尚属首次，殷切希望广大读者能提出宝贵意见，以便我们改正，使本书日臻完善。

编者

1991年9月

目　　录

第一章　集　　合

集合是现代数学中最重要的基本概念之一，由于这一概念的简单性、普遍性及其抽象性，使它不仅自身成为一门学科，而且集合的概念已经被广泛地渗透到数学的各个领域.

本章主要介绍集合的一些基本概念、集合的表示方法及简单的集合运算.

§1-1　集合的概念

一、集合

集合是从生产活动和日常生活中抽象出来的数学概念.因此，我们先来考察下面几组研究对象：

(1) 全体自然数；

(2) 某公司的全体职工；

(3) 某商场进货有自行车、电视机、收录机；

(4) 直线 $x+y-1=0$ 上的所有点；

(5) 所有的直角三角形.

它们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些事物组成的.虽然研究的是完全不同的问题，但有一个共同的特点，即每个问题所讨论的事物都具有某种共同的属性.

一般地，具有某种共同性质的事物的全体叫集合，简称集.构成集合的事物叫集合的元素.

上面所给的例子中，(2)、(3)都是由有限个元素组成的集合，这样的集合叫做有限集合；(1)、(4)、(5)都是由无限多个元素组成的集合，这样的集合叫做无限集合.

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的，互异的.也就是说，任何一个事物或者是给定集合的元素，或者不是给定集合的元素，二者必居其一.集合中的任意两个元素都是不同的事物，相同的事物在同一集合中，只能看做这个集合的一个元素.因此，集合中的元素不能重复

出现.

一般地,用大写字母 A,B,C 等表示集合,而用小写字母 a,b,c 等表示元素.如果 a 是集合 A 的元素就记作 $a\in A$,读做"a 属于 A";反之,如果 a 不是集合 A 的元素就记作 $a\notin A$ 或 $a\overline{\in}A$,读做"a 不属于 A".

由数组成的集合叫数集.常见的数集表示方法如下:

N——自然数的集合(简称自然数集);

Z(或 J)——整数的集合(简称整数集);

Q——有理数的集合(简称有理数集);

R——实数的集合(简称实数集).

若数集的元素都是正数,就在集合记号右上角标上"+"号;若数集中的元素都是负数,就在集合记号的右上角标上"-"号.如 R^+ 表示正实数集,Q^- 表示负有理数集.

二、集合的表示方法

集合的表示方法常用的有列举法和描述法.

1. 列举法

把集合中的元素依照任意一种次序,不重复的一一列举出来,写在一个大括号内,这种表示集合的方法叫列举法.

如上面的第一个例子中,(1)可以记作$\{1,2,3,\cdots\}$,(3)可以记作{自行车,电视机、收录机}.

用列举法表示集合时,不必考虑元素之间的顺序,但是元素不能遗漏和重复.列举法一般只适用于所含元素个数较少的有限集.对于元素个数较多的有限集,不需要或不可能一一列举时,可以只写几个元素,其他的元素用省略号表示.如:100 以内的自然数集合记作$\{1,2,3,\cdots,99\}$.

2. 描述法

把集合中元素的共同特征或属性描述出来,写在大括号内用来表示集合的方法,叫做描述法.

如上例中的(4)记作$\{(x,y)\mid x+y=1\}$.在不致引起混淆的情况下,有些集合用描述法表示时,可省略竖线及其左边部分.如上例中的

(2)可记作{某公司的全体职工};(5)可记作{所有的直角三角形}.

只含有一个元素的集合叫单元素集合.例如:$\{a\}$,$\{0\}$,$\{5\}$都是单元素集合.

集合与元素是两个不同的概念,如$\{a\}$和 a 是不同的,前者指的是由一个元素 a 组成的集合,而后者指的是元素 a.

不含有任何元素的集合叫空集,记作$\varnothing$或$\{\quad\}$.如方程 $x^2+1=0$ 在实数内的解集就是空集,小于零的正整数集合也是空集.

空集$\varnothing$和$\{0\}$是两个不同的集合,$\varnothing$不含有任何元素,而$\{0\}$是只含一个元素 0 的单元素集.

例 1 (1) 由 2,4,6,8,10 五个元素组成的集合 A 可表示为

$$A=\{2,4,6,8,10\};$$

(2) 全体自然数的集合 N 可表示为

$$\{1,2,3,\cdots\}$$

或

$$\{x|x\text{是自然数}\};$$

(3) 平方后等于 1 的数的集合 B 可表示为

$$B=\{-1,1\}$$

或

$$B=\{x|x\text{是平方为 1 的实数}\};$$

(4) 方程 $x+1=x+3$ 的解的集合 C 可表示为

$$C=\varnothing \quad \text{或} \quad C=\{\quad\};$$

(5) 数轴上所有大于-1且小于 1 的点(如图 1-1 所示)所组成的集合 D 可表示为

$$D=\{x|-1<x<1\};$$

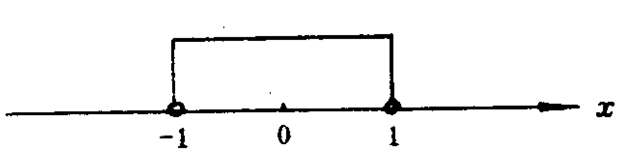

图 1-1

(6) 如图 1-2 阴影部分上所有点构成的集合 E 表示为

$$E=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 1,\text{且 } x<0,y>0\}.$$

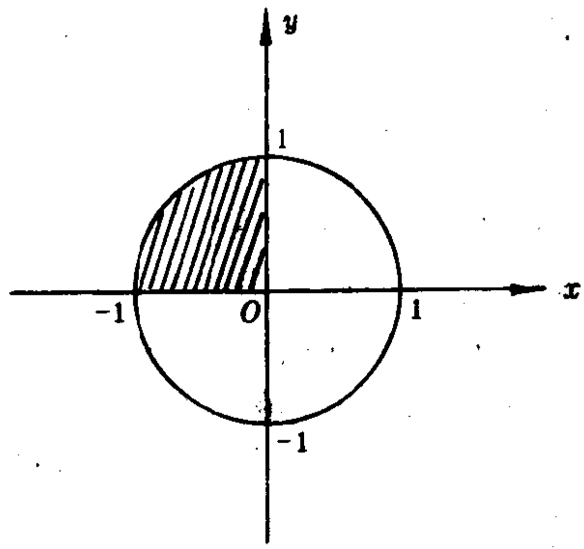

图 1-2

三、集合之间的关系

1. 集合的包含关系

我们观察两个集合 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{b,c,d\}$，会发现 B 中的全部元素都是 A 的元素. 对于集合之间的这种关系我们给出如下定义：

设有集合 A、B，如果集合 B 的全部元素都是集合 A 的元素，那么，集合 B 叫做集合 A 的子集. 记作 $B\subseteq A$（读"B 包含于 A"）或 $A\supseteq B$（读"A 包含 B"）.

集合间的这种关系可用韦恩图（图 1-3）表示，其中两条封闭曲线内部分别表示集合 A、B.

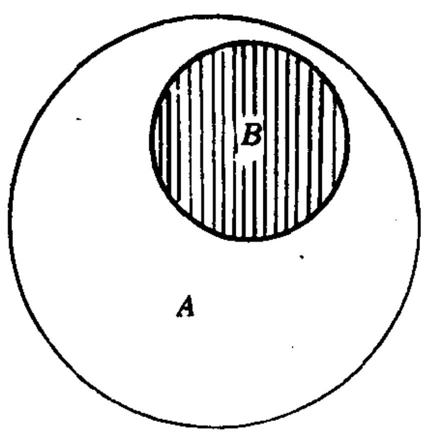

图 1-3

例如：$\mathrm{N}\subseteq\mathrm{Z}$，$\mathrm{Z}\subseteq\mathrm{Q}$，$\mathrm{Q}\subseteq\mathrm{R}$.

当集合 B 不是集合 A 的子集时，可以记作 $B\not\subseteq A$（读"B 不包含于 A"）或 $A\not\supseteq B$（读"A 不含 B"）.

对于任何集合 A，因为它的全部元素都属于它本身，所以 $A\supseteq A$.

亦即：任何一个集合是它本身的子集.

我们还规定，空集是任意集合的子集. 也就是说，对任何集合 A，都有

$$\varnothing\subseteq A.$$

如果集合 B 是集合 A 的子集，并且集合 A 中至少有一个元素不属于集合 B，则集合 B 叫集合 A 的真子集. 记作 $B\subset A$ 或 $A\supset B$.

当 B 不是 A 的真子集时，记作 $B\not\subset A$ 或 $A\not\supset B$.

例如：N 是实数集 R 的真子集，所以 $\mathrm{R}\supset\mathrm{N}$.

显然，空集是任何非空集合的真子集.

例 2 写出集合 $A=\{a,b,c\}$所有的子集，并指出真子集.

解：A 的子集有

$$\varnothing,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}.$$

上述集合 A 的所有子集中，除$\{a,b,c\}$外，其余都是集合 A 的真子集.

对于集合 A、B、C，如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么，$A\subseteq C$.

事实上，设 x 是集合 A 的任意一个元素，因为 $A\subseteq B$，所以 $x\in B$，又因为 $B\subseteq C$，所以 $x\in C$，从而有 $A\subseteq C$.

同理，对于集合 A、B、C，若 $A\subset B$，$B\subset C$，那么 $A\subset C$.

2. 集合的相等关系

先看一个例子：

$A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{b,a,d,c\}$，显然 $A\supseteq B$，而且 $B\supseteq A$，象这样的两个集合有如下规定：

设有集合 A、B，如果 $A\supseteq B$ 且 $B\supseteq A$，则称集合 A 与集合 B 相等. 记作 $A=B$，读做"集合 A 等于集合 B".

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同. 因此，有时也把两个集合相等称为两个集合"重合".

例如$\{1,2,3\}=\{3,2,1\}$，又如$\{-2,2\}=\{x\mid x^2-4=0\}$.

习　题　一

1. 用"$\in$"或"$\notin$"填空：

1 ______ N，0 ______ N，-3 ______ N，$\sqrt{2}$ ______ N，

0 ______ Z，0.5 ______ Z，-3 ______ Z^+，$\sqrt{2}$ ______ Z^-，

0.5 ______ Q^+，$-\pi$ ______ Q^-，$\sqrt{3}$ ______ Q，$\frac{1}{3}$ ______ Q，

π ______ R, $\sqrt{2}$ ______ R^+, 2 ______ R^-, 0 ______ R.

2. 将下列各集合用另一种表示方法表示出来：

(1) $\{1,3,5,7,9\}$；

(2) $\{x|x$ 是小于 10 的正偶数$\}$；

(3) $\{x|x^2-3x+2=0\}$；

(4) {一年中有 31 天的月份}；

(5) $\{x|x^2+1=0, x\in R\}$；

(6) $\{x|-3\leqslant x<2.5\quad x\in Z\}$.

3. 试举两个空集合.

4. 用符号"$\in$"、"$\notin$"、"$\supset$"、"$\subset$"、"$=$"之一填空：

3 ______ {全体偶数}, 2 ______ $\{x|2x-4=0\}$,

a ______ $\{a\}$, $\{a\}$ ______ $\{a\}$,

$\{a\}$ ______ $\{a,b\}$, a ______ $\{b,c,d\}$,

$\{a,b\}$ ______ $\{b,a\}$, $\{0\}$ ______ $\varnothing$,

$\varnothing$ ______ $\{1,2,3\}$, Z^+ ______ N ______ Z,

R^- ______ Q^- ______ Z^-.

§1-2 交集、并集、差集和补集

一、交集

先看一个例子：某商场进两批货，第一批货有毛巾、皮鞋、尼龙袜、帽子. 第二批货有毛巾、皮鞋、收录机和电视机. 问两批进货中相同品种的有哪些？

我们用集合来表示两批进货品种：

$A=\{$毛巾，皮鞋，尼龙袜，帽子$\}$；

$B=\{$毛巾，皮鞋，收录机，电视机$\}$.

由两次进货相同品种构成的商品集合：

$C=\{$毛巾，皮鞋$\}$.

对于这样的集合，给出如下定义：

设 A 和 B 是两个集合，由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合，叫做集合 A 与集合 B 的交集，记作 $A\cap B$（读"A 交 B"）.

即 $$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

上例中，$A\cap B=C$.

集合 A 与集合 B 的交集可用图 1-4 中阴影部分表示.

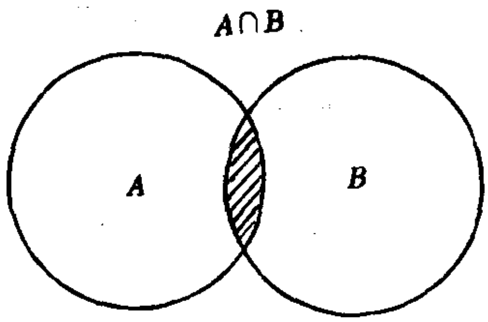

图 1-4

由交集定义容易推出，对任意集合 A、B，总有

$$A\cap A=A,\ A\cap\varnothing=\varnothing,\ A\cap B=B\cap A.$$

例 1 设集合 $A=\{$某单位全体职工$\}$，$B=\{$某单位全体女职工$\}$，求：$A\cap B$.

解 $A\cap B=\{$某单位全体女职工$\}$.

求集合交集的运算叫做交运算.

对任意的两个集合 A、B，由于它们自身的情况，其交集有如下四种情形. 图 1-5 中阴影部分表示 $A\cap B$.

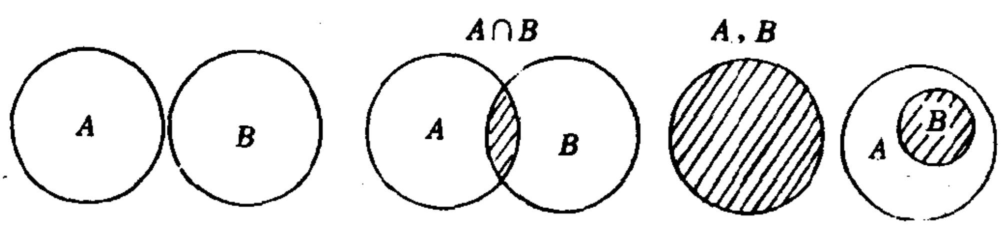

图 1-5

例 2 设 $A=\{a,b,c\}$，$B=\{a,d,f\}$，$C=\{k\}$，求：$A\cap B$，$A\cap C$，$A\cap B\cap C$.

解：$A\cap B=\{a,b,c\}\cap\{a,d,f\}=\{a\}$；

$A\cap C=\{a,b,c\}\cap\{k\}=\varnothing$；

$$\begin{aligned}A\cap B\cap C&=\{a,b,c\}\cap\{a,d,f\}\cap\{k\}\\&=\{a\}\cap\{k\}=\varnothing.\end{aligned}$$

二、并集

现在，我们再来考虑一下本节开始所提的问题. 如果问两次一共进了多少种货，显然只有六种，用集合来表示，就是将两次进货全部品种的集合 A、B 的元素合并在一起，得到

$$D=\{\text{毛巾，皮鞋，尼龙袜，帽子，收录机，电视机}\}.$$