

现代外国统计学优秀著作译丛

统计决策论 及贝叶斯分析

STATISTICAL DECISION THEORY
AND BAYESIAN ANALYSIS

[美] James O. Berger 著

贾乃光 译

吴喜之 校译

中国统计出版社

现代外国

统计学研究部藏书

统计决策论及贝叶斯分析

(第二版) 072492

[美] James O. Berger 著

贾乃光 译

吴喜之 校译



072492

中国统计出版社

(京) 新登字 041 号

图书在版编目 (CIP) 数据

统计决策论及贝叶斯分析/ (美) 伯杰 (James O. Berger) 著,
贾乃光译. —北京: 中国统计出版社, 1998. 5

(现代外国统计学优秀著作译丛)

书名原文: Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis

ISBN 7-5037-2533-8

I. 统…

II. ①伯… ②贾…

III. ①统计决策-决策理论 ②贝叶斯分析

IV. O225

中国版本图书馆 (CIP) 数据核字 (97) 第 15204 号

著作权合同登记: 图字 01-97-0382 号

中国统计出版社出版

(北京三里河月坛南街 75 号 100826)

新华书店经销

科伦克三莱印务有限公司印刷

*

850×1168 毫米 32 开本 23.125 印张 58 万字

1998 年 5 月第 1 版 1998 年 5 月北京第 1 次印刷

印数: 1—4000 册

*

定价: 49.20 元

(版权所有 不得翻印)

版权公告:

Copyright notice:

统计决策论及贝叶斯分析

(第二版)

STATISTICAL DECISION THEORY AND
BAYESIAN ANALYSIS

(Second Edition)

[美] James O. Berger

Copyright © 1980, 1985 Springer-Verlag New York, Inc.

All Rights Reserved.

本书中文版翻译、出版专有权归国家统计局
统计教育中心和中国经济出版社

现代外国统计学优秀著作译丛 专家委员会

主任:

翟立功 国家统计局副局长

副主任:

贺铿 国家统计局副局长

王吉利 国家统计局统计教育中心主任

委员:

刁锦寰 美国芝加哥大学商学院 教授

吴建福 美国密西根大学统计系 教授

孟晓犁 美国芝加哥大学统计系 博士

张尧庭 上海财经大学数量经济研究所 教授

茆诗松 华东师范大学数理统计系 教授

陈家鼎 北京大学概率统计系 教授

郑祖康 复旦大学统计与运筹系 教授

吴喜之 南开大学数学系 教授

袁卫 中国人民大学统计系 教授

邱东 东北财经大学统计系 教授

郝国印 国家统计局统计教育中心副主任

谢鸿光 中国统计出版社副总编

办公室:

刘启荣 国家统计局统计教育中心教材处处长

严建辉 中国统计出版社第二书籍编辑部主任

李毅 国家统计局统计教育中心教材处副处长

出版说明

为了加强对国外统计理论与实践的研究和了解，全面反映国外统计科研和教学的发展，促进我国统计教学改革和教材内容更新，在国家统计局领导的大力支持下，全国统计教材编审委员会组织翻译出版了这套“现代外国统计学优秀著作译丛”。

随着我国社会主义市场经济体系的逐步建立，统计教育正面临着十分严峻的挑战。一方面，在社会主义市场经济条件下，不论国家的宏观经济调控还是企业的生产经营管理，都要求准确地把握市场运行的态势，科学地分析经济中各种错综复杂的关系，因而，对统计信息的需求越来越大，对统计人才的业务素质提出了更高的要求；另一方面，我国过去的统计教育模式是按为高度集中的计划经济体制服务的要求建立的，培养的统计人才的知识结构比较单一，难以适应经济体制、统计体制改革的需要。为使统计人才的培养适应建立社会主义市场经济体制的需要，满足二十一世纪现代化建设的要求，缩小与国际先进水平的差距，基础在教育，关键在教材。在继续组织有关专家、学者编写一批反映国内统计科学和统计实践发展的新教材的同时，必须尽快引进并翻译出版一批外国先进统计教材。这是学习外国先进统计知识的一种直接而且十分有效的方式，对于推动国内统计教材内容更新和教学改革，造就一大批具有渊博知识和多方面

业务技能的复合型人才，具有十分重要的意义。

为了做好这套丛书的翻译出版工作，全国统计教材编审委员会成立了现代外国统计学优秀著作译丛专家委员会，对国外统计著作的出版和使用情况进行了调查研究，分析了国内对外国统计教材的需求，在此基础上制定了翻译著作选题规划。在这套丛书的翻译出版过程中，我们得到了国内外有关专家、有关院校统计系和国外有关出版公司的大力帮助和支持，在此表示衷心的感谢。

全国统计教材编审委员会

1995年7月

译者序

通过翻译，我觉得此书很适宜研究生读。如按文中所指地读它推荐的主要参考文献，并做每章后所列的大部分习题，恐怕至少得两三年的时间。一般的本科生和教师很难有这样的时间。

即使如此，也还要反复地读若干遍，否则会觉得很难抓住要领。

细读、反复地读、能够有所应用地读，则会发现此书不愧为统计学的名著。而一切名著都是值得这样读的。

得以翻译此书要特别感谢茆诗松教授对我的帮助，译的许多不当之处还请茆先生、吴喜之先生及各位专家和读者多多指教。

贾乃光

1997年夏

献给

Ann, Jill 和 Julie

前 言

统计决策论和贝叶斯分析在很多方面是联系在一起的。首先，在解决现实的决策问题时都需要它们，它们各自体现在决策问题诸多要素之一的描述中。进一步讲，贝叶斯分析和决策论对统计学提供了一个统一的观点；它们在对统计学做思考上和对已提出的统计方法的评价上给出了一个基础性的框架。

贝叶斯分析和统计决策论之间的关系（概念上的和数学上的）是如此之密切，以致于要是只学其中的一个而不学另一个，会觉得很不自在。然而，它们各自的主要部分是分别发展起来的。从贝叶斯方面说，已存在一个完全成熟的统计推断方面的贝叶斯理论（不论从主观意义上还是客观意义上都可以这样说），这个理论认识到条件统计分析观点（即把观测数据作为已知的而不是未知的）的重要，尽管当时损失函数尚未参与分析之中。另外还存在一种已被充分研究了（频率派的）决策论，它在避免正式地利用先验分布的情况下，试图建立频率派统计理论基础。虽然本书的中心线是贝叶斯决策论，但对贝叶斯推断和非贝叶斯决策论都做了广泛的讨论。实际上，本书是想写成，比如说，将两个内容分开，对每一个题目作为一门课在教学上使用。

贝叶斯分析，特别是决策论，在实际方向的考虑上仍然具有双重个性。两者都可以在非常实践的层次上予以讨论；而另一方面，它们还都具有一些最困难和最精彩的统计学的理论成果。本书在这两个方面都有相当数量的内容。一方面对如何在实际上进行贝叶斯决策论和贝叶斯推断做了广泛的讨论，其中包括如何构造先验分布和损失函数，以及如何使用它们；而从另一方面，也

介绍了这些领域中某些漂亮的理论成果。

本书对读者统计水平的要求在形式上是很低的，不必要具备贝叶斯分析、决策论、或高等统计学的预备知识。但对那些连中等深度的统计课还没有学过的人来说，读本书恐怕会很吃力的。比如，读者如能事先懂得一些像充分性一类的概念，那就很令人满意了。还应说明，本书的某些部分从哲学上说很有挑战性，在统计学家之中，对什么是正确的统计方法存在着截然不同的意见。由于这些基础性质上的争论在概念上的困难，建议读者在阅读全书的进程中要反复阅读这些材料（即 1.6、4.1 和 4.12 节）。

就大部分内容来说，本书的数学水平仅为容易的高等微积分，有些概率知识是需要的，至少，比如说期望和条件概率的知识。有时（特别是后几章），会用到一些较高深的数学内容，但对绝大部分来说，并不要求具备高深的数学知识。由于以上数学深度的局限，在有些我们所陈述的定理中，要使之完全精确就需要另外加上比如说可测性的条件。另外，在某些结论中，有些次要的（但不是可忽略的）技术性条件有时予以略去，我们把这种成果称之为“结果”，以区别于“定理”。

本书主要讨论贝叶斯分析和决策论的基本论点和原理，没有打算系统地介绍实际上已开拓发展的方法的全貌，即介绍这些思想在统计学的特殊领域的具体发展。书中的例子，在很大程度上是随便例举的，因而很遗憾，它们未能覆盖统计学中某些难度较大的部分，比如，非参数统计。不过，方法上的相当数量的内容最终还是通过这样或那样的途径介绍出来了。

本书第二版在书名上有所改变，加上了“贝叶斯分析”，这反映了本书所做的主要改动，即大大增添了贝叶斯分析的内容，使本书可以作为单独贝叶斯分析的教科书。我之所以这样做是因为我意识到，虽然在第一版我公开声称自己是“激进的贝叶斯派”（现在仍然如此），但第一版若作为以贝叶斯分析为主的教材并不适用，特别是没有恰当地突出条件贝叶斯的观点。在试图改正这个问题时，我也犯了再版者的通病，禁不住增加了大量有关贝叶

斯分析重要论题的材料，如多层贝叶斯理论、贝叶斯分析中的计算、贝叶斯分析的论据的交流与组合。

对熟悉第一版的读者来说，最大的改变在第3、4两章，在内容上大加扩充，几乎是完全重写的。第1章的有些节是重写的（特别是1.6节），有些小节的内容并到第2章。第5章最显著的改动只是增加介绍已广泛发展起来的极小极大多元估计(Stein估计)，它在极小极大理论中已成为在发展上占有最广阔空间的统计领域。第6章只有很少的变动；第7章仅添加了一节讨论任意停止的内容；第8章则根据最近的发展做了很大变动，但并不打算做全面彻底的评述。

一般地说，没有重写的部分也就没有新的参考书目，因而很遗憾，第一版存在的决策论早期的参考书目不足的问题仍然存在。很多决策论的思想和概念已变得为人们所熟知，很抱歉，我也没有再试图追根求源并提供参考书目了。

就讲授来说，本书可用作不同课程的教材。最宜作教学时间为两学期（一年两学期）或三学期（一年4学期）的贝叶斯分析及统计决策论的教材，学生可学完全书（第1—4章为一学期，第5—8章为第二学期）。以下大纲作为单学期课的各种安排。第一种是硕士生水平的，它更多地着重于应用。其它几种方案加进理论部分，应更适用于博士生。当然，采用其它完全不同的安排方法也可以。

贝叶斯分析及决策论（应用的）

1 (1.4, 1.7, 1.8 除外); 2; 3 (3.4, 3.5.5, 3.5.6, 3.5.7 除外); 4 (4.4.4, 4.7.4—4.7.11 除外); 如还有时间可加读其它有价值的内容，包括4.7.4, 4.7.5, 4.7.9, 4.7.10, 4.7.11 及4.11。

贝叶斯分析及决策论（更理论的）

1; 2 (2.3, 2.4.3, 2.4.4, 2.4.5 除外); 3 (3.4, 3.5.5, 3.5.6,

3.5.7 除外); 4 (4.4.4, 4.5.3, 4.6.3, 4.6.4, 4.7.4, 4.7.6, 4.7.7, 4.7.9, 4.7.10, 4.8.3, 4.9, 4.10, 4.11 除外)。

(i) 极小极大选读: 5 (5.2.3 除外); 8 的部分内容。

(ii) 不变性选读: 6; 8 的部分内容。

(iii) 序贯选读: 7 (7.4.7—7.4.10, 7.5.5, 7.6 除外); 8 的部分内容。

以贝叶斯派为主的课程 (更理论的)

1 (1.4, 1.8 除外); 2 (2.3 除外); 3 (3.5.5, 3.5.6 除外); 4 (4.7.6, 4.7.7 除外); 7 (7.4.2—7.4.10, 7.5, 7.6 除外)。如前面的有些内容有所删节, 则可安排较多的序贯贝叶斯的内容。

以决策论为主的课程 (非常理论的)

1 (1.6 除外); 2 (2.3 除外); 3.3, 4.1, 4.2, 4.4, 4.8; 5 (5.2.3 除外); 6; 7 (7.2, 7.4, 7.7 除外); 8。

对为本书做过这样或那样贡献的许多人, 我怀有非常的感谢之情。有益的批评和讨论来自很多方面, 其中特别有帮助的有: Eric Balder, Mark Berliner, Don Berry, Sudip Bose, Lawrence Brown, Arthur Cohen, Persi Diaconis, Roger Farrell, Leon Gleser, Bruce Hill, Tzou Wu-Jien Joe, T. C. Kao, Jack Kiefer, Sudhakar Kunte, Erich Lehmann, Carl Morris, Herman Rubin, S. Sivaganesan, Bill Studden, Don Wallace, Robert Wolpert 及 Arnold Zellner。我特别地感谢 Herman Rubin, 他提供了 7.4.8, 7.4.9 两小节中的大部分素材, 而且他还是书中其它很多部分中我的“愚蠢过滤器”。

本书的第一版是由 Lou Anne Scott, Norma Lucas, Kathy Woods 及 Carolyn Knutsen 打字的, 对她们全体, 我深表谢意。再版的非常烦人的打字工作是由 Norma Lucas 从事的, 她在整个过程中表现出的熟练和热情, 使我深为赞赏和感谢。最后, 我要对

John Simon Guggenheim 纪念基金会、Alfred P. Sloan 基金会和
国家科学基金会在我写作期间给予我的支持表示感谢。

James Berger

1985 年 3 月

西拉斐特 (West Lafayette), 印第安纳州

1 基本概念

1.1 导论

决策论，顾名思义，是关于做决策的问题。统计决策论是运用统计知识来认识和处理决策问题中的某些不确定性，从而做出决策。在大多数的情况下，都假设这些不确定性可以被看作是一些未知的数量，由 θ 表示（ θ 可能是向量或矩阵）。

举个例子，一个药物公司要决定是否将一种新的止痛药投放市场。影响这一决定的有许多因素，其中有两个是这样的：一个是在服此药的人中将证明此药有效的人数所占的比例（ θ_1 ）；另一个是在市场占领中此药将会占的比例（ θ_2 ）。虽然用具有代表性的实验可以得到有关它们的统计信息，但 θ_1 和 θ_2 通常都是未知的。这个问题就是决策论的问题之一，它的最终目的是决定：是否将此药投放市场；投放多少；价格如何等。

在对 θ 做推断时，经典统计学是直接利用样本信息（数据来自统计调查），这些经典推断大都不考虑所作的推断将被应用的领域。而决策论则试图将样本信息与问题的其它相关的性质结合起来考虑，从而可以做出一个最好的决策。

除了样本信息之外，还有两类相关的信息特别重要：一是对

决策带来的可能后果的认识，这种认识常被量化为定出每一个可能的决策和 θ 各可能值所造成的损失。（想到损失似乎使统计学家们看上去是悲观论者，经济界和商界的决策理论家所用的措词是所得（效用）。由于我们的方向主要是统计的，所以就用损失函数这一术语。其实，所得就是负的损失，两者并没有实质的区别。）

将损失函数加到统计分析中并对此做了深入研究的首推 Abraham Wald，参看 Wald (1950)，此书还回顾了决策论的早期成果。

在药物的例中，新药是否投放市场的决定所相应的损失是 θ_1 、 θ_2 和许多其它因素的复杂函数。较简单的情形是考虑比如在广告战中对 θ_1 的估计问题，对 θ_1 的偏低估计所产生的损失来源于宣传中没有充分说明产品的质量（从而影响了销售）；而对 θ_1 的偏高估计所产生的损失是基于要承担由于广告与实际不符可能受到惩罚所带来的风险。

我们通常要考虑的第二类非样本信息被称之为先验信息。它是关于 θ 的信息，但并非来自统计调查。先验信息一般来自类似情况包含类似的 θ 的过去的经验。例如，在药物的例中关于 θ_1 和 θ_2 ，总会有大量的、不同但类似的其它止痛药的可资利用的信息。

L. J. Savage (1961) 提出了一个令人信服的例子，说明先验信息有时是很重要的。例中有以下三个试验：

(1) 一位常饮牛奶加茶的妇女声称，她能区别出是牛奶还是茶先被倒进杯子里的。对她进行了 10 次这样的试验，结果她都说对了。

(2) 一位音乐专家说，他可以由海顿或莫扎特的一页乐谱看出作者是海顿还是莫扎特。做了 10 次试验，每次他都正确。

(3) 一个喝醉了的朋友说，他可以预知掷一个质地均匀的硬币哪一面朝上，在 10 次检验他的实验中，他每次都正确。

在以上三情况中，未知量 θ 皆为回答正确的概率。在对他们做经典的显著性检验中，原假设 H_0 为 $\theta=0.5$ （即他们是猜的）。以

上三种情形皆以 2^{-10} 的（单侧）显著水平拒绝原假设。由此看来，以上试验说明他们具有他们所宣称的能力的证据是很充分的。

对情况 2，我们没有理由怀疑这个结论（这结果与我们的先验信念完全一致）。而在情况 3 中，我们的先验的看法是，他的预知是不可能的（除非他有特异功能），这使我们忽略试验的结果，把他的成功只看作他一次次地侥幸走运。对情况 1 就很难说清楚了，不同的人对那位妇女所声称具有的能力有不同的先验信念，从而就会得出不同的结论。在以上三种从统计上看完全相同的情况中，很清楚，先验信息是不能被忽略的。

将先验信息正式地纳入统计学中去并探索如何利用这种信息的方法被称为贝叶斯分析（名称来自 Bares (1763)）。贝叶斯分析与决策论走到一起是很自然的，部分原因是它们都要利用非试验信息源的共同目标；另一部分原因是深层次的理论把它们联结在一起。所以，我们将在本书中着重于贝叶斯决策论。当然，还存在已广泛发展了的非贝叶斯决策论和非决策论的贝叶斯观点，对两者，本书都将以适当的深度予以涵盖。

1.2 基本要素

未知量 θ 是影响决策过程的，通常它被称为自然状态，在做决策的过程中，可能的自然状态有哪些，这显然是很重要的。符号 Θ 表示自然状态所有可能值的集合。当为了得到关于 θ 的信息而进行试验时，典型的情形是，这些试验总是被设计为观测值服从某一概率分布，而 θ 是这个分布的一个未知参数。此时， θ 被称为参数， Θ 被称为参数空间。

在文献中，通常把决策叫做行为，特定的行为由 a 表示，所研究的所有可能的行为的集合由 \mathcal{A} 表示。

正如在导论中说过的的那样，决策论的一个关键的因素是损失