中国小学教学百科全书

数 学 卷

沈 阳 出 版 社

1993·沈阳

（辽）新登字 12 号

中国小学教学百科全书
数学卷
Zhongguo Xiaoxue Jiaoxue Baike Quanshu
Shuxuejuan
中国小学教学百科全书总编辑委员会数学卷编辑委员会编

责任编辑：李玫玫　　　　装帧设计：冯守哲
责任校对：张　燕　姚德军　　版式设计：南　宁

沈 阳 出 版 社 出 版　　新华书店天津发行所发行
（沈阳市和平区 13 纬路 19 号）　　朝 阳 新 华 印 刷 厂 印 刷

开　本：787×1092 毫米 1/16　1993 年 6 月第 1 版
印　张：14.5　插页：4　1993 年 6 月第 1 次印刷
字　数：523 千字　　　印数：1—17300

ISBN 7-80556-971-1/G・244　　　定价：25.00 元

前　言

《中国小学教学百科全书》是中国第一部汇集小学教学内容和方法的大型专业百科全书；是为广大小学教师、小学教育研究者、管理工作者以及小学生家长提供的一个全面的知识库和信息库，案头的必备书；也是图书资料存贮机构应备的大型工具书。

本书是北京师范大学交叉学科研究会在国家教委领导和支持下组织编写的“中国基础教育百科全书系列”中的一部。这个系列的第一部，《中国中学教学百科全书》已于1991年出版，受到教育界的好评，获中国图书奖一等奖。

本书由在学术上有造诣、对小学教学有研究的专家、教授担任主编、副主编，组织了北京师范大学、中国科学院、中国社会科学院、北京大学、首都师范大学、北京教育学院、中央教育科学研究所、中央音乐学院、中国音乐学院、中央美术学院、中央工艺美术学院、北京体育学院、国家教委基础教育司以及北京市部分重点小学的教授、副教授、特级教师、高级教师、教育工作者400余人进行全书的编写工作。

本书经过确定体例、辞目拣择、撰写释文、广泛征求意见、进行修改，并经国家教委基础教育司审阅等阶段。沈阳出版社有关同志从本书确定选题时，就参与工作，一直到本书的最后出版。

本书共分10卷：《语文卷》、《数学卷》、《地理卷》、《历史卷》、《自然卷》、《品德卷》、《教育卷》、《音乐卷》、《体育卷》、《美术卷》。平均每卷约80万字，全书共计800万字，收入辞目近2万条，4 000余幅黑白插图及彩图。

本书在编写中贯彻三条原则：一是以20世纪90年代小学教学大纲为依据，以世界小学教育的新知识为背景，面向21世纪，使本书有前瞻性；二是内容求精、求深、求全、求新，强调科学性、准确性、稳定性的统一；三是立足于小学教育，即基础之基础的教育，条目涵盖全部小学的基本理论和基础知识，使小学教育工作者、小学生家长读后体会到本书的实用性。

本书在编写出版过程中得到了国家教委有关领导和部门的关怀与帮助，得到许多专家的指导，在此一并致谢。由于经验不足，水平有限，疏漏和错误在所难免，恳请广大读者批评指正。

《中国小学教学百科全书》编委会

1992年5月于北京师范大学

凡　　例

一、编排

1. 本书按学科分类分卷出版。

2. 本书条目按学科体系排列，各学科均列有本学科全部条目的分类目录，便于读者了解该学科的全貌。

3. 各学科之间相互交叉的条目，有的在各卷设参见条；有的则在各卷分别设立，其释文内容分别按各学科要求有所侧重。

二、条目标题

4. 条目标题由规范的、通用的词或词组构成，能概括或代表所述的概念或知识主题。

5. 本书设有参见条，分为仅设标题的参见条和附有简短解释的参见条。

三、释文

6. 本书条目的释文使用规范的现代汉语。释文开始一般不重复条目标题。

7. 较长条目的释文，有的设有层次标题。

8. 释文中出现的外国人名、地名、组织机构名、作品名等一般不附原文，有些不常见的或容易引起误译的则附有原文。

9. 释文中的注释和引文采用夹注和随文注明出处的方式。

四、插图

10. 本书在条目释文中配有必要的插图。

11. 彩色图汇编成插页，并在有关条目释文中注明“参见彩图插页第××页”。

五、索引

12. 本书各卷末均附有该卷全部条目的汉语拼音索引和相应的页码。

六、其他

13. 本书设有必要的附录和附表。

14. 本书所用数字一般用阿拉伯数字。专用名词、成语和一些习惯用语用汉字。

15. 各学科的名词和术语以国家标准局公布的和全国自然科学名词审定委员会审定的为准，尚未审定的则根据本学科习惯，力求统一。地名以中国地名委员会审定的为准，古地名一般加注今名。

目　录

条目分类目录

百分数与比例

方程与函数

统 计

几 何

竞赛与趣味

数学名题

数 学 史

数 学 家

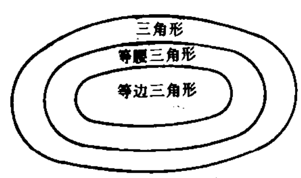
集　合

集合（Jihe）　若干个（有限个或无限多个）固定事物的全体（简称集）。集合是数学的最基本的概念之一。组成一个集合的事物叫做这个集合的元素（有时简称元）。一个集合由它的元素唯一确定。如果两个集合的元素完全相同，就说这两个集合是相等的。通常用大写拉丁字母 A，B，C，……来表示集合。特别，用 Z 表示所有整数所组成的集合（简称整数集），Q 表示所有有理数所组成的集合（简称有理数集），R 表示所有实数所组成的集合（简称实数集），C 表示所有复数所组成的集合（简称复数集）。集合的元素常用小写拉丁字母 a，b，c，……来表示。如果 a 是集合 A 的一个元素，我们就说 a 属于集合 A，或者说，A 包含 a。用符号 $\in$ 表示“属于”，记作 $a \in A$ 或 $A \ni a$。例如，6 是整数集的一个元素，6 属于整数集 Z，记作 $6 \in Z$。如果 a 不是集合 A 的元素，我们就说 a 不属于 A，或者说，A 不包含 a。用 $\notin$（或 $\bar{\in}$）表示“不属于”，记做 $a \notin A$ 或者 $a \bar{\in} A$。例如 $\frac{1}{2} \notin Z$。集合有下列表示法：①列举法：把一个集合的所有元素一一列举出来，放在｛　｝里面。例如，｛1，3，5，7｝表示由元素 1，3，5，7 组成的集合。｛春，夏，秋，冬｝表示由一年的四季组成的集合。②描述法：用文字或者符号来描述一个集合的元素的特征。例如，｛6 的约数｝＝｛1，2，3，6｝。$P = \{x \mid x \in Z,\ x > 0\}$，这里“$x \in Z,\ x > 0$”表示了集合 P 中元素的特征，P 是全体正整数也就是自然数所组成的集合。③图示法：把一个集合的所有元素画在一个圈内，直观地表示这个集合。这种图叫韦恩图或文氏图（韦恩是英国逻辑学家）。小学数学教学中常采用这种表示法。　（黄惟明）

有限集与无限集（Youxianji yu wuxianji）　只含有有限个元素的集合叫做有限集。例如，下列集合是有限集：A＝｛前十个自然数｝，B＝｛一本书里所有的汉字｝，C＝｛全中国的小学生｝。含有无限多个元素的集合叫做无限集。例如，下列集合是无限集：N＝｛全体自然数｝，R＝｛全体实数｝，Q＝｛小于 1 的全体正分数｝。一个含有 n 个元素 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 的有限集可记作 $\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$。例如，前五个自然数的集合就记作｛1，2，3，4，5｝。　（黄惟明）

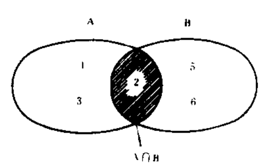
空集（Kongji）　不含任何元素的集合。例如，下列的集合都是空集：A＝｛所有大于 1 的真分数｝，B＝｛方程 $x^2+1=0$ 的实根｝，C＝｛两条互相平行的直线的交点｝，空集用符号 φ 表示。数学中约定空集是任意集合的子集，空集是有限集。空集 φ 和集合｛0｝不同，空集 φ 不含任何元素，而｛0｝是含有一个元素的集合。　（黄惟明）

子集（Ziji）　对于两个集合 A 和 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，A 就叫做 B 的子集。A 是 B 的子集，我们说，A 包含于 B，或是说，B 包含 A。记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$。例如：(1)｛全校的学生｝$\supseteq$｛一个班的学生｝；(2)｛全体偶数｝$\subseteq$｛全体整数｝；(3)｛等边三角形｝$\subseteq$｛等腰三角形｝$\subseteq$｛三角形｝可用韦恩图表示如下。



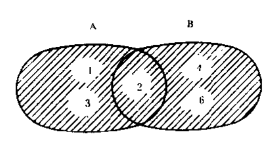
任何集合都是它自身的子集，即 $A \subseteq A$。这是因为任何一个集合中的所有元素都属于它自身。数学中还规定：空集是任何集合的子集。　（黄惟明）

交集（Jiaoji）　集合 A 和集合 B 的所有共同元所组成的集合。这里 A 和 B 的共同元是指同时属于 A 和 B 的元素。A 和 B 的交集记作 $A \cap B$。例如，A＝｛1，2，3｝，B＝｛2，5，6｝，那么 $A \cap B$＝｛2｝。用韦恩图表示如下（阴影部分表示交集）。



如果集合 A 和集合 B（都不是空集）没有共同的元素，即它们的交集是空集（$A \cap B = \varphi$）我们就说 A 与 B 是不相交集。例如，A＝｛1，2，3｝，B＝｛4，5，6｝，那么 $A \cap B = \varphi$，A 和 B 是不相交集。　（黄惟明）

并集（Bingji）　由至少属于集合 A 和集合 B 之一的一切元素组成的集合叫做 A 和 B 的并集，记作 $A \cup B$。$A \cup B$ 由一切属于 A 或者属于 B 的元素组成。如果 A，B 中有共同的元素，在 $A \cup B$ 中只计一次。例如，A＝｛1，2，3｝，B＝｛2，4，6｝，那么 $A \cup B$＝｛1，2，3，4，6｝。用韦恩

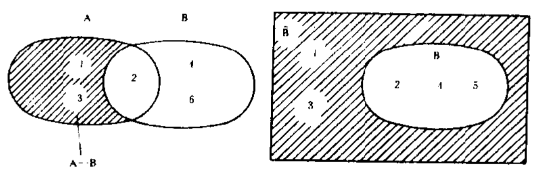


图可表示如下（阴影部分表示并集）。

如果A，B是不相交集，这两个集合所有的元素合并在一起就是它们的并集。例如，A＝｛1，2，3｝，B＝｛4，5，6｝，那么，A∪B＝｛1，2，3，4，5，6｝。

（黄惟明）

差集与补集（Chaji yu buji） 给定两个集合A和B，如果集合C是由所有属于A但不属于B的元素组成的集合，那么C就叫做A与B的差集，记作A－B（或A\B）。例如，A＝｛1，2，3｝，B＝｛2，4，6｝，那么C＝A－B＝｛1，3｝。用韦恩图可表示如下（阴影部分表示差集）。



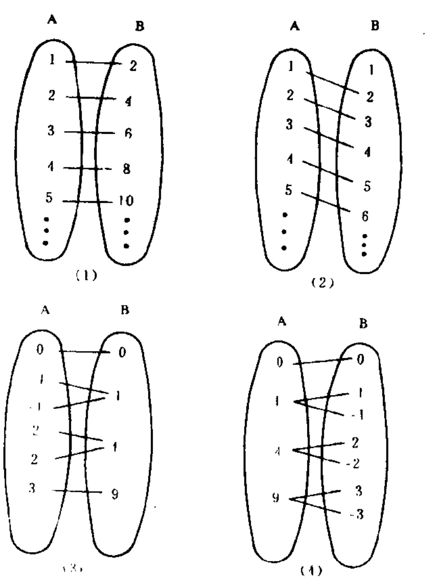
如果集合B是集合I的子集，把集合I看作全集，那么I与B的差集I－B，叫做B在I中的补集，记作$\bar{B}$。例如，I＝｛1，2，3，4，5｝，B＝｛2，4，5｝，那么，$\bar{B}$＝｛1，3｝。用韦恩图可表示如下（阴影部分表示补集）。

（黄惟明）

对应（Duiying） 给定两个集合A和B，如果对于集合A中的每一个元素，按照某种确定的法则，集合B中都有一个（或几个）元素与它对应，这样的法则就叫做集合A到集合B的一个对应关系，简称对应。

（黄惟明）

单值对应（Danzhi duiying） 给定两个集合A和B，如果按照某种对应关系，集合A中的每一个元素在集合B中都有唯一确定的元素与它对应，这样的对应



关系就叫做集合A到集合B的一个单值对应（或叫做集合A到集合B的一个映射）。例如，上面“对应”中列举的四个图中，（1）、（2）、（3）都是单值对应，而（4）不是单值对应。

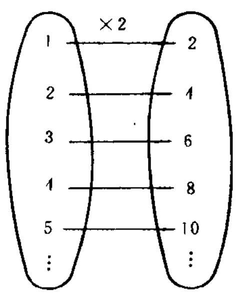
（黄惟明）

映射（Yingshe） 参见“单值对应”。

一一对应（Yiyi duiying） 给定两个集合A和B，如果按照某种对应关系，集合A的每一个元素，都与集合B中的唯一确定的一个元素对应，同时集合B的每一个元素，也都与集合A中的唯一确定的一个元素对应，这样的对应关系叫做一一对应。在一一对应下，集合A中的不同元素在集合B中所对应的元素是不同的，而且，集合B的每一个元素都是集合A中某个元素的对应元素。例如，在条目“对应”中列举的四个图中只有（1）是一一对应。

（黄惟明）

等价集合（Dengjia jihe） 两个集合A和B，如果从集合A到集合B可以建立起一个一一对应，我们就说集合A与集合B是等价的。例如，一个人右手手指的集合和左手手指的集合可以建立起一一对应，它们是等价的集合。又如，五个手指所组成的集合，与五辆车所组成的集合可以建立起一一对应，这两个集合也是等价的集合。判断两个集合是不是等价的，不一定要知道每个集合里有多少个元素，只要这两个集合可以建立起一一对应，它们就是等价的。例如，自然数的集合与正偶数的集合是等价的，因为这两个集合可以建立下面的一一对应。



如果集合A和集合B是等价的，那么集合B和集合A也是等价的；如果集合A和集合B是等价的，集合B和集合C是等价的，那么集合A和集合C也是等价的。这样，我们就可以对集合进行分类，把互相等价的集合放在一起作为一类，在一类等价集合里选取一个集合作为标准集合，用它来作为这一类等价集合的代表。例如，五头牛，五只羊，五辆车，五棵树，五个手指这些集合互相等价，属于同一类等价集合，五个手指组成的集合可以作为标准集合，作为这一类等价集合的代表。由此可以看出，等价集合有一个共同特征就是它们的元素个数相同。自然数的概念就是人们在长期的实践中通过反复比较具体的等价集合逐渐抽象出来的。对自然数可以作如下定义：自然数是一切有限的等价集合共同特征的标记。

（黄惟明）

数系（Shuxi） 数的概念是数学最基本的概念之一。数系是具有某些（一种或若干种）运算的数集。在中、小学数学中，数的概念从自然数集开始到建立复数集，经过了一系列的扩充，最终形成了如下的数系：

数的概念经过了五次扩充，每一次扩充都扩大了数的范围，增加了新的性质，并用以解决生活和实践中提出的问题。这五次扩充是：(1) 在自然数集中添加了一个数“零”，组成了扩大的自然数集。(2) 在扩大的自然数集中添加了正分数，组成了非负有理数集，使除法运算总可以施行（除数不能是 0）。(3) 在非负有理数集中添加了负有理数，组成了有理数集，使加、减、乘、除运算都可以施行（在除法中除数不能是零）。(4) 在有理数集中添加了无理数（正无理数和负无理数），组成了实数集。从而引入了开方运算（但负数不能开偶次方）。(5) 在实数集中添加了虚数，组成了复数集，使负数可以开偶次方。这样，所有的代数运算在复数集中都可以施行。

- 复数
  - 实数
    - 有理数
      - 整数
        - 正整数（自然数）
        - 零
        - 负整数
      - 分数
        - 正分数
        - 负分数
    - 无理数
      - 正无理数
      - 负无理数
  - 虚数
    - 纯虚数
    - 非纯虚数

数系的每一次扩充，尽管目的和方法不同，但都遵循下列基本原则：(1) 原数集是新数集的子集。也就是说，原有的数集总是扩充后的新数集的一部分。例如，在扩大的自然数集中添加了正分数，得到非负有理数集。非负有理数集包含扩大的自然数集。(2) 某种在原数集中不是总能施行的运算，在新数集中变为总可以施行了。例如，在扩大的自然数集中，除法不是总能施行的，但在非负有理数集中，除法总是可以施行的（只要除数不为零）。(3) 在原数集中可施行的运算及其主要性质，在新数集中仍被保持。例如，在自然数集中加法和乘法总可以施行，而且满足基本运算律（加法的交换律、结合律；乘法的交换律、结合律和分配律）。在非负有理数集中，加法和乘法仍可施行，而且基本运算律仍保持有效。(4) 每一次扩充，对于某种需要扩大范围的运算来说，都是最小可能的扩充。因此，每个新数集和原数集比较，都具有新的特殊的性质。采用逐步扩充的方法，集中讨论每个新数集的特性，才能深刻理解并掌握数的概念，性质和发展，并以此为工具解决实际问题。 （黄惟明）

运算和逆运算 (Yunsuan he niyunsuan)　运算是一种对应法则。设 A 是一个非空集合，对于 A 中的任意两个元素 a，b，根据某种法则使 A 中有唯一确定的元素 c 与它们对应，我们就说这个法则是 A 中的一种运算。这样，给了 A 的任意两个元素 a 和 b，通过所给的运算，可以得到一个结果 C。反过来，如果已知元素 c，以及元素 a，b 中的一个，按照某种法则，可以得到另一个元素，这样的法则也定义了一种运算，这样的运算叫做原来运算的逆运算。例如，在自然数集中，2 和 3 这一对数按照某种法则与 5 对应，这种法则就是自然数的加法运算，可以记作 2＋3＝5。如果已知 5 和一个加数 2，求另一个加数 3，就得到另一种运算，这种运算是加法的逆运算，叫做减法，记作 5－2＝3。在一个给定的数集中，说某种运算可以施行，指的是对于这个数集中的任意两个数，施行这种运算所得的结果，仍然属于这个数集。例如，在自然数集中，对于任意两个自然数，它们的和仍然是一个自然数，所以加法总可以施行。但是，对于任意两个自然数，不一定都能在自然数集中找到它们的差，可见减法在自然数集中不是总能施行的。如果把自然数集扩充为整数集，由于引进了负整数，在整数集中减法运算就总可以施行。数系的每一次扩充，都使原数集中不是总能施行的某种运算，在新的数集中变为总可以施行。加法、减法、乘法、除法、乘方、开方这六种运算，称为代数运算。其中加、减、乘、除四种又称为算术运算或者四则运算。

（黄惟明）

正数和负数 (Zhengshu he fushu)　带有正号的数叫做正数（正号可省略）；带有负号的数叫做负数。正负号区分具有相反意义的量。现实世界中有许多具有相反意义的量。例如：某天最高气温是摄氏零上 7 度，最低气温是摄氏零下 2 度；某厂运进货物 6.5 吨，运出货物 4.2 吨；……为区分这样的具有相反意义的量，可以把一种意义的量规定为正的，另一种与它相反意义的量规定为负的。例如，把“零上”规定为正的，“零下”规定为负的，零上 7 度记作＋7 度，零下 2 度记作－2 度；类似地，运进货物 6.5 吨记作＋6.5 吨，运出货物 4.2 吨记作－4.2 吨。……＋7，＋6.5 是正数；－2，－4.2 是负数。

零既不是正数，也不是负数。

对于只有符号不同的两个数，我们说其中一个是另一个的相反数，或者说这两个数互为相反数。例如＋2和－2互为相反数。

零的相反数是零。 （黄惟明）

有理数 (Youlishu)　正整数、零、负整数统称为整数；正分数、负分数统称为分数。整数和分数统称为有理数。 （黄惟明）

自然数 (Ziranshu)

自然数的产生　自然数起源于数(shǔ)，是由于计数（shǔ）物体的需要，经过很长的历史阶段，逐渐产生的。远古时代，人类在采集果实和狩猎的劳动中需要分配劳动工具和劳动果实，逐渐形成了“多”、“少”或“相等”的概念。随着生产的发展，人们需要对各种物体进行数量的比较，在反复实践的过程中，人们逐渐认识到有许多物体集合中的元素可以一一对应，例如，一个人的双手、双脚与一只羊的双角都是同样多的，这就是数学中的等价集合的概念。人们在长期的实践中逐步地从具体的事物中抽象出来，认识到可以把许多

同样多的物体集合归为一类，并从中选出一个最为方便又不易变动的集合作为代表，来表示这类等价集合的共同特征，这就开始形成了数的概念。例如，用五个手指来代表具有五个元素的所有等价集合：五匹马，五只羊，五把石斧等等。随着语言文字的出现与发展，人们进一步创造出文字符号取代个别的特殊的具体集合，以表示一类等价集合的共同特征，这就是数。这些抽象出来的数最初只是用于计数物体的个数，即一，二，三，四，五，……这些数，我们称为自然数。

自然数的基数定义　　自然数是一切等价有限集合的共同特征的标记。这样，自然数表示了数量的意义，即被数（shǔ）的物体有“多少个”。例如，一个班有 42 个学生。这个“42”就是基数，它表示这个班学生的个数。在数学上，如果两个集合等价，也就是说在这两个集合之间可以建立一个一一对应，那么就说这两个集合有同样的基数。

自然数的序数定义　　自然数的另一意义是表示次序，即最后被数到的物体是排列中的“第几个”。这种用来表示事物次序的自然数称为序数。序数理论用公理化的方式来定义自然数。序数理论所采用的公理，最初是由意大利数学家皮亚诺(Peano，1858—1932)提出的，简称皮亚诺公理，包括以下五条：①“1”是自然数；②“1”不是任何自然数的后继数；③每一个自然数 a 都只有一个后继数 a'；④如果自然数 a 与 b 的后继数相等，即 $a'=b'$，那么 $a=b$。⑤（归纳公理）任意关于自然数的命题，如果它对自然数 1 是对的，而且当它对自然数 n 是对的时，它对 n' 也是对的，那么这个命题对所有自然数都是对的。这样，在自然数集中，1 的后继数是 2，2 的后继数是 3，如此下去，得到 1，2，3，4，5，……把自然数按照后继所确定的关系排列起来。　　（黄惟明）

自然数列（Ziranshulie）　　按后继关系依次排列的全体自然数 1，2，3，4，5，……。从基数理论看，由一个元素组成的集合，它的基数为 1，由两个元素组成的集合，它的基数为 2；由三个元素组成的集合，它的基数为 3，……所以按照基数排列可以同样地得出自然数列。从自然数列的构成，可以看出自然数列有下列三条性质：①自然数列是有始的，1 是自然数列最前面的一个数。②自然数列是有序的，即自然数列中每一个数的后面紧跟着的都有一个而且只有一个后继数。③自然数列是无限的，即在自然数列里不存在“最后”的数。根据自然数列，可以对自然数作大小的比较：排在自然数列后面的数，比它前面的任何一个数都大；排在自然数列前面的数，比它后面任何一个数都小。1 是自然数中最小的一个，称为自然数的单位，有时也称单位 1。自然数大小的比较，满足如下的基本性质：①全序性：对于任意两个自然数 a 和 b，下面三个关系中有且仅有一个成立：$a=b$，$a>b$，$a<b$。②相等的自反性：$a=a$。③相等的对称性：如果 $a=b$，那么 $b=a$。④相等的传递性：如果 $a=b$，$b=c$，那么 $a=c$。⑤不等的反对称性：如果 $a>b$，那么 $b<a$；如果 $a<b$，那么 $b>a$，⑥不等的传递性：如果 $a>b$，$b>c$，那么，$a>c$；如果 $a<b$，$b<c$，那么 $a<c$。

（黄惟明）

零（Ling）　　空集的标记，表示一个集合不含任何元素。按照基数理论，自然数是有限等价集合共同特征的标记，或者说，自然数表示集合里元素的个数。用自然数表示集合的元素个数时，集合里至少得有一个元素。空集是不含任何元素的集合，为了表示空集的共同特征，数学中引进了一个新的数——零（通常写作“0”）。零是空集的基数。例如，教室里一个学生也没有，我们就可以说教室里有 0 个人。零是一个有确定意义的数。因为自然数列最前面的一个数是 1，自然数列里不包括零，所以零不是自然数。如果把零和自然数列排在一起，因为零表示空集合的基数，我们可以把它排在自然数 1 的前面，零小于一切自然数。零作为一个独立的数，不仅可以表示“没有”即不含任何元素，还可以用它作为某些数量的界限，例如，在数学中为了表示具有相反意义的量，引入了负数，正数和负数的界限就用“零”来表示，比零大的数为正数，比零小的数为负数。

（黄惟明）

计数（Jishu）　　数（shǔ）事物的个数，计数过程就是把计数的对象与自然数列里的自然数相对应。计数的过程就是把计数的对象排成某种顺序，把这些对象的某一个对应自然数 1，称之为第一个；然后把另一个对象对应自然数 2，称之为第二个；然后又把另一个对应自然数 3，称为第三个，……如此下去，就把计数的对象与自然数 1，2，3，……相对应；到了最后对象时，它所对应的自然数就是对象的个数。

计数时，无论按照什么顺序数出同一组对象，所得的作为结果的数总是一样的。计数的这个特性，即计数的结果与计数的顺序无关，称为计数公理。

（黄惟明）

记数（Jishu）　　用符号把计数的结果记录下来，叫做记数。在我国古代，由于没有文字，人们曾用“结绳记数”。后来有了象形文字，才出现了用文字记数。不少民族的早期文化中，多用Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ来表示一、二、三、四。有了文字符号，数才被当作物体集合的一种抽象的性质，作为标记与具体的物体集合分离开来。记数用的符号，通常称为数字（或数码）。在不同民族的早期文化中，记数符号与记数方法也很不一样。发展到现在，常用的记数符号有：中国数字，罗马数字，阿拉伯数字等。目前世界通用的记数符号是阿拉伯数字。中国数字是指我国汉字通用的记数符号，主要有大写、小写二种。大写数字：零、壹、贰、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖、拾、佰、仟、万、亿等。小写数字：0、一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万、亿等。大写数字，主要在财务往来中开具票证时用到。因为使

用汉字书写，可防止改动，做到准确可靠。通常用汉字记数时都使用小写数字。例如一个数含有七个百，六个十，五个一，就记作七百六十五。罗马数字是罗马人创造的记数符号，基本的共有七个：I（一），V（五），X（十），L（五十），C（一百），D（五百），M（一千），这些数字不论在什么位置上，它们各自所表示的数都是不变的。用罗马数字记数，是把若干个罗马数字从左到右按先大后小的顺序写成一列，列中各数字所表示数的和就是它所表示的数。例如，XXXVI 表示三十六，MDCL 表示一千六百五十。当需要连续写出四个相同数字时，就改为先写表示较小数的数字，再写表示较大数的数字，它们合起来所表示的数是这两数的差。这种数有六个：Ⅳ表示四，IX 表示九；XL 表示四十，XC 表示九十；CD 表示四百，CM 表示九百。按照上述法则，一千九百四十九就可以写作 MCMXLIX。历史上，罗马数字曾盛行于欧洲。由于使用不方便，到了现代，只有在特殊场合才能见到。阿拉伯数字起源于印度，八世纪前后传到阿拉伯，十二世纪由阿拉伯传到欧洲，被欧洲人称之为阿拉伯数字，以后逐渐推广到世界各国。阿拉伯数字共有十个：1，2，3，4，5，6，7，8，9，0，分别表示前九个自然数和零。　　（黄惟明）

进位制（Jinweizhi）　设 n 为大于 1 的自然数，用 n 个彼此不同的数字表示数的一般方法叫做 n 进制。用 n 进制记数是把所用的数字写成一横行，每个数字所在的位置不同，表示所含的计数单位也不同，从最右边的一位起某一单位满 n 个数就组成一个相邻的较高单位，这样的一系列的按"满 n 进一"的规则得到的单位叫做 n 进制的计数单位。n 叫做底数或进率。例如，十进制有 0，1，2，3，4，5，6，7，8，9 十个记数符号，十进制的计数单位是一（个），十，百，千，万，十万，百万，千万，亿，……组成一个较高单位所需的较低单位的个数是 10，即十进制的底数（或进率）是 10，进位的法则是"满十进一"。用 n 进位制表示数时，同一个数字，由于它在所记的数中的位置不同，所表示的数值就不同，这样，每个数字除了它本身的值以外，还有一个位置值，这就是位值原则。应用位值原则，不仅使记数方法变得很简单，而且使计算变得十分方便。使用进位制记数，人们不必给每一个自然数一个独立的名称，只需要用少量的符号就可以表示任意自然数，这是数学史上的一个伟大创造。在人们的长期实践中，根据需要逐渐形成了不同的进位制，如二进制、五进制、十进制、十六进制、六十进制等，其中最常用的是十进制。随着电子计算机的出现和发展，其他进制，特别是二进制的应用也愈来愈广泛。

（黄惟明）

十进制记数法（Shijinzhi jishufa）　应用阿拉伯数字采用十进制的记数方法。它有三个要素：(1) 采用阿拉伯数字；(2) 十进制；(3) 位值法则。阿拉伯数字共有十个数字：1，2，3，4，5，6，7，8，9，0，分别表示前九个自然数和"零"，利用位值法则记数，每个数字除了本身的值外，还有一个位置值。例如 435 的右边的 5 代表 5 个，中间的 3 表示 3 个十，左边的 4 表示 4 个百。数字所含的位置叫做数位，不同的数位表示不同的计数单位。一个多位数的右边第一位上的数字表示几个一，第二位上的数字表示几个十，等等。数位的顺序如下表：

整数数位顺序表

数位名称	……	千百十亿 亿亿亿 位位位位	千百十万 万万万 位位位位	千百十个 位位位位
计数单位	……	千百十 亿亿 亿亿	千百十 万万 万万	千百十个
级		亿级	万级	个级

表中，根据我国读数的习惯，把每四个计数单位作为一级。

写数的时候，从左到右，即从高位到低位顺次写出各数位上的数字，如果某个数位上一个单位也没有，就在这个数位上写"0"，例如一千九百九十一写作 1991，十万八千写作 108 000。一个自然数含有几个数位，就叫做几位数，两位或两位以上的数，称为多位数。用十进制记数法表示的数，可以用各个数位上的计数单位的和来表示，例如 3258＝3 千＋2 百＋5 十＋8。也可将各计数单位写成 10 的幂的形式，例如 $3258=3\times10^3+2\times10^2+5\times10^1+8\times10^0$。一般地，$a_na_{n-1}\cdots\cdots a_1a_0=a_n\cdot10^n+a_{n-1}\cdot10^{n-1}+\cdots\cdots+a_1\cdot10^1+a_0\cdot10^0$。其中 a_n，a_{n-1}，……a_1，a_0 除 a_n 不能为 0 外，分别表示十个数字中的某一个；左边的横线表示左边是用十进制计数法按位值原则写出的数。　　（黄惟明）

整数加法（Zhengshu jiafa）　常用的自然数理论有基数理论与序数理论两种，自然数的加法运算也可以有两种相应的定义。

用基数理论来定义：如果 A 和 B 是两个不含有公共元素的有限集合，它们的基数分别是 a 和 b，集合 A 和 B 的并集为 C，那么集合 C 的基数就叫做 a 与 b 的和。记作 a＋b＝c。

用序数理论来定义：如果 a 和 b 都是自然数，在自然数列中的数 a 之后再数出数 b 来恰好对应自然数列中的数 C，那么数 C 就叫做 a 与 b 的和，记作 a＋b＝c。

在上述两种定义中，a 与 b 都叫做加数，符号"＋"叫做加号，读作"a 加 b 等于 c"。

当加数为零时，补充定义：0＋a＝a，a＋0＝a，0＋0＝0。

无论是从基数理论还是从序数理论出发定义加