数学形态学方法及其应用

唐常青 吕宏伯 黄铮 张方 编著

科学出版社

数学形态学方法及其应用

唐常青　吕宏伯　黄　铮　张　方　编著

科学出版社

1990

内 容 简 介

数学形态学是一种用于数字图象处理和识别的新理论和新方法。

本书介绍了数学形态学的基本原理，数学形态学的方法及其在数字图象处理和聚类分析中的应用，其中包括编著者的一些研究成果。全书内容较丰富。

本书可用作大专院校自动化、模式识别、计算机科学、应用数学等专业教材，也可供有关科技人员阅读、参考。

数学形态学方法及其应用

唐常青　吕宏伯　黄　铮　张　方　编著

责任编辑　曾美玉

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

•

1990年8月第一版　　开本：787×1092 1/32

1990年8月第一次印刷　　印张：5 7/8

印数：0001—2,700　　字数：130 000

ISBN7-03-001742-0/TP·132

定价：2.50元

前　言

数学形态学 (Mathematical Morphology) 是一种用于数字图象处理和识别的新理论和新方法. 关于这一学科，当前还存在着不少争议. 争议的焦点大体上可以归纳为两点：首先,在理论方面,这一学科的许多结论在从连续空间过渡到离散情形时还存在着漏洞,即有不严格之处. 其次,在方法和应用方面,一些学者认为这一学科的某些方法缺乏创见,而是沿袭了前人的结果. 但是,以下两点事实是不容否认的：第一,本学科的研究成果有很多已经作为专利出售,并且成为许多图象处理系统的理论基础或组成部分. 第二，这门学科诞生20年来的影响不断扩大. 除去欧洲的国家以外，美国等国的学者也已经开始了这方面的研究.

以数学形态学为基础的一些实用图象处理系统早在70年代已经引入我国. 目前，这类系统已在我国得到比较广泛的应用. 一些国产系统,例如由中国科学院生物物理研究所和计算技术研究所负责,软件研究所、电子研究所和自动化研究所参加研制的癌细胞自动识别系统,也是建立在数学形态学的基础之上的. 鉴于这些情况,我们不揣冒昧,编写了这本小册子，供对此感兴趣的科技工作者参考之用.

数学形态学的理论基础是颇为艰深的. 考虑到普及的需要,我们没有从最基本的理论即积分几何和随机集论出发来介绍这一学科,而是采用了尽量通俗的叙述方式.

全书内容分三个部分. 第一部分二至五章立足于离散图象，介绍数学形态学的主要变换和概念. 这一部分基本上是

自足的，只要求读者具有最基本的集合论知识．第二部分六至七章介绍本学科在数字图象处理和某些实际领域的应用．第三部分八至十章介绍本学科最基本的理论基础．这一部分主要在连续条件下讨论，但也只用到了关于点集拓扑、集论和随机过程的一些结论．只对应用感兴趣的读者可以略去这一部分．书中还包括了我们的一些工作．

本书是在我们所举办的几次讨论班和研究生、大学生课程的基础上编写的，由唐常青、吕宏伯、黄铮、张方编著．聂金宗工程师也参加了编写工作．本书的“绪论”部分主要引自沈永欢教授的文章“模式辨认的数学方法简介”．陈祖荫教授对全书进行了审校，并提出了很多宝贵的指导性的意见，对此我们表示衷心的感谢．

我们诚恳地希望读者对本书提出批评和指正．

编著者

目　录

第一章 绪 论

数学形态学是一门新兴的学科. 1965年，联邦德国和法国巴黎矿业学院的科学家们几乎同时地奠定了这门新学科的基础——前者从洛林铁矿的岩相学定量描述工作出发，后者则从油母页岩的气孔网络研究开始. 此后，两者共同建立了枫丹白露数学形态学研究中心.

数学形态学是一门建立在严格数学理论基础之上的学科，G.马瑟荣(G.Matheron)于1973年出版的*Ensembles aléatoires et géométrie intégrale*一书严谨而详尽地论证了随机集论和积分几何，为数学形态学奠定了理论基础. 数学形态学的理论基础还涉及到拓扑学、现代概率论、近世代数与集论、图论等一系列数学分支. 另一方面，数学形态学又是一门密切结合实际的学科. 枫丹白露的学者们在他们所创造的理论的基础上，研制成功了纹理分析系统(Leitz Texture Analysis System). 20年来，这个研究中心已经出售了数十项技术专利，大都用于各种自动的影象分析系统. G.S.沃森(G.S.Watson)认为，在其他地方，也曾经分别提出过偏重于理论或偏重于实践的一些想法，但只是在枫丹白露研究中心，两者才得到了自觉的、和谐的统一.

本章将先从数字图象处理开始介绍，然后简单介绍数学形态学的研究内容和基本思想.

第一节 数字图象处理

数字图象处理是一个当前受到广泛重视的科学领域. 数

学形态学可以看成一种新型的数字图象处理方法和理论. 为了说明数学形态学的对象、目的和主要内容，我们先对数字图象处理的概貌作一个简单的介绍.

一、数 字 图 象

在现实生活中，我们经常需要利用电子计算机去研究各种图象的性质. 例如，识别签名或者票据，自动辨认和阅读文献、文件或者程序，监视心电波或脑电波图形，识别细胞涂片或者X光照片，解释和破译各种遥感照片，检查各种工业制品(玻璃、纸张、纺织品、印刷电路板、金属零件)的表面质量，识别指纹或者声波，等等. 为了能将图形输入到计算机内，需要对图形进行数字化，得到所谓数字图象.

数字化的原理可以简述如下：将一张网格覆盖在图象上，每个网格的中心称为格点或者图象的象点(*pixel*). 用象点代替整个格子，便可把一张连续图象看成由一批象元构成的离散图象，并把它存贮到计算机内. 这样，对连续图象的处理便转化为对离散点的处理，或者在数组上的运算.

在计算机内，通常存贮的是每个象点上的“灰度”值，即图象在象点处的深暗程度；有时，也可能存贮“亮度”值，它与灰度成反变关系. 借助于各种仪器设备，可以将灰度的全部变化范围(从最亮到最暗)分为128 256甚至更多个等级，但是人类肉眼所能区分的等级不过10个左右. 因此，利用计算机处理图象可以比目视更为精确.

将连续图象数字化(通常称为“采样”)，并将所得的数字化图象以各种形式存贮在计算机内(称为编码，压缩)，构成了数字图象处理的一部分内容.

二、数字图象处理的内容和工具

除去采样、编码和压缩外，数字图象处理的主要内容或目的包括以下几个部分.

1．对图象质量加以改善

（1）图象增强　包括增强反差即对比度，平滑即消除“噪声”，对图象中的目标加以锐化，用“伪彩色”增强图象，对图象进行几何校正，等等.

（2）图象复原　指改善由于种种原因而“退化”的图象的质量．这时通常假定已知退化模型或者了解退化原因，但也包括退化模型未知的情况.

（3）图象分割　例如，从图象中分离出要识别的“目标”与“背景”两个部分，从图象中检出线条、曲线、物体边界、物体骨架等特殊结构，等等.

总之，改善图象质量的目的是使图象更加清晰，有助于提高目视效果，或者从图象中检出所需要的部分.

2．对图象进行描述与分析

（1）描述一张图象（或者图中某些部分）的几何与拓扑性质、纹理性质或者其他性质．这一过程相当于提取图象的各种特征．下一步可以利用这些特征进行对图象的识别或理解.

（2）对两张或多张图象进行比较、匹配或描述它们之间的关系.

3．数字图象处理中比较新的内容还涉及对图象的理解，由投影图重建三维图象，以及对三维场景的分析等等.

数字图象处理中的数学工具通常可以分为两大类．第一类包括各种变换和滤波方法，例如傅里叶(Fourier)变换、哈达玛(Hadamard)变换、沃尔什(Walsh)变换、霍特林(Hotelling)变换、酉变换、斜变换等等．这一类方法的共同特点是将图象变换到频率域中进行处理(滤波)后，再变回到原来的空间上．第二类方法直接在空间域上处理图象，它包括各种统计方法、微分方法以及其他数学方法．

数学形态学可以看成一种特殊的数字图象处理方法．它的主要特点将在下一节中介绍．

第二节 数学形态学的基本特点

瓦特森曾经说过，马瑟荣关于数学形态学的论述，在理论上是“惊人的数学的”，但是，它的基本观念却是简单的和优美的．本节将要简单地介绍这一学科的主要思想．

一、图象的基本特征

数学形态学的创始人们认为，他们的主要研究目的是借助于面积、周长、连通分支的数目、曲率半径、“大小分布”等一系列几何参数，来确定一幅图象，或者图象中某个目标的基本特征．他们把这一工作称为“纹理分析”，并且认为，这一工作在金相学、地质学、生物学、遥感以及工业等领域内都是有用的．

具体地说，上述工作包括以下几个方面：

首先，在定义了某种几何参数以后，需要寻求一种尽可能简单的技术，以便对于这一参数进行测量．

其次，在图象分析中经常会遇到“体视性质”的问题，即从平面或直线上的观察出发，重新勾划出三维空间中的几何性质．

再次，在图象分析中还常常需要处理带有随机性的问题．

一种可能的情形是被研究的物体是确定的，但相对位置是随机的．另一种情形则假定物体本身及其几何形状也是随机的．例如，金相学中观察到的物体是由许多颗粒构成的，而这些颗粒的形状、大小以至相互关系都是随机的．

数学形态学的主要内容是设计一整套变换（运算）、概念和算法，用以描述图象的基本特征．这些数学工具不同于常用的频域或空域方法，而是建立在积分几何以及随机集论的基础之上的．这是由于，积分几何能够得到各种几何参数的间接测量，以及反映图形的体视性质，而随机集论则适于描述图象的随机性质．

总而言之，数学形态学中各种变换、运算、概念和算法的目的，在于描述一图象的基本特征或基本结构，亦即一图象的各个元素或者各个部分之间的关系．

二、数学形态学的主要运算

数学形态学提出了一套独特的变换或运算．关于这些变换和运算的详细内容，我们将在本书的第一、三两部分中详加介绍．在这里，我们简单地介绍这些变换和运算的设计原则．

为了实验地确定一幅图象的结构，必须逐个地试探图象各部分之间的关系，并且进行检验．最后，我们将得到一个各部分之间关系的集合．

在考察图象各部分之间的关系时，我们需要设计一种收集信息的“探针”，称为“结构元素”．在图形中不断移动结构元素，便可考察各个部分之间的关系．

例如，若图象是一张细胞涂片，则涂片中的各个细胞图形之并形成被考察的目标部分A，而空白部分即背景图象称为A

的补集A^c. 我们设计一种结构元素，假定其形状为小的正六边形，记作B. 这时，能够观察到的最简单的关系是$B\subset A$（B包含在某个细胞中）或者$B\cap A\neq\phi$（B与细胞相遇）. 于是，我们便需要考察图中哪些部分具有以上两种关系.

看图1.1，设B的右下角为原点. 在A的每个部分中移动B. 若$B\subset A$，则将原点称为"A由B作出的腐蚀"$A\ominus B$中的点；若$A\cap B\neq\phi$，则将原点称为"A由B作出的膨胀"$A\oplus B$中的点. 如图所示.

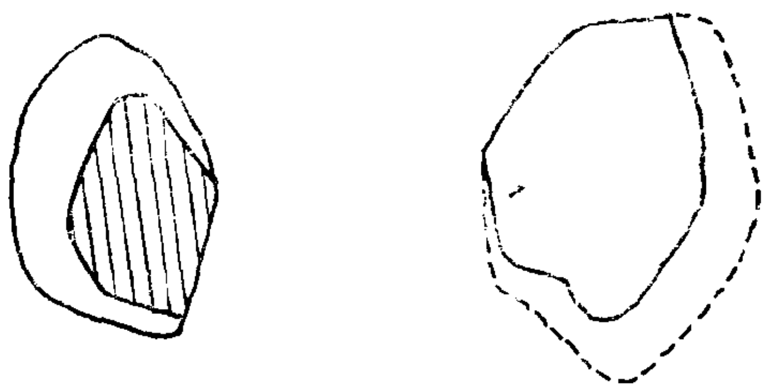

图1.1 腐蚀和膨胀
左方六边形为B，中间实线部分为A，阴影部分为$A\ominus B$，
右方实线与虚线所围为$A\oplus B$.

腐蚀和膨胀是数学形态学中两种最基本的变换或运算. 它们描述了目标图象A所满足的两种关系. 这些变换的作用有如下一些：

描述目标A的基本结构；

由此出发，确定A的各种几何参数；

消除噪声（例如，凡小于B的部分，经过腐蚀运算后都将被消除），等等.

设计各种不同的结构元素并且考察各种可能的关系R. 从确定性的观点来看，如果考察了每个R是否成立，就认为A的结构已经被了解. 从随机性的观点来看，如果了解了每个R成立的概率$P(R)$，就认为实际可能的情形已经被了解. 由

此出发，就可探讨A的各种性质，例如大小、周长、连通性、“颗粒性”等等.

关于腐蚀、膨胀以及其他运算的数学定义，将在随后各章中陆续叙述.

三、图象定量分析的原则

马瑟荣和J.塞拉 (J.Serra) 等人对于他们所设计的各种变换或运算规定了一些应该满足的性质，并称之为图象定量分析原则.

1．平移兼容性

用集合X表示被分析的图象，因为每个图象都可看成一批点的集合. 用ψ表示某种图象变换或运算，$\psi(X)$表示X经过变换或运算ψ后所得的新图象. 用记号X_h表示将X平移一个位置矢量h后所得的结果. 平移兼容性原则可以表示为

$$\psi(X_h)=[\psi(X)]_h,$$

即X先平移再变换的结果与先变换再平移的结果相同.

这一要求的物理背景是指：假设两个人同时观测同一对象，例如同一地质构造层或同一张细胞涂片，并从其中取出一个局部(“样品”)进行某种处理. 那么取样位置应当允许是随机的，即处理的结果应当和取样位置无关.

2．尺度变换兼容性

用λX表示对图象X所作的相似变换，其中λ是一正实数. 我们设图象运算ψ为X由结构元素B所作出的腐蚀$X\ominus B$，用ψ_λ表示X由结构元素λB所作出的腐蚀$X\ominus\lambda B$，则尺度变换兼容性原则为

$$\lambda\psi\left(\frac{1}{\lambda}X\right)=\psi_\lambda(X),$$

或

$$\lambda\left(\frac{1}{\lambda}X\ominus B\right)=X\ominus\lambda B.$$

物理背景是：可以对样品放大(缩小)后再进行观察，只要对结构元素做相应变换，则结果不变. 这一要求对各种ψ都需要成立.

3．局部知识原理

设Z是一个图形(“闭集”)，则相对于Z存在另一个闭集Z'，使得对于X有

$$(\psi(X\cap Z))\cap Z'=\psi(X)\cap Z'.$$

关于“闭集”概念将在第三部分中介绍，这里不妨直观地理解为包含边界的图形.

在物理上，可以将Z理解为某个“掩模”即取景框. 在实际问题中，我们在观察某一对象时每次只能观察到它的一个局部，即某个掩模所覆盖的部分$X\cap Z$. 本条原则要求，对于每种确定的变换或运算ψ，当掩模Z选定后，都能找到一个相应的模板Z'，Z'依赖于Z，并使得通过Z'所观察到的局部性质即$(\psi(X\cap Z))\cap Z'$与整体性质即$\psi(X)\cap Z'$一致.

4．半连续原理

在对一图象进行研究时，往往需要采用逐步求精的逼近方式. 换句话说，对X的研究往往需要通过对一系列图形X_1，X_2，…，X_n，…的研究而实现，其中诸X_n逐步逼近X. 半连续原理要求，各种图象变换或运算应该满足这样的性质：对真实对象X的处理结果应该包含在对一系列X_n的处理结果内，即所谓半连续. 关于半连续的严格定义将在后文中叙述.

四、图象基本特征的确定

本节第二、三两部分简单叙述了数学形态学中基本变换

和运算的原理和性质．利用腐蚀、膨胀和其他变换，可以对图象进行观察和处理，从而达到改善图象质量的目的．

数学形态学的另一部分内容是描述和定义图象的各种几何参数与特征，例如图象的面积、周长、连通度、颗粒度、骨架方向性等等，并且设计计算各种参数与特征的算法．同时，为了定义各种图象参数与特征，还需要研究将连续图象离散化而得到数字图象的方式．这些课题构成了数学形态学的另一部分内容．关于这些问题将在以后几章中详细介绍．

第二章 数学形态学的基本运算

本章首先介绍数学形态学中最常使用的7种基本运算．它们是全部形态变换的基础．

本章所讨论的对象是数字图象．图象中各点的坐标都是整数，记作(x,y)．在这一章里，我们假定被讨论的图象都是二值的，即每个点(x,y)上的灰度值$f(x,y)$或者是1（目标点），或者是0（背景点）．

若$P(x_1,y_1)$和$Q(x_2,y_2)$是一幅图象中的两个点，λ是一整数，则规定：

$$
\begin{aligned}
&P+Q=(x_1+x_2,y_1+y_2),\\
&\lambda P=(\lambda x_1,\lambda y_1).
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

以上两种运算分别称为点的加法以及点与数的乘法．它们的直观表示见图2.1．

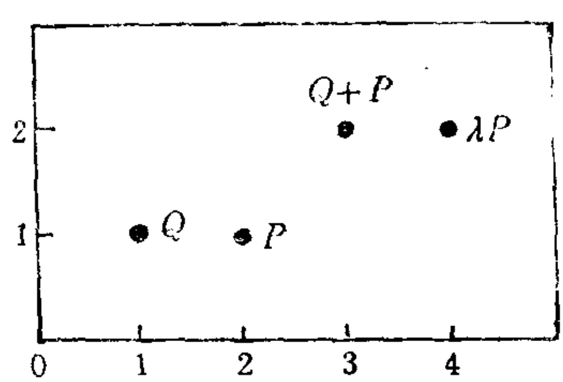

图2.1 点的加法以及点的数乘（λ＝2）

第一节 膨胀和腐蚀

膨胀和腐蚀是两种最基本的运算．它们有着很直观的几