

# 水文统计 常用图表

$\frac{n}{m}$	40	39	38	37	36
1	2.4	2.5	2.6	2.6	2.7
2	4.9	5.0	5.1	5.3	5.4
3	7.3	7.5	7.7	7.9	8.1
4	9.8	10.0	10.3	10.5	10.7
5	12.2	12.5	12.8	13.2	13.5
6	14.6	15.0	15.4	15.8	16.1
7	17.1	17.5	18.0	18.4	18.8
8	19.5	20.0	20.5	21.0	21.4
9	22.0	22.5	23.1	23.7	24.1
10	24.4	25.0	25.6	26.3	26.8
11	26.8	27.5	28.2	29.0	29.6
12	29.3	30.0	30.8	31.6	32.3
13	31.7	32.5	33.3	34.2	34.9
14	34.2	35.0	35.9	36.8	37.5
15	36.6	37.5	38.5	39.5	40.3
16	39.0	40.0	41.0	42.1	43.0
17	41.5	42.5	43.6	44.7	45.6
18	43.9	45.0	46.2	47.4	48.3
19	46.3	47.5	48.7	50.0	50.9
20	48.8	50.0	51.3	52.6	53.5
21	51.2	52.5	53.8	55.3	56.1
22	53.7	55.0	56.4	57.9	58.7
23	56.1	57.5	59.0	60.5	61.3
24	58.5	60.0	61.5	63.2	64.0
25	61.0	62.5	64.1	65.8	66.6
26	63.4	65.0	66.7	68.4	69.2
27	65.8	67.5	69.2	71.0	71.8
28	68.3	70.0	71.8	73.7	74.5
29	70.7	72.5	74.4	76.3	77.1
30	73.2	75.0	76.9	79.0	79.8
31	75.6	77.5	79.5	81.6	82.4

曹维炎 张维松等编  
刘光文审订

水利出版社

# 水文统计常用图表

谭维炎 张维然等编 刘光文审订

水利出版社

## 内 容 提 要

本书是水文水利计算工具书之一，内容包括水文统计计算常用图表26种。图表力求全面、详细、精确、实用。为了便于初学者正确使用，对部分图表编有说明。

本书可供从事水文水利计算的工程技术人员及有关院校师生使用。

### 水文统计常用图表

谭维炎 张维然等编

刘光文审订

\*

水利出版社出版

(北京德胜门外六幢统)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

\*

850×1168毫米 32开本 6.125 印张 162千字

1982年12月第一版 1982年12月北京第一次印刷

印数 0001—7430 册 定价 1.35 元

书号 15047·4207

# 前 言

目前，在水利水电工程建设的水文频率计算工作中，很需要一本内容比较全面、详细、精确、实用的水文频率计算手册，作为配合《水利水电工程设计洪水计算规范》等设计规范使用的一种工具。这本常用图表正是为此而编制的，并力求体现以下几个特点：

1. 包含较多的水文统计常用图表，以避免使用时再查阅多种书籍的麻烦。为此，我们把统计计算实际工作中使用的各种表格尽量汇集起来，其中包括国内使用过的各种水文频率线型。考虑到水文频率计算成果的抽样误差较大，有必要对统计误差有一个定量概念，故列入了相应的统计检验用表。鉴于近年来科技发展的趋势，还收入了随机水文学中相关系数检验用表，以及进行随机模拟蒙特卡罗方法（或统计试验法）用的随机数表。

2. 为了实际应用的方便，表格比较详细，尽量避免使用时的内插或外延。例如，应用最多的经验频率表和皮尔逊III型用表，我们对系列长度 $n$ ，偏态系数 $C_s$ ，偏态系数与变差系数之比 $C_s/C_v$ 的取值范围进行了扩充，同时把它们的取值划分较细，使常用频率的数据均可直接查到。

3. 对国内外以往发表的精度不高的某些表格，这次应用电子计算机采用精确公式和近似公式进行了计算修订。经修订的表格包括：皮尔逊III型曲线离均系数 $\Phi_p$ 值及模比系数 $K_p$ 值表，皮尔逊III型曲线三点适线法用表，对数正态分布表，耿贝尔极值分布曲线表，随机数表，布阿松分布表及不完全 $\Gamma$ 函数表等。

4. 根据实际工作的需要，首次新编了一些图表，如样本系列首三项经验频率的置信区间的图表。我们提出了用极大似然法对皮尔逊III型曲线进行参数估计的新方法，它克服了过去采用图解

交线法交点求不准的缺点，便于手工计算，为此编制了相应的数表供查用。以往发表的 $B$ 值图，只适用于矩法计算，它所用的近似公式误差较大。这次列入的 $B$ 值图适用于图解适线法，在相同参数情况下，新旧 $B$ 值图对应值相差达百分之几十。

本书共包括水文统计常用图表26种，其中经重新计算修订扩充的有11种，新编制的有3种。为了便于初学者正确使用图表，我们编写了一些说明。

参加本手册编制及有关数表计算修订工作的，有华东水利学院刘光文、张维然，水利部南京水文研究所谭维炎、徐映波，水利水电科学研究院黄守信等。最后由刘光文对手册进行审订。对数正态分布表曾参照水利水电科学院曹韵霞同志新编的表作了订正，谨此致谢。

# 目 录

前言

说明..... 1

图表

1. 经验频率 $P = \frac{m}{n+1} 100\%$ 表 .....	28
2. 正态分布概率密度函数表 .....	38
3. 正态分布函数表 .....	40
4. 正态分布的分位数表 .....	42
5. P-III型曲线 $\Phi_p$ 值表 .....	44
6. P-III型曲线 $K_p$ 值表 .....	52
7. 对数正态曲线 $\Phi_p$ 值表 .....	76
8. 耿贝尔曲线 $\Phi_p$ 值表 .....	80
9. 耿贝尔曲线 $\bar{y}_n$ 及 $\sigma_n$ 值表 .....	81
10. 克里茨基与冈凯里曲线 $K_p$ 值表 .....	83
11. P-V型曲线 $\Phi_p$ 值表 .....	90
12. P-III型曲线图解适线法 $B$ 值图 .....	92
13. P-III型曲线极大似然法 $\left[ \frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma \right] \sim \gamma \sim C_s$ $\sim L_1(\gamma)$ 关系表 .....	93
14. P-III型曲线三点法 $S$ 与 $C_s$ 关系表 .....	97
15. P-III型曲线三点法 $C_s$ 与有关 $\Phi_p$ 值关系表 .....	100
16. (1) 经验频率抽样分布表 .....	104
(2) 经验频率置信区间图 .....	105
17. $\chi^2$ 分布分位数表 .....	106
18. $t$ 分布分位数表 .....	110

19. $F$ 分布分位数表	112
20. 不同置信水平下所需相关系数的最低值 $r_p$ 表	128
21. 相关系数 $z$ 变换及反变换表	129
22. 随机数表	133
23. 1~1000 自然数平方、立方、开方、倒数等数值表	140
24. $\Gamma$ 函数及其自然对数表	180
25. 布阿松分布表	186
26. 不完全 $\Gamma$ 函数表 (正整数参数)	188
参考文献	190

# 说 明

## 1. 正态分布函数表

表 3 为标准正态分布的超过累积概率表, 列出了  $u \sim p(u)$  的关系。

$$p(u) = P(U \geq u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (1)$$

表示了标准正态随机变数  $U$  超过  $u$  值的概率, 即为正态分布曲线下右侧阴影部分的面积, 见图 1 a。

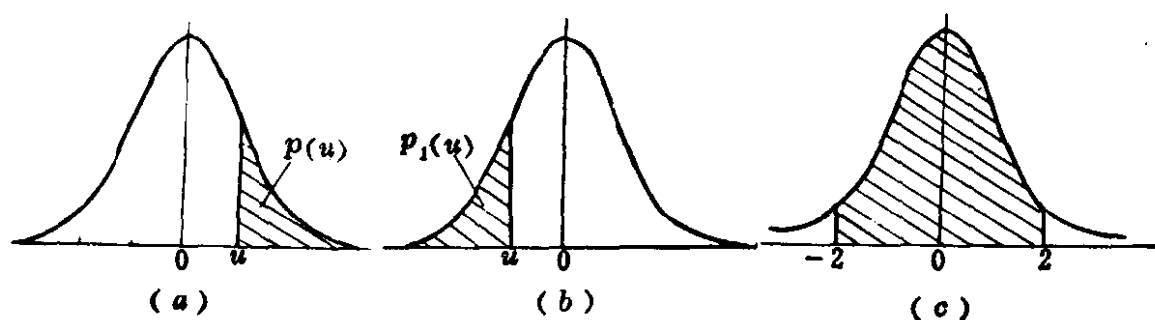


图 1 正态分布曲线

(a) 超过概率; (b) 不及概率; (c) 区间概率

标准正态随机变数  $U$  的不及累积概率可用此表查算 (见图 1 b) :

$$\begin{aligned} p_1(u) &= P(U < u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{t^2}{2}} dt \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 1 - p(u) \end{aligned} \quad (2)$$

标准正态随机变数  $U$  落在某区间  $[u_1, u_2]$  的概率亦可用此表查算:



$$P(u_1 \leq U \leq u_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u_1}^{u_2} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = p(u_1) - p(u_2) \quad (3)$$

[例 1]  $u=2.96$ , 查表得  $p(u)=0.0015382$ 。

[例 2]  $u=-2$ , 求  $p(-2)$ 。

利用正态分布曲线的对称性, 当  $u < 0$  时, 有

$$p(u) = 1 - p(-u)$$

于是

$$p(-2) = 1 - p(2) = 1 - 0.02275 = 0.97725$$

[例 3] 求区间概率  $P(-2 \leq U \leq 2)$ , 见图 1c。

$$P(-2 \leq U \leq 2) = p(-2) - p(2) = 1 - 2p(2)$$

$$= 1 - 2 \times 0.02275 = 0.95450$$

对于一般的正态分布  $N(x, a, \sigma)$ , 其超过概率

$$\begin{aligned} p'(x) = P(X \geq x) &= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{x-a}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = p\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) = p(u) \end{aligned}$$

(4)

[例 4] 某测站的流量服从  $a=30$  米<sup>3</sup>/秒,  $\sigma=5$  米<sup>3</sup>/秒的正态分布, 求该流量出现在  $[24, 36]$  范围中的概率。

$$\begin{aligned} P(24 \leq X \leq 36) &= P\left(\frac{24-30}{5} \leq \frac{X-30}{5} \leq \frac{36-30}{5}\right) \\ &= P(-1.2 \leq U \leq 1.2) = p(-1.2) - p(1.2) \\ &= 1 - 2p(1.2) = 1 - 2 \times 0.11507 = 0.76986 \end{aligned}$$

## 2. 正态分布的分位数表

表 4 给出了标准正态分布的分位数  $u(p)$  与概率  $p$  的关系。

$u(p)$  由下式确定:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u(p)}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = p \quad (5)$$

此表由超过累积概率  $P$  查出分位数  $u(p)$ 。

[例 1] 已知  $p=0.201$ , 查得  $u(p)=0.83805$ , 表示超过  $u=0.83805$  的概率为  $0.201$ 。

对一般正态分布  $N(x; a, \sigma)$ , 分位数  $x$  由下式确定:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{(a-x)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (6)$$

式中  $u=(x-a)/\sigma$ 。此时, 先由表 4 从  $p$  查得  $u(p)$ , 再由

$$x = \sigma u(p) + a \quad (7)$$

得出  $x$  值。

### 3. 皮尔逊 III 型曲线的离均系数 $\Phi_p$ 值及模比系数 $K_p$ 值表

$\Phi_p$  值和  $K_p$  值表用来计算指定频率  $p$  的设计值  $x_p$ 。若已知均值  $\bar{x}$ , 离差系数  $C_v$  和偏态系数  $C_s$ , 用  $\Phi_p$  值表 (表 5) 由  $C_s$  及  $p$  值查取相应的  $\Phi_p$  值, 然后按

$$x_p = \bar{x}(\Phi_p C_v + 1) \quad (8)$$

算出各种频率的设计值  $x_p$ 。

如果  $C_s$  和  $C_v$  成特定的倍比 (如  $C_s/C_v=1, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 5, 6, 8, 10$ ), 可直接用表 6  $K_p$  表, 由  $C_v$  及  $p$  查取  $K_p$  值, 按

$$x_p = \bar{x} K_p \quad (9)$$

计算出  $x_p$  值。

### 4. 对数正态曲线的离均系数 $\Phi_p$ 值表

此表 (表 7) 是对一端有限的对数正态曲线

$$f(x) = \frac{1}{y\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_y^2}} \quad (10)$$

制作的, 式中  $y = \ln(x+b)$ 。

当均值  $\bar{x}$ , 离差系数  $C_v$  和偏态系数  $C_s$  已知, 即可用表 7 由  $C_s$ ,  $p$  值查取  $\Phi_p$  值, 再得到设计值  $x_p = \bar{x}(\Phi_p C_v + 1)$ 。

### 5. 耿贝尔曲线的离均系数 $\Phi_p$ 值表

耿贝尔分布曲线的分布函数为

$$p = 1 - e^{-e^{-\alpha(x-u)}} \quad (11)$$

式中  $\alpha, u$  为参数。

离均系数

$$\Phi_p = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{\pi}} \{0.57722 + \ln[-\ln(1-p)]\} \quad (12)$$

表 8 给出了  $p$  与  $\Phi_p$  关系。

通过某种方法计算出样本系列的  $\bar{x}$  和  $C_v$ ，由表 8 查出相应于频率  $p$  的  $\Phi_p$  值，再计算设计值  $x_p = \bar{x}(\Phi_p C_v + 1)$ 。

### 6. 耿贝尔曲线的 $\bar{y}_n$ 及 $\sigma_n$ 值表

此表 (表 9) 用于以最小二乘方法确定耿贝尔曲线的参数  $\bar{x}$  及  $\sigma$  或  $\alpha$  及  $u$ 。

先由样本系列算出  $\bar{x}'$ 、 $S_n$ ：

$$\bar{x}' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (13)$$

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x}')^2} \quad (14)$$

再由下列公式计算参数  $\alpha$  及  $u$ ：

$$\alpha = \frac{\sigma_n}{S_n} \quad (15)$$

$$u = \bar{x}' - \frac{\bar{y}_n}{\alpha} \quad (16)$$

式中的  $\sigma_n$ 、 $\bar{y}_n$  可用表 9 由样本系列长度  $n$  去查得。

最后计算出下列参数：

$$\sigma = \frac{1}{0.7797 \alpha} \quad (17)$$

$$\bar{x} = u + 0.45005 \sigma \quad (18)$$

$$C_v = \frac{1}{0.7797 \alpha (u + 0.45005 \sigma)} \quad (19)$$

若要计算  $x_p$  值，只需按 5 中所述的方法进行即可。

### 7. P-III型曲线图解适线法 $B$ 值图

在计算安全保证值时，通常要对设计值  $x_p$  加上它的均方误差  $S_{x_p}$ 。

$$S_{\sigma_p} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} B \quad (20)$$

若以百分比表示，则相对均方误差

$$S'_{\sigma_p} = \frac{100C_v B}{K_p \sqrt{n}} \% \quad (21)$$

式中  $B$  值由图表12的  $B$  值诺模图查得。 $B$  值与估计的方法有关，本  $B$  值图是对适线法用统计试验方法作成的。

[例 1] 已知  $C_s=2$ ,  $C_v=0.5$ ,  $p=0.1\%$ ,  $n=50$ , 在  $B$  值图上由  $C_s$ 、 $p$  查得  $B=11.6$ , 在  $K_p$  表上查得  $K_p=4.20$ , 则相对均方误差为

$$S'_{\sigma_p} = \frac{100C_v B}{K_p \sqrt{n}} \% = \frac{100 \times 0.5 \times 11.6}{4.20 \sqrt{50}} = 19.5\%$$

**8.P-III 型曲线极大似然法**  $\left[ \frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma \right] \sim \gamma \sim C_s \sim$

$L_1(\gamma)$  关系用表及手算方法

(1) 极大似然法手算方法原理:

极大似然法用样本求参数的方法是: 把使得似然函数达到极大的一组参数作为最优估计值。

对完全样本  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 似然函数为

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i; \alpha, \beta, \gamma) \quad (22)$$

对不完全样本  $x_{1(N)} \geq \dots \geq x_{a(N)}, \dots, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  似然函数为

$$L = \prod_{i=1}^a f(x_i; \alpha, \beta, \gamma) \left[ \prod_{j=1}^{n-1} f(x_j; \alpha, \beta, \gamma) \right]^{\frac{N-a}{n-1}} \quad (23)$$

这里假定分布遵循皮尔逊III型, 具有密度函数

$$f(x; \alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{\beta \Gamma(\gamma)} \left( \frac{x-\alpha}{\beta} \right)^{\gamma-1} \times \exp\left(-\frac{x-\alpha}{\beta}\right) \quad x > \alpha \quad (24)$$

以上各式中：\$N\$ 为特大值的重现期；\$a\$ 为特大值 \$x\_{i(N)}\$ 的个数；\$n\$ 为连续系列长度；\$l\$ 为连续系列中特大值个数。当 \$N=n\$，\$a=l=0\$，不完全样本转为完全样本。

由于似然函数 \$L\$ 和 \$\ln L\$ 同时达最大，所以参数 \$\alpha\$、\$\beta\$、\$\gamma\$ 可由下述方程联立求解：

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} = 0 \end{cases}$$

即

$$\left\{ \begin{aligned} -(\gamma-1) \left[ \sum_{i=1}^a \frac{1}{x_{i(N)} - \alpha} + \frac{N-a}{n-l} \sum_{i=1}^{n-l} \frac{1}{x_i - \alpha} \right] + \frac{N}{\beta} = 0 \end{aligned} \right. \quad (25)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \beta\gamma + \alpha = \frac{1}{N} \left[ \sum_{i=1}^a x_{i(N)} + \frac{N-a}{n-l} \sum_{i=1}^{n-l} x_i \right] \end{aligned} \right. \quad (26)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma = \frac{1}{N} \left[ \sum_{i=1}^a \ln(x_{i(N)} - \alpha) + \frac{N-a}{n-l} \sum_{i=1}^{n-l} \ln(x_i - \alpha) \right] - \ln(\bar{x} - \alpha) \end{aligned} \right. \quad (27)$$

但参数 \$\alpha\$ 不满足 \$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = 0\$ 求解所需的条件：\$f(x; \alpha, \beta, \gamma)\$ 的值域与 \$\alpha\$ 无关 [ 或对所有 \$\alpha\$，\$f(x; \alpha, \beta, \gamma)\$ 在曲线的两个端点皆为 0 ]。所以只能由式 (26)、(27) 来求解参数 \$\alpha, \beta, \gamma\$。为此，先算出均值

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^a x_{i(N)} + \frac{N-a}{n-l} \sum_{i=1}^{n-l} x_i \right) \quad (28)$$

假定一个 \$b\$ (这里 \$b = \frac{C\_s}{C\_v}\$)，相当于假定一个 \$\alpha\$ 值。这是由于

$$\frac{C_s}{C_v} = \frac{2EX}{EX - \alpha} \quad (29)$$

而EX由 $\bar{x}$ 估得, 所以

$$\alpha = \bar{x} \left( 1 - \frac{2}{b} \right) \quad (30)$$

这样, 可求出式(27)右端, 进而通过 $\left( \frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma \right) \sim \gamma$ 表(表13), 解出 $\gamma$ 值, 再根据 $\beta = \frac{\bar{x} - \alpha}{\gamma}$ 得出 $\beta$ 值。

于是在假定的 $b$ 值下, 求得 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 三个参数, 再由 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 算出相应的似然函数

$$\ln L = N \left\{ (\gamma - 1) \left( \frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma \right) + \left[ \ln \frac{b}{2\Gamma(\gamma)} + \gamma(\ln \gamma - 1) \right] - \ln \bar{x} \right\} \quad (31)$$

由于 $b = 2 \frac{EX}{EX - \alpha}$ , 而 $0 \leq \alpha \leq x_{min}$ ,  $x_{min}$ 为样本的最小值, 所以 $b$ 值的变化范围为

$$2 \leq b \leq b_{max} = 2 \frac{\bar{x}}{\bar{x} - x_{min}} \quad (32)$$

在 $[2, b_{max})$ 中假定若干个不同的 $b$ 值, 求出相应的似然函数 $\ln L$ 。当 $\ln L$ 为最大值时, 取相应的 $b$ 及 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\beta}$ 、 $\hat{\gamma}$ (或 $\hat{\bar{x}}$ 、 $\hat{C}_v$ 、 $\hat{C}_s$ )为极大似然法的解。

对于一个确定的样本,  $N$ 和 $\bar{x}$ 是确定的。为了简化计算和提高精度, 可不必求 $\ln L$ 最大, 而只要求

$$L' = \frac{\ln L}{N} + \ln \bar{x} = (\gamma - 1) \left( \frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma \right) + \gamma(\ln \gamma - 1) - \ln 2\Gamma(\gamma) + \ln b = L_1(\gamma) + \ln b \quad (33)$$

达最大值即可。已作了 $\left( \frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma \right) \sim \gamma \sim C_s \sim L_1(\gamma)$ 表供使用。

(2) 求解步骤:

为了实用方便, 以常用对数代替自然对数, 把式(27)改为

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma &= \frac{2.3026}{N} \left[ \sum_{i=1}^a \lg(x_{i:(N)} - \alpha) \right. \\ &\quad \left. + \frac{N-a}{n-l} \sum_{j=1}^{n-l} \lg(x_j - \alpha) \right] \\ &\quad + 2.3026 \left( \lg \frac{b}{2} - \lg \bar{x} \right) \end{aligned} \quad (34)$$

如果样本系列  $\{x_i\}$  已换成模比系数  $K_i = \frac{x_i}{\bar{x}}$  的系列  $\{K_i\}$ , 则式

(34) 可写为

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma &= \frac{2.3026}{N} \left[ \sum_{i=1}^a \lg(K_{i:(N)} - \alpha') \right. \\ &\quad \left. + \frac{N-a}{n-l} \sum_{i=1}^{n-l} \lg(K_i - \alpha') \right] + 2.3026 \lg \frac{b}{2} \end{aligned} \quad (35)$$

式中  $\alpha' = \frac{\alpha}{\bar{x}} = 1 - \frac{2}{b}$ 。

于是, 具体的手算步骤为:

(a) 由式(28)计算样本均值  $\bar{x}$ , 并根据系列最小值  $x_{min}$ ,

计算  $b_{max} = \frac{2\bar{x}}{\bar{x} - \alpha_{min}}$ 。

(b) 在区间  $[2, b_{max})$  内给出若干个  $b$  值, 算出相应的  $\alpha'$ ,  $\lg \frac{b}{2}$ ,  $\lg b$  或  $\alpha = \alpha' \bar{x}$ 。

(c) 对每个  $b$  值, 分别计算  $x_i - \alpha$  或  $K_i - \alpha'$  及其对数, 然后算出式(34)或式(35)右边项, 即得  $\frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma$  值。再查表13得  $L_1(\gamma)$ , 加上  $\ln b$  就得似然函数  $L'$ 。

(d) 在区间  $[2, b_{max})$  中选取使  $L'$  达极大的最佳值  $\hat{b}$ 。由  $\hat{b}$  相应的  $\frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma$  查表13, 得  $C_s$  的似然估值  $\hat{C}_s$ , 而  $\hat{C}_v = \hat{C}_s / \hat{b}$ 。

(e) 如果  $L'$  的极大值发生在  $b \rightarrow b_{max}$  (即  $x \rightarrow x_{min}$ ) 处, 表明 P-III 型曲线呈乙型, 即  $C_s \geq 2$ , 极大似然法无解。

在计算机上采用上述算法是极合适的。如果人工计算, 只要

有一个四位对数表就可以求解。而过去求解似然方程，常应用数值迭代或图解交线法，不仅计算繁复，精度要求亦高，否则所得解的误差较大，甚至出现应该有解但得不到解的情况。本文介绍的手算方法可克服原来方法的缺点。

[例 1] 给定一个  $n=20$  的完全样本系列，由  $\bar{x}$  及  $x_{\min}$  算出  $b_{max}=3.077$ 。在  $[2, 3.077)$  区间内选取 5 个  $b$  值，计算相应的  $L'$  值，如列表一。

列表一

$b$	2	2.5	3	3.05	3.07
$a' = 1 - \frac{2}{b}$	0	0.200	1/3	0.3443	0.3485
$\ln b$	0.6931	0.9163	1.0986	1.1151	1.1217
$\ln \frac{b}{2}$	0	0.2231	0.4055	0.4220	0.4285
$\frac{2.3026 \sum_{i=1}^n \lg(K_i - a)}{n}$	-0.0968	-0.3926	-0.7505	-0.8314	-0.8975
$\frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma$	-0.0968	-0.1695	-0.3450	-0.4094	-0.4690
$L_1(\gamma)$	-1.2096	-1.4241	-1.6350	-1.6655	-1.6821
$L'$	-0.5165	-0.5078	-0.5364	-0.5504	-0.5604

由表一可知，在计算精度要求不高的情况下，容易找到  $L'$  的局部极大值发生在  $\hat{b}=2.5$  附近。

于是，由  $\hat{b}=2.5$  相应的  $\frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)} - \ln \gamma = -0.1695$  在表 13 上查

$$\text{得 } \hat{C}_s = 1.13。 C_v = \frac{\hat{C}_s}{\hat{b}} = \frac{1.13}{2.5} = 0.45。$$

最后须要指出，在应用极大似然法于服从 P-III 型分布的水文随机变量时，应注意以下几点：

(a) 样本中的最小值对统计计算结果影响较大，特别是当水文系列与 P-III 型分布的尾部拟合不好时，有可能得不到合理



的成果。

(b) 历史洪水的加入对结果影响很小, 这是由于此法着眼于大多数样本的拟合优度, 而稀遇值相应的概率密度很小。

(c) 当  $C_s \geq 2$  时, 密度函数呈乙型, 即极大值出现在  $b \rightarrow b_{max}$  处, 似然法不能适用。

(d) 根据统计试验研究<sup>[2]</sup>, 用似然法估计, 统计参数较接近于无偏。而按期望值经验频率公式适线, 结果平均偏大一些。因此, 由似然法得到的  $C_s$  估值小于适线法的结果, 似然法的频率曲线的上部比适线法要偏低一些。

### 9. 三点法用表

表14、表15分别给出了P-III型曲线三点法  $S \sim C_s$  及  $C_s \sim \Phi_p$  关系表。

在用适线法求 P-III 型曲线的三个参数  $\bar{x}$ ,  $C_v$ ,  $C_s$  时, 可用简便的三点法。在目估及徒手绘制的频率曲线的头、中、尾部取三点:  $(p_1, x_1)$ 、 $(p_2, x_2)$ 、 $(p_3, x_3)$ 。表中的  $p_1$ 、 $p_2$ 、 $p_3$  值分别为 1-50-99%、3-50-97%、5-50-95%、10-50-90%、2-30-80% 和 2-20-70% 六组。按下列公式计算有关参数:

$$S = \frac{x_{p_1} + x_{p_3} - 2x_{p_2}}{x_{p_1} - x_{p_3}} = \Phi(C_s) \quad (36)$$

$$\sigma = \frac{x_{p_1} - x_{p_3}}{\Phi_{p_1} - \Phi_{p_3}} \quad (37)$$

$$\bar{x} = x_{p_2} - \sigma \Phi_{p_2} \quad (38)$$

由式(36)算出  $S$  值, 用  $S \sim C_s$  关系(表14)查取相应的  $C_s$  值。由  $C_s$  值查  $C_s$  与有关  $\Phi_p$  的关系(表15), 得  $\Phi_{p_1} - \Phi_{p_3}$  及  $\Phi_{p_2}$ 。再用式(37)、式(38)算得  $\sigma$  及  $\bar{x}$  值。

### 10. 经验频率抽样分布表

对按大小排列的  $n$  年样本

$$x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_m \geq \dots \geq x_n$$

超过第  $m$  项的概率  $P_m = P(x \geq x_m)$  是一个随机变数, 它的密度函数即经验频率的抽样分布为