# 桥梁简化分析

Qiaoliang Jianhua Fenxi

〔加〕 贝达·拜克特
勒士里·杰·吉格尔 著

董　明　译

周远棣　校

人民交通出版社

在其后的括号中用 USCS 的相当量给出。但是，在图和表中，仅按两种单位制当中的一种列出。

贝　达·拜克特

勒士里·杰·吉格尔

(京)新登字091号

Bridge Analysis Simplified
Baidar Bakht
Leslie G. Jaeger
Mcgraw-Hill Book Company, 1985

# 桥梁简化分析

〔加〕贝 达·拜克特
勒士里·杰·吉格尔 著
董 明 译
周远棣 校

人民交通出版社出版发行
(100013北京和平里东街10号)
各地新华书店经销
人民交通出版社印刷厂印刷
开本：850×1168 1/32 印张：9.25 字数：241千
1991年11月 第1版
1991年11月 第1版 第1次印刷
印数：0001—3000册 定价：9.75元
ISBN 7-114-01139-3
U·00745

## 内 容 提 要

本书依据AASHTO分析法，提出了一些桥梁简化分析方法。其内容包括：荷载分布原理；特性参数的计算；桥梁效应；矮式上部结构纵向弯矩、纵向剪力、横向弯矩的计算方法；横向剪力的计算方法；多跨和变截面桥的分析；边加劲和车辆边缘距离的分析；多箱室和空心板桥的分析；多梁式和多脊梁桥的分析；桁架和类似桥的桥面系的分析；悬臂桥面板的分析方法。

本书可供从事桥梁设计、施工人员以及桥梁工程系的师生使用和参考。

# 前　　言

北美的大部分桥梁系采用美国各州公路与运输工作者协会（AASHTO）的规范设计的。作为AASHTO分析法基础的主要假设是，所有给定的桥型（例如钢主梁-板式桥）都具有相似的活载分布特性。

与北美的传统相反，欧洲的桥梁分析倾向于高精度分析，并且通常借助计算机进行分析。象梁格比拟法、正交各向异性板法以及有限元和有限条法这样的一些方法都在广泛使用。

本书依据AASHTO法，提出一些扩充的简单分析方法，使它和更精确的欧洲方法协调起来。本书提出的简化法是根据计算机的精确分析成果推导的。

本书对于从事实际工作的桥梁工程师以及工程系的学生想来是有用的。书中同时包含有“实践知识”和“理论知识”两方面的材料。理论方面的材料大部分在第一章中可以找到，而其他各章，实际上单独构成了完整的分析方法。

本书还使读者了解不同类型桥梁的物理性能，并且有助于设计人员对荷载分布的作用原理建立起“感性认识”。

## 关于单位的说明

为了使本书尽可能地得到广泛应用，书中所有的计算单位以两种方式当中的一种给出。如果论述的内容与AASHTO规范有关，那么，计算单位用美国习惯单位制（USCS）给出，在其后的括号中用公制单位的相当量给出。如果论述的内容与安大略公路桥梁设计规范（OHBDC）有关，计算单位用公制单位给出，

# 目 录

前 言……………………………………………………………………………1
第一章 荷载分布原理……………………………………………………………1
第二章 特性参数的计算…………………………………………………………30
第三章 桥梁效应…………………………………………………………………63
第四章 求矮式上部结构纵向弯矩的方法………………………………………79
第五章 求矮式上部结构纵向剪力的方法………………………………………120
第六章 求矮式上部结构横向弯矩的方法………………………………………133
第七章 求横向剪力的方法………………………………………………………153
第八章 多跨和变截面桥的分析…………………………………………………161
第九章 边加劲和车辆边缘距离的分析…………………………………………182
第十章 多箱室和空心板桥的分析………………………………………………197
第十一章 多梁式和多脊梁桥的分析……………………………………………222
第十二章 桁架和类似桥的桥面系的分析………………………………………231
第十三章 悬臂桥面板的分析方法………………………………………………254
附录I 挠曲频率的计算……………………………………………………………275
附录II 对宽轮距车辆的分析………………………………………………………278
附录III 符号汇总…………………………………………………………………281

# 第一章　荷载分布原理

## 1.1　绪　　言

大约从1950年到1980年近30年的时间里，桥梁分析理论经历了重大的变化。随着数字计算机的出现和使用，促进了分析技术的发展。今天，桥梁设计人员已有许多所谓的精确分析法的有力工具，精确分析法包括：

1.梁格法（格栅类比法）

2.正交各向异性板法

3.铰接板法

4.有限元法，包括有限条表达式

为了分析各类桥梁的荷载分布，这些精确法现在已经很完善了。参考文献7到9、11、14和25足以代表大量技术文献的论述。

本书的主要目的是为使用这些工具提供一种简化法，使设计人员在设计室中勿需进行复杂的分析而能利用以上成果。因此，简化法这个词，在以后各章反复使用时，意思是以简单的形式表示复杂分析的结果；并不意味着使用某些过于简化桥梁性能的假设，例如把桥梁作为一个简单梁处理。已审慎地将简化法制定成格式化，使设计人员遵循的设计顺序与熟知的AASHTO（美国各州公路与运输工作者协会）法有明显的相似之处，而AASHTO法在北美已经使用了许多年。

重要的是必须认识，大部分精确法，就它们所能代表的桥梁上部结构的种类而言，都有条件的限制。例如，一般的梁格法和正交各向异性板法适合于主要是通过纵向和横向的弯曲和扭转进行荷载分布的桥梁，而由剪力引起的变形很小，可略去不计。属于这种范畴的桥梁类型包括“矮式上部结构”一类，例如图1.1

所示的实心板、空心板和梁-板式组合结构。特别需要指出的是这类桥梁不包括图1.2a)所示的多箱室类型。具有这种横截面的桥梁所受的剪切变形很大，它是伴随顶板和底板绕其自身中线弯曲时产生的，如图1.2b)所示的情况。由于这个原因，多箱室桥梁的分析如果采用梁格或正交各向异性板代表的话，那么梁格或正交各向异性板必定与常规的不同，还必须计入显著的剪切变形。本章后边所要介绍的所谓弱剪正交各向异性板，能满足这种要求。

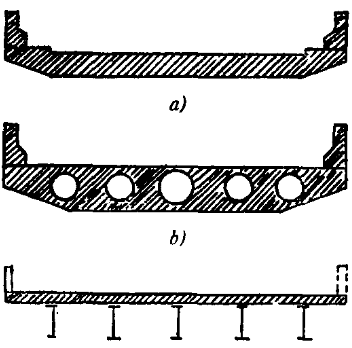


图1.1 矮式上部结构横截面
a)板桥；b)空心板桥；c)梁-板式桥

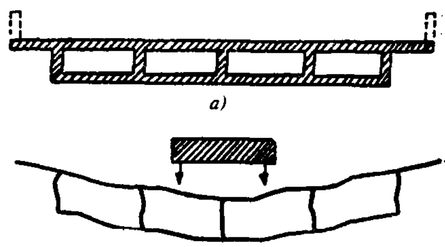


图1.2 多箱室桥
a)横截面；b)集中荷载下横截面的变形

与梁格法和正交各向异性板法相反，当荷载的横向分布主要通过剪力进行时，在没有横向抗弯刚度或很小的情况下，把桥比拟成一块铰接板是适当的。图1.3a)和b)为能够比拟成铰接板的两种桥型，而图1.3c)代表所讨论的理想铰接板，它是由许多纵梁沿其相邻边自由铰接在一起组成的。

有限元法，经适当处理，能用于各种类型的桥梁上部结构。为了能正确地反映所分析的桥梁特性，因此，务必根据已知条件仔细选择有限元的不同单元。

为了给推导各类桥的上部结构简化分析法做准备，在本章的其余部分，阐述梁格、正交各向异性板、弱剪的正交各向异性板和铰接板的特性。想从数学意义上弄清结构分析的读者，鼓励仔

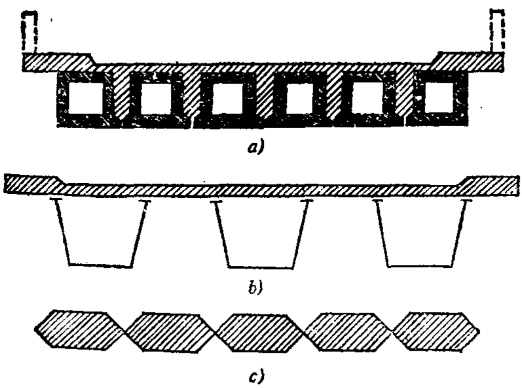

图1.3　荷载分布主要通过横向剪力进行的结构横截面
a)多梁式桥；b)多脊梁桥；c)理想铰接板

细研读这一章。这样，将使读者的理解程度加深，足以使你能够运用类似的方法来推求本书中具体涉及的上部结构类型的简化法。

对于数学分析几乎没有兴趣，主要关心掌握设计工具的读者，不妨跳过第一章。本书其余各章将立即给出包括大多数情况的设计应用方法。

## 1.2　特性参数的概念

多数桥梁分析简化法是建立在特性参数的概念基础之上，借助图1.4可以容易地说明这个概念。

图1.4a)和b)为两个梁格。两个梁格具有相同数目的纵梁和横梁。两个梁格承受着相同形式的外荷载。荷载形式的明确定义在后面给出；目前必须注意到两个梁格上的荷载，其位置在跨径和桥宽两个方向是对应的，且梁格1上的已知荷载是梁格2上对应位置的荷载的恒定倍数。这两个梁格具有相同的边界支承条件。

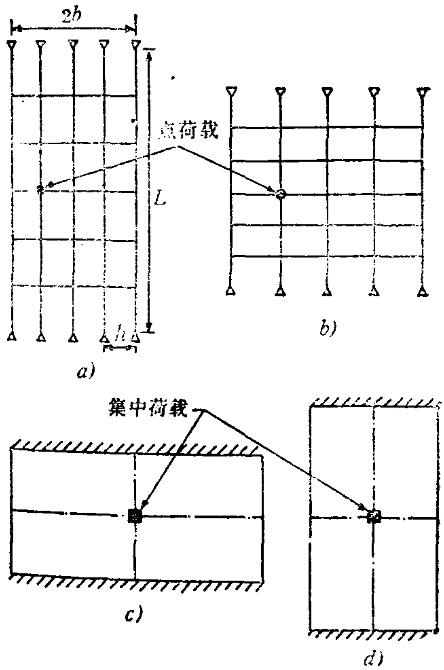


图1.4　梁格和正交各向异性板平面
a)梁格 1；b)梁格 2；c)正交各向异性板 1；d)正交各向异性板 2

现提出如下的问题：当这两个梁格受到相同形式的荷载时，为了使他们具有相同的挠度形式，两个梁格的结构特性之间（如象各主梁和横梁的抗弯和抗扭刚度那样的特性）存在什么关系？这些关系一旦求出，称为挠度特性参数。同样，研究相同的弯矩形式、相同的扭矩形式，可以求出这些结构效应的特性参数。

图1.4c)和 d)为两块作用着相同形式荷载的正交各向异性板。这两块板和以上两个梁格一样可以提出相同的问题。

在后面1.4节和1.5节中回答这些问题之前，给出一些定义是恰当的。

## 对应平面结构

如果两个平面结构具有相同的边界支承条件，且在正交两个

方向通过应用比例系数（可不同），使一个结构的平面图重合到另一个结构的平面上，我们则说该二平面结构是对应的。

例如，任意两个矩形，即使他们的长宽比（长除以宽）不同，按照刚才所给的定义，他们是对应的。对矩形平面图，在跨度和宽度两个方向宜于规定无量纲坐标系，如图1.5所示那样。在图1.5a)中，$x$坐标长度从0到$L$，$y$坐标从0到$2b$，$L$为跨度，$b$为半宽。于是根据定义，$x' = x/L$和$y' = y/b$，求得图1.5b)的无量纲平面图，图中$x'$的长度从0到1，$y'$的长度从0到2。从现在起将始终使用这种无量纲平面图。

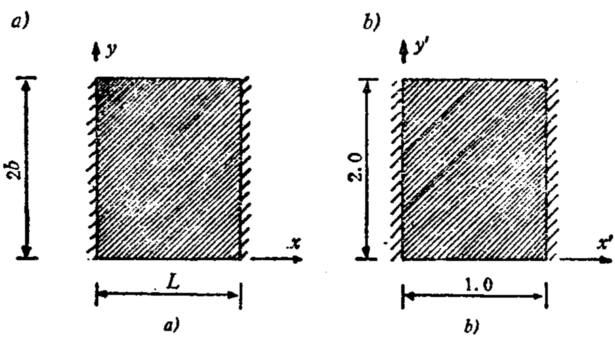


图1.5 正交各向异性板平面图的坐标系
a)有量纲的坐标系；b)无量纲的坐标系

## 对 应 点

当一个平面结构的平面图重合到以上定义的另一个平面结构的平面上时，如果两者重合的话，在两个平面结构中的各点对应。对矩形平面图，如果两个图形具有相同的无量纲坐标（$x'$，$y'$）的话，则各点对应。

## 荷 载 形 式

在1号结构中确定两点，比如$a_1$和$b_1$点，在对应的2号结

构中对应的两点为 $a_2$和 $b_2$，如果 $a_1$点的荷载强度对 $a_2$ 点的荷载强度之比等于 $b_1$点的荷载强度对 $b_2$点的荷载强度之比的话，且在两个结构中的其它各对应点也如此，则定义为荷载形式相同。

**特 性 参 数**

在两个对应结构中，由于作用着相同形式的外荷载，如果已知的结构效应分布形式相同，其必要而充分的条件是，两个结构中的某个或某些无量纲参数具有相同的值。称那个或那些参数为有关结构效应的特性参数。

## 1.3 分析时特性参数的应用

倘若特性参数的数目不多于 2 个，在某些情况下不多于 3 个，在利用复杂分析的成果建立简化分析的过程中，这些特性参数常常是很有用的。这些特性参数可以作为相应设计曲线或表格的坐标。工程师只要计算有关的特性参数值就能查出所需的曲线或表格，并且直接读取有关结构效应值，而勿需进行繁冗的分析。显然，对于许多公路桥梁结构，如果只计算几个参数值并用之于相应的曲线，就能够代替大量详尽分析的话，那将节约大量时间。

而且，对某种特定结构，其特性参数的数值范围在某个公认的范围之内，这个设计人员常常是知道的。使用这类参数的设计人员，在分析中能迅速地觉查到预期的参数值以及预期的各种结构效应的分布。因为特性参数的范围已知，建立在参数之上的简化分析法能保证包括有关结构类型的全部范围。

## 1.4 梁格的特性参数

图1.4a)所示的梁格是一种常见的梁格，它由一些相同的纵梁组成，每根纵梁的抗弯刚度为 $EI$，抗扭刚度为 $GJ$，其长度为 $L$。纵梁间距为 $h$，横向用一些等间距的横梁连接起来，每根

横梁的抗弯刚度为 $EI_T$，抗扭刚度为 $GJ_T$。

如果这类梁格承受已知外荷载的话，求效应的问题可以表示成以下形式：

$$[K]\{a\}=\{W\} \tag{1.1}$$

式中 $\{W\}$ 为作用外力向量，$\{a\}$ 为随结点位移和转动而定的向量，具有与外力相同的量纲，$[K]$ 为一个矩阵，其元素为无量纲数。

$[K]$ 的元素根据下面的无量纲参数可以很快确定：

$$\left[\frac{L}{h}\right]^3\left[\frac{EI_T}{EI}\right] \qquad \left[\frac{L}{h}\right]\left[\frac{GJ_T}{EI}\right] \text{和} \left[\frac{h}{L}\right]\left[\frac{GJ}{EI_T}\right]$$

如果两个不同的梁格具有相同形式的外荷载，通过一个简单的比例系数，可使两个梁格的向量 $\{W\}$ 相同。另外，如果两个梁格的三个无量纲参数刚好具有相同的值，那么，两个梁格的 $[K]$ 矩阵相同。因此，通过一个简单的比例系数，两个梁格的向量 $\{a\}$ 必相同。

一旦向量 $\{a\}$ 已知，挠度、弯矩、扭矩和剪力的分布形式可以直接求出。因此，可以断定以上所给的三个无量纲参数是所有这些结构效应的特性参数。

为了与后边的正交各向异性板的特性比较，这里，宜用等效的正交各向异性板来表示梁格参数，这可把各主梁的刚度均匀分布到桥宽方向，把各横梁的刚度均匀分布到桥长方向。例如，这意味着把一根主梁的抗弯刚度写成

$$EI=D_x h \tag{1.2}$$

式中，$D_x$ 为等效的正交各向异性板单宽的纵向抗弯刚度。于是梁格用等效的正交各向异性板表示时，三个相应的无量纲参数为

$$\left(\frac{L}{h}\right)^4\left(\frac{D_y}{D_x}\right) \qquad \left(\frac{L}{h}\right)^2\left(\frac{D_{yx}}{D_x}\right) \text{和} \left(\frac{h}{L}\right)\left(\frac{D_{xy}}{D_y}\right)$$

式中板的刚度在2.2节中定义。根据具体情况，用第 1 式的平方根乘以或除以第 2 式和第 3 式，可以消去 $h/L$ 量。另外，转换第 1 参数，然后用 4 次根求得含有比值 $h/L$ 的 1 次方的参数。修改后的结果如下：

$$\alpha_1=\frac{D_{xy}}{2(D_xD_y)^{0.5}} \tag{1.3}$$

$$\alpha_2=\frac{D_{yx}}{2(D_xD_y)^{0.5}} \tag{1.4}$$

$$\theta=\frac{h}{L}\left(\frac{D_x}{D_y}\right)^{0.25} \tag{1.5}$$

如果两个不同的梁格具有相同的$\alpha_1$、$\alpha_2$和$\theta$值，则在相同形式的荷载作用下，两个梁格的挠度、剪力、弯矩和扭矩的分布形式相同。这三个参数是梁格特性的特性参数。

## 1.5 正交各向异性板的特性参数

在板的有关理论著作中，例如，在文献24中，已经证明正交各向异性板的挠度 $w$ 由下列方程确定：

$$D_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+(D_{xy}+D_{yx}+D_1+D_2)\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_y\times\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=q(x,\ y) \tag{1.6}$$

由于所求的是挠度图，可用无量纲量 $x'=x/L$ 和 $y'=y/b$ 改写方程(1.6)，这里 $L$ 为跨度，$b$ 为半宽，如图1.5所示。于是

$$\frac{\partial}{\partial x}=\frac{1}{L}\frac{\partial}{\partial x'} \tag{1.7}$$

和

$$\frac{\partial}{\partial y}=\frac{1}{b}\frac{\partial}{\partial y'} \tag{1.8}$$

结果方程(1.6)变为：

$$\frac{D_x}{L^4}\frac{\partial^4 w}{\partial x'^4}+\left(\frac{D_{xy}+D_{yx}+D_1+D_2}{L^2b^2}\right)\frac{\partial^4 w}{\partial x'^2\partial y'^2}+\frac{D_y}{b^4}\frac{\partial^4 w}{\partial y'^4}=\phi(x',\ y') \tag{1.9}$$

式中，$\phi(x', y')$为用$x'$和$y'$表示的作用外荷载的表达式。

用$L^2b^2/(D_x D_y)^{0.5}$乘上式各项得

$$\theta\frac{\partial^4 w}{\partial x'^4}+2\alpha\frac{\partial^4 w}{\partial x'^2\partial y'^2}+\frac{1}{\theta^2}\frac{\partial^4 w}{\partial y'^4}$$

$$=\frac{L^2b^2}{(D_x D_y)^{0.5}}\phi(x', y') \tag{1.10}$$

式中

$$\alpha=\frac{D_{xy}+D_{yx}+D_1+D_2}{2(D_x D_y)^{0.5}} \tag{1.11}$$

$$\theta=\frac{b}{L}\left(\frac{D_x}{D_y}\right)^{0.25} \tag{1.12}$$

如果两个不同的正交各向异性板具有前边定义的相同形式的外荷载，通过一个简单的比例系数，则两块板方程(1.10)的右侧相同。如果两块板由式(1.11)和式(1.12)确定的$\alpha$和$\theta$值相同，那么两块板方程(1.10)的左边也相同，因此他们的挠度图是相同的。

可以断定$\alpha$和$\theta$是矩形正交各向异性板挠度的特性参数。

文献24给出了单位板宽的纵向弯矩：

$$M_x=\left(D_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+D_1\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \tag{1.13}$$

上式可用无量纲坐标$x'$和$y'$表示如下：

$$M_x=-\frac{D_x}{L^2}\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x'^2}+\frac{L^2}{b^2}\left(\frac{D_1}{D_x}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial y'^2}\right] \tag{1.14}$$

因为已知$w$为$\alpha$和$\theta$的函数，显然从方程(1.14)可以看出，仅这两个参数不能完全表征$M_x$，因为还有另一个无量纲参数，即$(L^2/b^2)(D_1/D_x)$。

然而，如果耦合刚度$D_1$的影响很小，对于桥梁设计目的来讲用参数$\alpha$和$\theta$表征$M_x$已足够精确。大量分析表明，这符合实际情况。

现在，把式(1.3)到式(1.5)的梁格特性参数与式(1.11)和式(1.12)的正交各向异性板特性参数进行比较，可发现式(1.5)与式(1.12)是等效的，因为纵梁数目一定的梁格，可用一个简单系数把半宽 $b$ 与主梁间距 $h$ 联系起来。另外，如把式(1.3)和式(1.4)相加，得到

$$\alpha_1+\alpha_2=\frac{D_{xy}+D_{yx}}{2(D_x D_y)^{0.5}} \qquad (1.15)$$

当耦合刚度 $D_1$和 $D_2$为零，式(1.15)与式(1.11)相同。这一结果是预料到的，因为耦合刚度源于与板的双向弯曲有关的泊松比效应，而梁格的特性中不存在该效应。事实上，如果梁格用一个比拟的正交各向异性板代替，即均匀分布梁格各杆件的抗弯和抗扭刚度的话，那么等效的正交各向异性板的 $\alpha$ 正好等于式(1.15)的右边。

事实上，正交各向异性板不仅挠度而且其它效应（例如纵向弯矩）只用两个参数 $\alpha$ 和 $\theta$ 来表征，对设计讲已足够精确，我们希望对梁格也如此。若梁格特性〔已知取决于式(1.3)到(1.5)确定的三个参数〕证明是主要取决于 $\alpha_1+\alpha_2$和 $\theta$，而与单独的 $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$值几乎没有关系，则梁格即可做到这一点。为了研究这个假设，使用一个特殊梁格作为手段是方便的。

## 半连续板或梁格

图1.6表示一种混合式理论，纵向抗弯和抗扭刚度集中在一些分离的纵向构件上，而横向抗弯和抗扭刚度沿结构长度均匀分布。这种理论已被广泛使用并在文献12中叙述。这是一种适用于分析目的的理论，因为它能使分析人员把作用荷载表示成 $x$ 坐标的连续函数。尤其适合于荷载作用的调和分析。图1.6所示的三梁式半连续梁格，沿其中梁作用着形式为 $P\sin(\pi x/L)$ 的线荷载。因为可以预料，纵梁数目多的梁格比纵梁数目少的梁格更接近板的特性，对于这个研究，选用三梁式梁格；所以，如果研究梁格和正交各向异性板特性之间的可能差异，则审慎地用少主梁

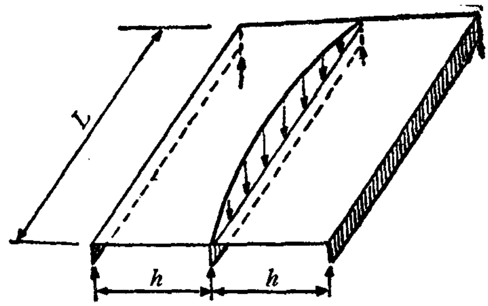


图1.6　简单的半连续梁格

的梁格。

在所示线荷载作用下，跨中总的纵向弯矩由三根主梁共同承担，则是静定的并由下式给出：

$$M_0 = \frac{PL^3}{\pi^2} \tag{1.16}$$

中梁跨中承受的弯矩可以表示为$\rho M_0$，这里，$\rho$为纵向弯矩的分配系数，其值决定于由式(1.3)、(1.4)和(1.5)分别计算的$\alpha_1$、$\alpha_2$和$\theta$。

分配系数$\rho$的特性示于图1.7中。取三个$\theta$值：0.0、0.5和1.0。对每个$\theta$值，所取的$\alpha(=\alpha_1+\alpha_2)$值在0.0与1.0之间。每个$\alpha$值又以三种不同方式组成，即整个$\alpha_1$、$0.5\alpha_1+0.5\alpha_2$和整个$\alpha_2$。可以看出，对于给定的$\theta$值，$\rho$值主要对应于$\alpha$值，而$\alpha_1$和$\alpha_2$之间组成$\alpha$的方式对其影响不大。

从以上分析，可以得出一个把梁格和正交各向异性板之间统一起来的重要而有用的结论：对梁格和正交各向异性板，当用作公路桥梁时，可用下式表征挠度和纵向弯矩，对设计是足够精确的：

$$\alpha = \frac{D_{xy}+D_{yx}+D_1+D_2}{2(D_xD_y)^{0.5}} \tag{1.17}$$

$$\theta = \frac{b}{L}\left(\frac{D_x}{D_y}\right)^{0.25} \tag{1.18}$$