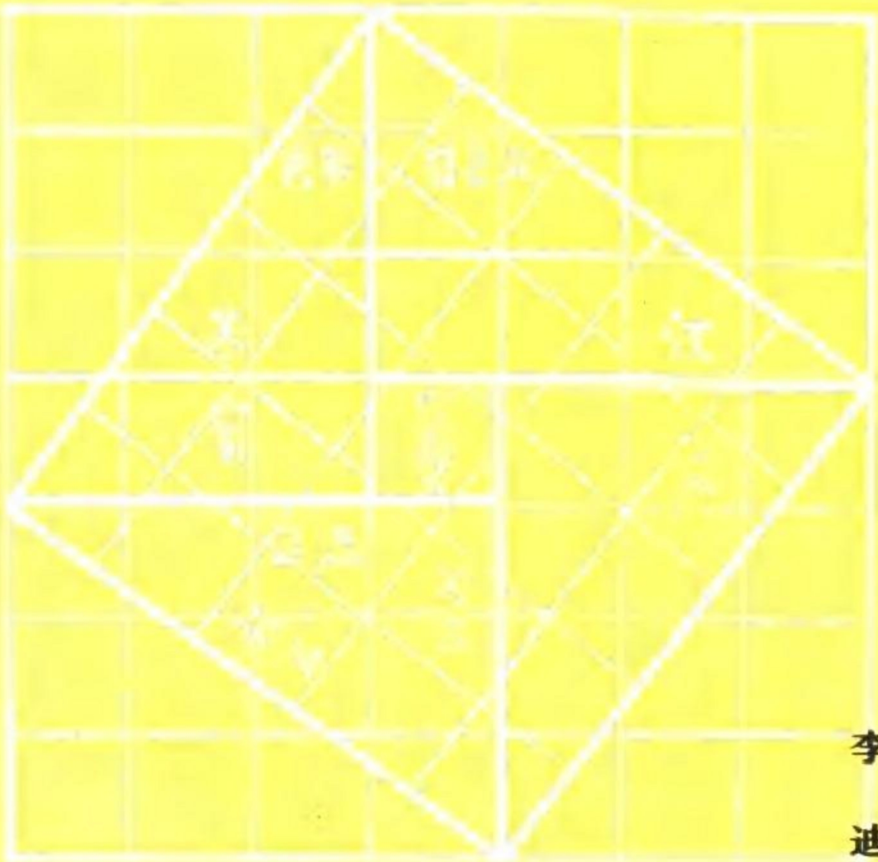
# 數學史研究文集

第一辑

李迪 主编





内蒙古大学出版社
九章出版社

# 数学史研究文集

第一辑

李迪　　主编



内蒙古大学出版社
九 章 出 版 社

# 数学史研究文集

## 第一辑

李迪　　主编

内蒙古大学出版社
(呼和浩特大学西路1号)
九　章　出　版　社
(台北市虎林街252巷51弄77号3F)
联　合　出　版
本书简化汉字版由：
内蒙古大学出版社发行
内蒙古新华书店经销
内蒙古大学新技术公司排版
内蒙古大学印刷厂印刷
开本787×1092/16　印张：11.5.字数272千
1990年8月第1版第1次印刷
ISBN 7—81015—121—5/O·10
定价：4.90元

# 缘　起

中国传统数学有悠久的发展历史，曾经出现过几次高峰，获得了大量成果，有些长期保持世界领先地位。从本世纪初以来，这种情况逐渐引起国内外有关学者的注意，开始用西方的方式对中国数学史进行研究。到现在已有七十多年的历史，成果也相当可观。八十年代以来的发展更快，主要表现有以下四个方面：

1. 论著的大量出现。主要的著作有：苏联别列兹金娜的《中国古代数学》（俄文，1980）、中国白尚恕的《<九章算术>注释》（1983）和《测圆海镜今译》（1985）、李迪的《中国数学史简编》（1984）、沈康身的《中算导论》（1986）、李培业的《算法纂要校释》（1986）、中外数学简史编写组的《中国数学简史》（1986）、莫由等的《中国现代数学史话》（1987）、孔国平的《李冶传》（1988）、华印椿的《中国珠算史稿》（1987）、蒋术亮的《中国在数学上的贡献》（1984）、李迪和郭世荣的《清代著名天文数学家梅文鼎》（1988）、日本伊东俊太郎的《数学的历史》Ⅰ“中世纪的数学”（其中第4章为中国数学，川原秀城执笔，日文，1987）、法国马若安的《梅文鼎的数学著作研究》（法文，1981）和《中算史导论》（法文，1988）等，稍早的还有比利时李倍始的《十三世纪中国数学》（英文，1973）、新加坡兰丽蓉的《<杨辉算法>研究》（英文，1977）、新西兰谢元作的《四元玉鉴中的数字系数方程系统》（法文，1977）、日本薮内清的《中国的数学》（日文，1974）、美国的 F. J. 斯维兹和 T. I. 高（Kao）的《是中国的毕达格拉斯吗?》（英文，1977）等等。论文集有《科学史集刊》第11期（1984）、《科技史文集》第8辑（1982）、《<九章算术>与刘徽》（1982）、《秦九韶与<数书九章>》（1987）、《中国数学史论文集》（一）至（三）（1985－1987），还有一些不纯是中国数学史的文集，如《从李约瑟出发》（1985）、《钱宝琮科学史论文选集》（1983）、《华中师范大学学报》“数学史专辑”（1987）、《辽宁师范大学学报》“数学史专辑”（1986）、《内蒙古师范大学学报》“科学史增刊”（1989）等。根据这些情况来看，中国数学史论著之多超过了历史上任何时期。

2. 研究队伍的扩大。目前，国内外从事中国数学史研究的专兼职人员迅速增加，总人数约在百人左右。与原来的不足十人相比，可以说盛况空前。特别是，从八十年代初以来，受过专门训练的研究生陆续毕业，其中有硕士生约二十名，博士生三名，在校的还有十余名。

3. 成为有关国际会议的重要内容。从1982年起曾经先后召开过六次中国科学史国际会议，几乎每一次都把数学史列为中心议题，提交的论文也多，以1988年8月5日到10日在美国圣迭哥召开的第五届中国科学史国际会议为例，会上设“数学”和“十三世纪后中国数学”两组，后一组用一天的时间，而在“传记”组还有3篇数学家传记论文，总数达到25篇，是各组中最多的一科。

4. 研究机构的增加。八十年代以前，仅中国科学院自然科学史研究所设有数学史研究组，

进入八十年代以来，先后在内蒙古师范大学、北京师范大学、西北大学、辽宁师范大学等院校成立了以数学史为主要方向的科学史研究机构，有一批专兼职研究人员从事中国数学史研究。在杭州大学、天津师范大学、湖南大学等许多单位也都有专人研究中国数学史。

我们研究所正是伴随着这种总的情况发展起来的，一直把重点放在中国数学史研究上，所有的教师和研究生都从事这方面的研究（当然还有其它方向）。除每年在海内外发表一部分成果外，还积存一批论文，数量与日俱增。为了解决这个问题，我们决定出版不定期的连续出版物《数学史研究文集》，它是一种专业性论文集，大约每年出一辑。

这个论文集主要收载中国数学史论文，同时也发表少量的外国数学史论文和译文。

本论文集以发表本所教师和研究生的研究论文为主，但酌登外单位的论文，必要时还将向有关专家组稿。

我们所需要的论文，大体可以分为以下三类：

1. 有指导意义的综述性论文。从范围上来看，可以是全面的，也可以是专题的或某一国家对中国数学史的研究情况。要求在所论述的范围内不能有重要的遗漏，而且在评价上要公正。

2. 专题研究论文。这是本论文集要收载的主要部分，其内容多种多样。所收载的每一篇论文都要有较高的水平，有创造性，至少也要有新见解或一家之言。不论何种内容，都必须有史料依据，特别是要依据原始资料。

3. 资料介绍。资料是研究的基础，因此本论文集注意收载以介绍资料为主的论文，尤其是是那些迄今人们还没有报道过的资料（包括新论著、新版本、数学家事迹、信函等等）为重点，而那些似乎人们知道但又无人道及的重要资料也适当收载。

本论文集由李迪教授担任主编，稿件的处理工作由罗见今副教授负责。

这种论文集我们没有编辑过，《数学史研究文集》的编辑带有尝试性质，可能存在缺点和问题，所收载的论文也不一定都合适，我们热忱欢迎海内外同行给于指正和支持，以便把这个不定期连续出版物办好。

内蒙古师范大学科学史研究所

一九八九年十月三十一日

# 目　录

# 中国数学史研究仍是一个广阔的领域

李　迪
（内蒙古师范大学科学史研究所）

从本世纪一十年代起国内外一些学者开始对中国数学史进行了大量研究，八十代以来用中、日、英、俄、德、法等各种文字发表了许多论著，仅通史性的著作就有十余种，专题性著作、数学家传记和科普作品还有一大批。目前，研究者显著增加，有时想选择一个适当的研究课题都感到困难。给人们的印象是：中国数学史似乎已经没有什么好研究的了。事实并非如此。实际上，中国数学史仍是一个广阔的研究领域，还有很多工作等待人们去完成。以下将分四个问题予以讨论。

## 一　资料发掘工作

在中国数学史研究中，大规模的资料工作可以说已告一段落，研究者已陆续转入其它方向。但是这不等于资料工作到了尽头。中国既是一个历史悠久的国家，又是一个多民族的大家庭，典籍浩如烟海，地下文物丰富，民族文物的数量更为可观。研究者没有把其中有关的数学史料全部找出来，已找出来的主要是上面的，而那些深层次的资料还有很多，需要进一步挖掘。另一方面，由于数学的发展，资料的范围经常在扩大，从这个意义上讲，资料工作是永远也做不完的。为了说明方便起见，分以下三个方面：

1、文字资料。人们一般所指资料，基本上就是文字资料，研究者最熟悉，使用的也最多。目前，这类资料还时有发现，有的还相当重要，尚未发现的到底有多少，很难预料，估计为数不会太少。

最容易找到的是零散史料，在一些古人写的笔记、札记、文集、史书等作品中都能找到一些。例如在《蘅华馆日记》中包括着许多有关李善兰的事迹资料，由于这些资料都是具有确切年月日的，所以是丰富年谱内容的绝好资料。该日记中还涉及到华蘅芳、吴嘉善等数学家的活动情况[1]。在《苏甘室日记》、《熙朝新语》等书中都 有关于数学的记载。至于著名数学家本人的日记、文集、诗集等更是应当注意的，有些人们已经熟知，如李锐的《观妙居日记》就是一例[2]。然而，有的至今未被人注意，如何承天的《何衡阳集》除笔者[3]引用外，未见他人提及。按笔者的体会，时代越早的资料往往价值越大。

整本的文献也时有发现。这又分为两种情况，其一是新版本数学书的发现，以李俨[4,5]和丁福保等[6]的著录为准，新发现的大约有五百种以上，其中包括刊本、石印本、活字本、铅印本、抄本和稿本。光是程大位的《算法统宗》和《算法纂要》的明刊本就有多部[7]，朱载堉的《嘉量算经》也发现了明刊本[8]。抄本、稿本也不少，如李潢的《海岛算经细草图说》、杜如耕

的《几何论约》和《数学钥》、崔朝庆《四元一得》、李冶的《测圆海镜》等等都发现了抄本。卢靖的《迭微分补草》，过去只知"未刊"，可是最近发现了稿本[9]。还有被认为已经失传的著作，竟有抄本存在，清代博启的著作就是一例[10]。到底有多少种，由于没有公布和统计，无法说清楚。仅就笔者所知就有一百数十余种之多，就连华蘅芳这样的大家还有人们不知道的著作保存在一些图书馆里。康熙时提议由政府编纂数学书的陈厚耀有《勾股图解》等书尚存在人间。宋景昌有校本《弧矢开方草》一卷，张之洞辑有《西算指南丛书》石印本八册 等等。还发现一些新的作者，尽管不是重要数学家，但是数学史上不应当完全抛掉，例如胡韫玉有《朴学斋算学》四种（稿本）、钱国祥有《用矩之道》（抄本）、《筹算》（稿本）等多种著作。

以上列举的仅是极少极少的例子，目的是为了说明需要发掘的东西还很多。

2. 文物资料。这种资料是指那些从地里发掘出来的和历代遗留下的实物，地面上的包括石碑、刻石题词、建筑物、壁画、绘画等等，分布的范围极广。其中包括很多数学史料，各种石器可以给我们提供某些几何形象，在出土的竹简中有丰富的数学内容[11]，人们通过一些绘画研究珠算史，例如在宋张择端的《清明上河图》中找到一个长方形的图形，有人认为是算盘[12]，虽然还未得到公认，但是却给人们提供了挖掘资料的一个途径。在刻石题记中有数学家的字迹，如沈括的题词就有若干处。古代的算筹已发现了多批，在陕西千阳、河北石家庄发现的汉代算筹都有专门报导[13,14]，还有一些至今没有详细介绍。清代原始手摇计算机的成批发现[15,16]，更显出文物研究的重要性。

在一些早期出土的文物上有数学符号，有的器物本身就可能是计算用具。至于人们熟知的甲骨文、金文中，其数字内容至今没有得到清理。

3、民族资料。在我国，除汉族外还有55个少数民族，他们往往有自己的算法和算具，有些民族在较晚的时候，还保留着结绳记事和刻契记事的习惯[17]，藏族使用沙盘进行计算。在一些博物馆里还能看到与数学有关的民族文物。有些原始社会或晚些的出土文物，无疑应是少数民族的遗物，例如青海乐都出土的刻骨[18]，云南晋宁出土的刻符铜版[19]等都属此列。

在民族资料中有相当多散在民间，需要进行广泛的收集。这不仅仅是发掘，而且是抢救，因为一般人认为没有什么用处而毁掉，有的如结绳实物本来就不易保存，时间稍长也会自然损坏。还有民族的特殊算法，由于教育的日益普及，也会逐渐退出历史舞台，同样要抓紧搜集，否则将要随老年人去世而消逝。

## 二　微观研究

对于已经掌握的资料并没有研究到天衣无缝的程度，就是那些人们非常熟悉的《算经十书》，几部宋元数学著作，以及清代的梅文鼎、明安图、李锐、汪莱、李善兰、华蘅芳等人的著作等等，都还有可研究的问题。如果我们仔细考滤一下，这些问题大体可分为以下四种类型：

1. 对某种资料的全面研究。在人们已经研究过的资料中，有些只是略有涉及，并没有全面而彻底的予以探讨，甚至剩下的部分比已经研究的部分还要重要。例如丁易东在所著《大衍索隐》中有九个较重要的纵横图，李俨在论文中仅举出与杨辉图相似的图，其余的全未提

及[20]，他人以为只有这两个，辗转因袭。直到现在才有人进行了全面的研究[21]。汪莱是一位被人们注意的清代数学家，虽然在一些专门论著中一再提到他的工作，但是就在大家熟知的《衡斋算学》中还有人们没有研究的篇章，其中最重要的要算《递兼数理》一篇，该篇详论组合问题[22]。就是《九章算术》及刘徽注这样国内外许多学者研究多年的文献，至今还偶有新内容被发现。《孙子算经》等书中仍有一些内容未进行研究。

2. 研究的深入。许多被研究过的问题，或提过的问题，往往是停留在表面上没有深入下去，需要进一步研究。近来这方面的工作是很多的，例如对"阳马术"的研究，对"牟合方盖"的研究，[23]，对保其寿浑圆图"的研究[24]，等等。对《九章算术》中的最小公倍数有了全面而深入论述[25]，对贾宪《黄帝九章算经细草》[26]、刘益及其《议古根源》[27]、《益古集》[28]等失传的宋代数学著作都有了专门研究，等等。对秦九韶及其《数书九章》的研究不久前曾呈现一种繁荣景象，从七十年代比利时李倍始的工作[29]到1987年国际会议和《秦九韶与＜数书九章＞》（北京师范大学出版社）的出版达到高潮，但不能说已经把所有的问题都研究到家、没有任何东西可研究的了。明代数学一向被认为是落后时期，除五十年代日本的武田南雄（1909－1956年）对明代数学的综合研究[30,31]和很多人对程大位及其著作进行研究外，重要的微观专题研究还不多。清代数学的深入研究日渐增加，除上面提到的保其寿外还有很多。

3. 对文献提出不同的理解和争论。中国数学史研究中的许多问题没有定论或公认的看法，几年前笔者曾提出一大批未解决的问题[32]，其中绝大部分是属于微观性质的，时至今日还没有一个得到了彻底解决。但笔者所说的未解决的问题仅人们比较熟悉的那一部分，新提出的问题几乎是层出不穷，例如对刘徽"以面命之"的新理解[33]，对祖冲之"缀术"的探讨[34]，就是对那些似乎已有定论的问题也提出了新的看法，对《张邱建算经》成书年代的研究就是一例[35]。著称于世的"大衍求一术"，人们几乎是异口同声地说是中国古代杰出的数学成就之一，可是对具体方法的理解上至今仍未取得一致。在前人著作中还存在一些错误，对一些问题的理解也不完全正确，都要通过认真研究陆续予与纠正。所有这些工作都等待人们去完成。

4. 从新的角度进行研究。我们这里所说的"角度"是指大的方向，如新的数学分支，新的学术观点，民族学等等，而不是小的改变。就目前所见到的研究来看，组合论对中国数学史研究的影响最为突出。原来认为已经研究得差不多或本来就无须下功夫研究的问题，从组合论的角度探讨的结果使人大吃一惊，几乎就是在原来的文献中发现了大批高水平的成果，其中最典型的是清代数学家中的明安图、戴煦、李善兰和华蘅芳。八十年代以前，人们就对这些人进行了较多的研究，在中国数学史界都很熟悉。近来中外学者几乎同时从组合论的角度对李善兰的《垛积比类》一书进行了研究，发现其中包括第一种斯特灵数和欧拉数等重要成果[36,37]。对戴煦著作的研究，则发现并定义了"戴煦数"[38]，对夏鸾翔的研究也产生了同样的情况。清末华蘅芳曾被认为是水平不高的数学家，可是最近发现了他在计数函数方面[39]和在有限差分方面的贡献[40]。新近对明安图《割圆密率捷法》的研究，查明了其中包括后来才命名的"卡塔兰数"[41]以及其它一系列新的发现。由此可以初步得出一个结论：清代数学的水平绝非以往人们所认为的那样低；如果从组合数学的角度来看的话，水平也还是较高的。当然还可以从其它角度，如运筹学等研究中国数学史，也可能获得可观的结果。

从民族学的角度进行研究，近来也已逐渐引起人们的注意，蒙古族的"朱尔海"和羌族的数学有了初步的报道[42,43]。对于每个少数民族都可以进行类似研究，并会获得意想不到的

成果。

对于外史的个别研究也是微观性质的，这方面近来也有新的进展[44]，但主要的是宏观的问题。

## 三 宏观研究

所谓“宏观研究”是指对中国数学史进行全面的综合研究或从某一侧面进行整体探讨，目的在于解决一些带有规律性的重大问题。宏观研究不能脱离微观研究，可以说前者是建立在后者之上的。当微观研究发展到一定程度时，必然要进行宏观研究。中国数学研究已经发展到这个阶段，有些工作已经开始。这种研究，可以不严格的分为以下三类：

1. 总体综合研究。这就是把中国数学史作为一个整体而进行全面而综合的研究，既包括自身的，也包括与外国比较的和社会等几大方面。对中国数学史自身的研究主要探讨其内在发展规律，找出其特点，但是对规律的研究至今甚少，而对特点的研究已有良好的开端[45]。如果真正抓住了特点，就可以在此基础上探求规律性。比较研究是近年人们开始注意的方向之一，与印度的比较已有了较系统的工作[46]，至于和其他国家的比较尚少进行，不过个例比较还是有的，如某数学家与外国某数学家、或具体成果的比较等都属于微观的范围。对于宏观的中国数学社会史的研究，包括思想史在内，目前还处于初级阶段，在〔44〕中有这方面的工作。很显然，数学教育史应当属于数学社会史领域，这方面的研究虽早已开始，但缺少系统的工作，已有的又是多为资料性质的。

2. 从数学本身的某个侧面进行研究。这里也是指就中国数学的整体从不同的侧面或是观点所做的探讨，近年来已有人从事这方面的尝试，例如从程序性观察中国的传统数学[47,48]，认为中国传统数学具有程序的性质。与此相联系的是计算的机械化问题，这个问题也有人进行了研究[49]。还有人从范式与结构的角度探讨了中西数学问题，比较了中西的差别[50]。当然还可以从其他侧面研究中国传统数学，此种研究没有任何限定，但是其前提是需要对中国传统数学有较多的了解。这种了解，又往往和研究者和兴趣、数学专业基础有直接关系，因此可以有各种不同的侧面。

3. 专题性的综合研究。这里所谓“专题性”指不是中国数学史的整体问题，而是个别重大问题。近年来颇引人注意的问题有明代的数学落后原因和与此相应的是近代数学为什么没有在中国产生的探讨，先后有多人发表见解，有人认为元代中叶以后中国数学中断由数学本身的特点和统治者的政策两方面原因造成的[51]，还有人单从中国的数学本身的弱点进行了分析[52]等等。对于唐代数学教育该如可评价也是一个值得研究的重大问题，一方面是规模很大，盛况空前，另一方面没有培养出象样的人才，是一明显的矛盾现象，这种现象是怎样造成的？是好还是坏？应给出回答。上面提到的武田南雄的工作是以一个数学 家程大位为中心展开的，如果把程大位改为一些数学家就变成宏观问题了。由此可以看出，宏观研究和微观研究有时是不好区分的，而且也没有必要区分。

以上所列举的各种问题或研究成果，都是为了说明中国数学史需要进行研究的问题多得很，但是想找到一个较容易解决而且又能取得较好的成果的问题也越来越难。

今后的主要研究方向是什么呢？这个问题已经有人考虑过，例如李国伟认为“应该更加

重视数学思想的内在理路”的研究[53]，洪万生则提出三点：即（1）对刘徽的再深入研究，很可能取得重大突破；（2）对十三世纪中算理论体系的研究，必然大大加强；（3）对明末清初以来的杰出数学家的著作，必须进行大规模的研究[54]。他所说的第三点需要研究的问题最多，有些内容几乎没有人搞过，应当彻底清理一番。不过，这些都是属于内史的范围，而外史还有大量的问题等待人们去探讨。少数民族数学史、中外数学史比较研究也都是大方向。

## 参考文献

〔1〕李迪："有关李善兰的一些新史料"，载本书。

〔2〕郭世荣："李锐《观妙居日记》研究"，《文献》，1986年第2期，第248—263页。

〔3〕李迪：《中国数学史简编》，1984年，辽宁人民出版社，第111页。

〔4〕李俨："明代算学书志"，《中算史论丛》第二集，1954，中国科学院出版，第86—102页。

〔5〕李俨："近代中算著述记"，同上，第103—308页。

〔6〕丁福宝、周云青：《四部总录算法编》，1957年，商务印书馆。

〔7〕李迪："国内收藏的明刊本与抄本《算法统宗》与《算法纂要》"，《中国数学史论文集》（二），1986年，山东教育出版社，第48—55页。

〔8〕徐子蛮、陆国强："十二平均律与《嘉量算经》"，《光明日报》1979年4月4日。

〔9〕李兆华："卢靖两稿本数学书跋"，载本书。

〔10〕那日苏："对博启《勾股形内容三事和校》的研究"，《中国少数民族科技史研究》第一辑，1987年，内蒙古人民出版社，第43—51页。

〔11〕郭世荣："汉简屯戍记录中的实用数学"，《内蒙古师大学报》（自然科学），1989年第1期的"科学史增刊"，第50—57页。

〔12〕华印椿：《中国珠算史稿》，1987年，中国财政经济出版社，第31—33页。

〔13〕宝鸡市博物馆等："千阳县西汉墓中及其出土的算筹"，《考古》1982年第2期，第85—88页。

〔14〕李胜伍、郭书春："石家庄东汉墓及其出土的算筹"，《考古》1982年第3期，第255—256页。

〔15〕白尚恕、李迪："故宫珍藏的手摇计算机"，《故宫博物院院刊》1980年第1期，第76—82页。

〔16〕李迪、白尚恕："康熙年间制造的手摇计算器"，《中国数学史论文集》（一），1985年，山东教育出版社，第52—57页。

〔17〕李家瑞："云南几个民族记事和表意方法"，《文物》1962年第1期，第12—14页。

〔18〕青海省文物管理处考古队等：《青海柳湾》下，1984，文物出版社，图版 三七。

〔19〕林声："晋宁石寨山出土铜器图象所反映的西汉滇池地区的奴隶社会"，《文物》1975年第2期，第69—81页。

〔20〕李俨："中算家之纵横图研究"，《学艺》第8卷9号（1927年），第1—40页。又收入《中算史论丛》第一集，1954年，中国科学出版，第174—229页。

〔21〕王荣彬："丁易东对纵横图的研究"，载本书。

〔22〕李兆华："汪莱《递兼数理》、《参两算经》略论"，同〔7〕，第65—33页。

〔23〕D. B. Wagner, Liu Hui and Tsu Keng－chih on the Volume of a Sphere, *Chinese Science*, 1978, 3, PP. 59－79。
〔24〕Ko-Wei Lih, Bo Qi－Shou 保其寿 and His Poyhedrl Hun Yuan Tu 浑圆图, *Science and Technology in Chinese Civilization*, Edited by Cheng－Chen Yih 程贞一, 1987, *World Scientific*, PP. 93－108
〔25〕梅荣照："《九章算术》少广章中求最小公倍数的问题"，《自然科学史研究》第3卷，第3期（1984），第203－208页。
〔26〕郭书春："贾宪《黄帝九章算经细算》初探"，《自然科学史研究》第7卷第4期（1988），第328－334页
〔27〕特古斯："刘益及其佚著《议古根源》"，载本书。
〔28〕徐义保："对《益古集》的复原与研究"载本书。
〔29〕U. Libbrecht, *Chinese Mathematics in the Thirteenth Century*, 1973, London。
〔30〕武田南雄："明代数学的特质Ⅰ"，《科学史研究》第28号（1953），第1－11页。"明代数学的特质Ⅱ"同上第29号（1953），第8－18页。
〔31〕武田南雄："中国的民众数学"，《自然》1953年9月号，第57－62页。
〔32〕李迪："中国数学史中的未解决问题"，《中国数学史论文集》（三），1987年，山东教育出版社，第10－27页。
〔33〕李继闵："刘徽关于无理数的论述"，《西北大学学报》第9卷第1期（1989），第1－4页。
〔34〕查有梁："缀术求π新解"，《大自然探索》，1986年第4期，第133－140页。
〔35〕冯立升："《张邱建算经》的成书年代问题"，载本书。
〔36〕罗见今："李善兰对Stilirng数和Euler数的研究"，《数学研究与评论》第2卷第4期（1982），第173－182页。
〔37〕〔法〕J. －C. Martzloff著，罗见今译："李善兰的有限和公式"，《科学史译丛》，1983年第2期，第1－6页。
〔38〕罗见今："戴煦数"，《内蒙古师范大学学报》（自然科学），1987年第2期，第12－22页。
〔39〕罗见今："华蘅芳的计数函数和互反公式"，《中国数学史论文集》（二），1986年，山东教育出版社，第107－124页。
〔40〕纪志刚："华蘅芳的有限差分研究"，载本书。
〔41〕罗见今："明安图是卡塔兰数的首创者"，《内蒙古大学学报》（自然科学），1988年第2期，第239－244页。
〔42〕色登、苏瓦迪、萨仁图雅："蒙古族'朱尔海'中的数理内容"，《中国少数民族科技史研究》第一辑，1987年，内蒙古人民出版社，第36－42页。
〔43〕周开瑞："羌族数学史初探"，载本书。
〔44〕周瀚光：《传统思想与科学技术》，1989年，学林出版社。
〔45〕李继闵："试论中国传统数学的特点"，《中国数学史论文集》（二），1986年，山东教育出版社，第9－18页。
〔46〕沈康身："中国与印度在数学发展中的平行性"，《中国数学史论文集》（一），第67－98页。

〔47〕李迪："中国传统数学的程序性"，《香港大学中文系集刊》第一卷第二期（1987），第219—232页。
〔48〕K. Chemla, Should They Read Fortran as if It were English? 同上，第301—316页。
〔49〕吴文俊："从《数书九章》看中国传统数学构造与机械化的特色"，《秦九韶与〈数书九章〉》，1987年，北京师范大学出版社．第73—88页。
〔50〕乐秀成："数学中的范式与结构"，《科学传统与文化》，1983，陕西科学技术出版社，第221—238页。
〔51〕梁宗巨："中国数学落后的历史原因分析"，《自然辩证法通讯》第5卷第3期（1983），第49—52页。
〔52〕郭金彬："14世纪后中国数学中断的原因"，同上第52—55页。
〔53〕李国伟："初探'重差'的内在理路"，《科学史通讯》（台湾）第三期，1984，第3—8页。
〔54〕洪万生："因物成率·审辩名分—试论中算史研究的几个大方向"，同上，第9—12页。

## 出版信息

△ 《内蒙古师大学报》（自然科学版）1989年第一期"科学史增刊"出版。这本科学史增刊收载论文13篇，有数学史、天文学史、物理学史、医学史和少数民族科技史，中日科技史比较研究。目录如下：北宋仁宗（1022—1063）时的天文学研究（李迪）、一批明代医学家的传记史料（李迪、梅青田）、清初改历斗争与康熙帝天算学术（金福）、《几何原本》有关问题研究（莫德）、明安图首创卡塔兰数的方法分析（罗见今）、华蘅芳的内插法（罗见今）、汉简屯戍记录中的实用数学（郭世荣）、《数术记遗》及甄鸾注研究（冯立升）、《张邱建算经》的经济史料价值（牛亚华）、《费隐与知录》中的热力学流体力学剖析（王艳玉）、《蒙古风俗鉴》中的科技史内容（刘长春）、著名物理学家萨本陈教授（张子文）、中国的泽务和日本的维新（那日苏）。（升）

△ 《中国少数民族科技史研究》第四辑（李迪主编）出版。由内蒙古人民出版社出版的《中国少数民族科技史研究》第四辑，已于1989年底见书。这本论文集包括21篇论文、论述壮、瑶、蒙古、傣、满、彝、藏、回、台湾的阿美、雅美等民族和古代西域、西夏，色目人等在天文学、历算教育、农牧业技术、水利、医药、工艺、冶金、机械制造、以及对花山岩画，元、明两代科技政策对比等综合研究。第五辑也将于近日出版。（升）

△ 李迪著《中国科学技术史论文集》第一辑出版。最近将由内蒙古教育出版社出版李迪教授所著《中国科学技术史论文集》第一辑，收载尚未公开发表的论文27篇（其中有1篇差不多全文发表过），包括综合研究、科学家传记、少数民族科技史、数学史、天文历法史、物理学史、机械史、农书研究、医学史、地学史和傅兰雅汉文译著目录等。（荣）

# 西方数学文献举隅广义[①]

沈康身
(杭州大学数学系)

获得和运用第一手文献资料是科学史研究者非常重要的工作，但是文献浩如烟海，可遇而难求。文献汇编（Source book）是行家把所见第一手文献摘抄必备部分并作提要，极便于后学入门和查阅，曾于1988年春天访华的美国道本周（J. W. Dauben）博士著有《古今数学历史一文献菁华》（The History of Mathematics from Antiquity to the Present—A Collective Bibiograph，Ny and London，1985)。全书6章，共收文献提要2384篇，可谓文献汇编的汇编。一编在手，古今有关事项了如指掌。其中第二章有“数学文献汇编”9种提要，同名书二种值得我们的注意，A Source Book in mathematics；其一 D. E. Smith 著，1927年初版，介绍文艺复兴前后重要数学文献，其一 D. J. Struik 著，1968年初版，介绍1200—1800年拉丁文著作中杰出文献，分算术、代数、几何、牛顿前数学分析、牛顿、莱布尼茨及其学派五部分，前者有五十年代重印本，散见各图书馆，后者因各种原因国内少见，最近笔者得读全书，深受教益。誉于“直径”难得，译出部分公诸同好，1200—1800年间，六百年欧洲学术绚丽璀璨，举世景从，人每誉文艺复兴是世界文化摇蓝，世界各民族就似无出其右者，殊不知我中华文明源远流长，我国各种原始文献极为丰沛。如作一对比，不难发现中华数学造诣尤其遥遥领先于前。近日蒙李迪教授征文，特在算术、代数、分析三项中任择一题举隅，论述心得，文名广义，就正同道。

## 一 斯吉文十进数

斯吉文（S. Stevin，1548—1620）于1585年著《十进数》(La Disme)，使分数运算化为整数运算，除了在所用符号有异外，其运算法则与今无异，此书分上下两篇。

上篇 关于十进制的定义

定义1 十进数是算术的组成部分，数由十进数列数字表示，人类活动中一切计算都可以用十进数记出，毋须再求助于分数。

说明 某数设为一千一百一十一，用数字可记为1111，其中每一个1都是前一个1的十分之一，同理，2378的8每单位都是7每一单位的十分之一，其余数字同理类推。我们用数位名称称呼的数都可以用十进数表示，这是方便的，这种记数法则就称为十进位值制，借此毋须用分数，就可以记出一切活动中所出现的数。

① 本文为国家自然科学基金项目。

定义 2　整数的记号是⓪

说明　我们称三百六十四为整数，记为 364⓪，类似地可以记其他整数。

定义 3　整数单位的十分之一，称为十分位，其记号是①，十分位的十分之一称为百分位，记号是②，如此类推其余。

说明　3①7②5③9④就表示 3 个十分位数，7 个百分位数，5 个千分位数，9 个万分位数，如此类推，可以把数记到无穷多位，至于他们所值是多少，你可以根据定义得知，所记数是 $\frac{3}{10}$，$\frac{7}{100}$，$\frac{5}{1000}$，$\frac{9}{10000}$。合并就是 $\frac{3759}{10000}$ 在所有各数位中 除⓪以外，都不允许超过 9，例如不允许记为 7①12②，应改为 8①2②。

定义 4　定义 2、定义 3 所记数合称为十进数。

下篇　关于运算或实践

命题 1　加法　已给十进数，求和。

已给 27⓪8①4②7③，37⓪6①7②5③，875⓪7①8②2③求三数之和。

作法　按数位上下对准，按整数加法运算，其和是 941304，记出数位，当是 941⓪3①0②4③。

证明　从定义 3 知 27⓪8①4②7③就是 27 $\frac{8}{10}\frac{4}{100}\frac{7}{1000}$，合并就是 27 $\frac{847}{1000}$ 同理 37⓪6①7②5③就是 37 $\frac{675}{1000}$，875⓪7①8②2③就是 875 $\frac{782}{1000}$，按照常规加法，三数的和是 941 $\frac{304}{1000}$，应记为 941⓪3①0②4③。证毕。

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | ⓪ | ① | ② | ③ |
| | 2 | 7 | 8 | 4 | 7 |
| | 3 | 7 | 6 | 7 | 5 |
| 8 | 7 | 5 | 7 | 8 | 2 |
| 9 | 4 | 1 | 3 | 0 | 4 |

注　如果加数中某些数位为空，就应补缺，例如 8⓪5①6②与 5⓪7②相加，后者应补为 5⓪0①7②，然后相加，如有类似情况，下面三个命题都应照此补缺。

命题 2　减法　从十进数减去一个较小的十进数，求差。

已给 237⓪5①7②8③，59⓪7①3②9③，求二者之差。

作法　二数排列如右，按整数常规减法运算，其差是 177839，应记为 177⓪8①3②9③。

证明（略）

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | ⓪ | ① | ② | ③ |
| 2 | 3 | 7 | 5 | 7 | 8 |
| | 5 | 9 | 7 | 3 | 9 |
| 1 | 7 | 7 | 8 | 3 | 9 |

命题 3　乘法　从十进数乘数及被乘数，求二者之积。

已给被乘数是 32⓪5①7②，乘数 89⓪4①6②，求二者之积。

作法　二数排列如右，按整数常规乘法运算，得积 29137122，要知道其值是多少，可以连结末尾数位，都是②二者之和为④，因此积末尾数数位是④，其余数位可以依次上推，此积值应是 2913⓪7①1②2③2④。

证明　略。

注　如果二数数位记号不相同，例如其一数为 3④7⑤8⑥，另一数为 5①4②，仍可以照上面所说那样处理。

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | ⓪ | ① | ② |
| | | | | 3 | 2 | 5 | 8 |
| | | | | 8 | 9 | 4 | 6 |
| | | | 1 | 9 | 5 | 4 | 2 |
| | | 1 | 3 | 0 | 2 | 8 | |
| | 2 | 9 | 3 | 1 | 3 | | |
| 2 | 6 | 0 | 5 | 6 | | | |
| 2 | 9 | · | 3 | 7 | 1 | 2 | 2 |
| | | | ⓪ | ① | ② | ③ | ④ |

命题 4　除法　从十进数被除数及除数求商。

已给被除数 3⓪4①4②3③5④2⑤，除数 9①6②，求二者之商。

作法　被除数与除数排列如右（已去掉数位记号），按照数常规除法运算，得商 3587，要知道其值是多少，除数末尾数位是②，应从被除数末尾数位⑤中减去，余③。因此商末尾数位是③，其余数位可以依次上推，此商值应是 3⓪5①8②7③。

```
      1
    1 8
    5 1 6 4
    7 6 1 7         ⓪①②③
  3 4 4 3 5 2 ( 3 5 8 7
    9 6 6 6 6
      9 9 9
```

证明　略。

注 1　如果除数数位高于被除数，可以在被除数末尾数字后根据需要添加 0。例如 7②除以 4⑤，在数字 7 后添加若干个 0，如 7000，做整数常规除法，得商 1750⓪，有时商可能无法用整数表示，例如 4①除以 3②，商有无穷多个 3，出现这种情况时，你可以适当删除一些余数，写成 13⓪3①3 $\frac{1}{3}$②或 13⓪3①3②3 $\frac{1}{3}$③等等，这是完整解答。

注 2　十进数也可以用来开方，例如 5②2③9④开平方，可以借助于整数常规开方法则，得根 23，其数位是被开方数末尾数数位之半，因此根值是 2①3②。如果已给数末尾数位是单数，就应添补为偶数后，再折半。开立方时，取被开立方数数位号的三分之一作为立方根的末尾的数位，开其他次方，依此类推。

D. J. Struik 在本项目提要中指出："在斯吉文《十进数》写作好些世纪以前中国人已使用十进数，这是事实。"对此我们作以下补充说明。

其一、如所周知，我国在春秋战国时代已用算筹记数。记数法则具体记载始见于《孙子算径》："凡算之法先识其位．一纵十横百立千僵。千十相望，百万相当"。《夏侯阳算经》继作补充："满六已上．五在上方，六不积算，五不单张。"借此用算筹可以记出一切整数。所以确实在好些世纪以前中国已具备《十进数》上篇定义 1、定义 2 的记数制度。

我国第一部古典算经《九章算术》对不足整数一个单位的数用分数表示，并且有完整的分数四则运算及开平方、开立方法则。刘徽在注《九章》时用十进数记单位以下尾数，例如他在少广章开方术注中主张："加定法如前，求其微数，微数无名者以为分子．其一退以十为母，其再退以百为母。退之弥下，其分弥细，则朱幂虽有所弃之数，不足言之也。"这一理论在方田章圆田术注中有多次实践，在直径 2 尺的圆内接六边形边心距，就是通过上述开十进数的平方获得的，其结果是八寸六分八厘二秒五忽、五分忽之二。这儿以尺为界位，这一结果相当于《十进数》上篇定义 3 中的 8①6②6③0④2⑤5 $\frac{2}{5}$⑥。足见所有定义 1 至 4 关于有理数的十进制记数法在中国古代已很熟练。

其二、《孙子算径》卷上有整数乘法规则："凡乘之法重置其位，上下相见，上位有十，〔下位〕步至十，有百步至百，有千步至千，以上命下，所得之数列于中位。言十即过，不满自如。上位讫者先去之。下位乘讫者则俱退之。"这种算法与《十进数》上篇命题 3 所说是一致的，所不同处在于：一、中国筹算乘法乘积放在被乘数与乘数之间，而《十进数》中乘积放在乘数下面；二、中国筹算法以被乘数首位数字从乘数末尾数字开始从低位到高位依次相乘，随乘随加。乘完后又以被乘数第二位数字，再从乘数末尾数字从右而左依次相乘，随乘随加，照此进行，直到被乘数末位数字遍乘乘数后止。这与《十进数以乘数末位数字遍乘被

乘数开始，在次序上不同，而且后者记出每次部分积，最后以部分积总和作为结果与前者随加随乘又有不同。三、中国古代没有小数乘法的记录。

其三、《孙子算径》卷上还有整数除法规则："凡除之法与乘正异，乘得在中央，除得在上方。假令六为法，百为实。以六除百，当进之二等，令在正百下，以六除一，则法多而实少，不可除，故当退就十位。以法除实，言一六而折百为四十，故可除。若实多法少，自当百之，不当复退。…实有余者，以法命之，以法为母，实余为子。"这儿，孙子以 $100 \div 6$ 为例对于估商，从被除数中减去部分积，除数退位，带余除法的表示等等算除法步骤描述很是周到，对照《十进数》下篇命题 4 所举例，其运算步骤事实上与孙子所说相同：都是用除数首位放在被除数适当数位之下，使初商是个位数，然后逐步用除数乘初商作为初积。从被除数中去除初积，除数向右退位，继续类似运算，直至余数小于除数为止。所不同的是中国用算筹记数，运算中可以随乘随减，不留中间结果，而《十进数》用笔算，所有中间结果全部写出，随写随划去。

其四、《九章算术》少广章有开平方术和开立方术，在确定平方根，立方根数位时，开平方术说："置积为实，借一算，步之超一等。"刘注云："言百之面十也，言万之面百也。"开立方术说："置积为实，借一算，步之超二等"刘注云："言千之面十也，言百万之面百也"。可见在《九章》成书年代中国已有《十进数》下篇命题 4 注 2 中根的定位见解。

其五、乘法中含加法运算，除法中含减法运算，因此中国人确实在好些世纪以前已熟练掌握《十进数》主要内容。

## 二　卡当解三次方程

卡当（G. Cardan，1501－1576）于 1545 年著《大术》(Ars Magna)，其第 11 章讨论解三次方程问题，原作推理迂回蒙晦，我们逐段译出，并加注段号，以便于说明。

例题　设 GH 为边的立方以及 GH 的 6 倍之和是 20，即 $GH^3+6GH=20$，求 GH 是多少。

解法：

（1）取二立方 AE，CL，使二者之差是 20，又使二者的边 AC，CK 乘积是 2，即取末知数〔系数〕的三分之一。

（2）在 AC 上截取 BC，使 $BC=CK$，于是余下的线段 $AB=GH$，这就是所求的线段。

（3）根据本书第六章定理 1*，　我们可以分别理解 DA，DC，DE，DF 立体图形的含意。
DA：$3\times CB\times AB^2$**，DC：$BC^3$，DE：$3\times AB\times BC^2$，　DF：$AB^3$

（4）$AB\times 3AC\times CK$ 意味着 6AB，因此 AB，BC，AC 的乘积的 3 倍是 6AB。

（5）从假设知 $AC^3$、$Ck^3$（即 $BC^3$）的差是 20。而从第六章定理 1 知，这个差就是立体 DA，DE 及 DF 之和，因此这三立体共有和也是 20。

（6）但是 $AB^3$ 等于 $AC^3$ 加上 $3\times AC\times BC^2$，减去 $BC^3$，减去 $3\times BC\times AC^2$。

---

*　定理是说，如 $u^3+3uv^3>v^3+3u^2v$，那么二者之差是 $(u-v)^3$ $(u>v)$

**　为节省篇幅，原作用文字叙述，我们改用运算记号。*定理是说，如果 $a=uv$，那么 $a^3=u^3+v^3+3(u^2v+uv^2)$。