

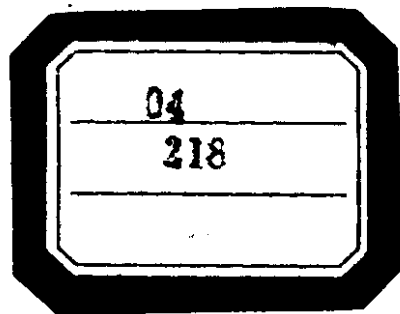
● 非线性科学丛书 ●

分形物理学

杨展如 编著

上海科技教育出版社

本书出版由上海市新闻出版局
学术著作出版基金资助



1736026

非线性科学丛书

分形物理学

杨展如 编著

陶瑞宝 文志英 审阅

JY1182104



上海科技教育出版社



B1029215

内 容 提 要

本书是非线性科学丛书中的一种, 概要介绍了分形物理的理论及其最新进展. 全书计7章, 内容包括分形几何的基本概念, 自旋系统的相变, 临界动力学, 分形上的动力学, 多重分形及分形生长. 本书可供大学物理系、数学系教师、研究生和高年级学生阅读, 也可供自然科学和工程技术领域中的研究人员参考.

本书由陶瑞宝、文志英审阅.

非线性科学丛书

分形物理学

杨展如 编著

陶瑞宝 文志英 审阅

上海科技教育出版社出版发行

(上海市冠生园路393号 邮政编码200238)

各地新华书店经销 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 8.25 字数 209,000

1996年9月第1版 1996年9月第1次印刷

印数1—3,200本

ISBN 7-5428-1223-8/0.102 定价:(精装本)13.20元

Advanced Series in Nonlinear Science

Fractal Physics

Yang Zhan - Ru

Department of Physics and Institute of Theoretical Physics

Beijing Normal University, Beijing 100875, China

Shanghai Scientific and Technological Education

Publishing House, Shanghai, 1996

非线性科学丛书编辑委员会

主 编：郝柏林

副主编：郑伟谋 吴智仁

编 委：(按姓氏笔画为序)

丁鄂江	文志英	朱照宣
刘式达	刘寄星	孙义燧
杨清建	李邦河	张洪钧
张景中	陈式刚	周作领
赵凯华	胡 岗	顾 雁
倪皖荪	徐京华	郭柏灵
陶瑞宝	谢惠民	蒲富恪
霍裕平	魏荣爵	

出版说明

现代自然科学和技术的发展，正在改变着传统的学科划分和科学研究的方法。“数、理、化、天、地、生”这些曾经以纵向发展为主的基础学科，与日新月异的高新技术相结合，使用数值、解析和图形并举的计算机方法，推出了横跨多种学科门类的新兴领域。这种发展的一个重要特征，可以概括为“非”字当头，即出现了以“非”字起首而命名的一系列新方向和新领域。其中，非线性科学占有极其重要的位置。这决非人们“想入非非”，而是反映了人类对自然界认识过程的螺旋式上升。

曾几何时，非线性还被人们当作个性极强，无从逾越的难题。每一个具体问题似乎都要求发明特殊的算法，运用新颖的技巧。诚然，力学和数学早就知道一批可以精确求解的非线性方程，物理学也曾经严格地解决过少数非平庸的模型。不过，这些都曾是稀如凤毛麟角的“手工艺”珍品，人们还没有悟出它们的普遍启示，也没有看到它们之间的内在联系。

20世纪60年代中期，事情从非线性现象的两个极端同时发生变化。一方面，描述浅水波运动的一个偏微分方程的数值计算，揭示了方程的解具有出奇的稳定和保守性质。这启发人们找到了求解一大类非线性偏微分方程的普遍途径，即所谓“反散射”方法。反散射方法大为扩展了哈密顿力学中原有的可积性概念，反映了这类方程内秉的对称和保守性质。到了80年代，反散射方法推广到量子问题，发现了可积问题与统计物理中严格可解模型的联系。

60年代初期还证明了关于弱不可积保守系统普遍性质的KAM定理。于是,非线性问题的可积的极端便清楚勾划出来,成为一个广泛的研究领域。虽然这里的大多数进展还只限于时空维数较低的系统,但它对非线性科学发展的促进作用是不可估量的。

另一方面,在“不可积”的极端,对KAM定理条件的“反面文章”,揭示了保守力学系统中随机性运动的普遍性,而在耗散系统中则发现了一批奇怪吸引子和混沌运动的实例。这些研究迅速地融成一片,一些早年被认为是常态的特例也在新的观点下重新认识。原来不含有任何外来随机因素的完全确定论的数学模型或物理系统,其长时间行为可能对初值的细微变化十分敏感,同投掷骰子一样地随机和不可预测。然而,混沌不是无序,它可能包含着丰富的内部结构。

同时,由于计算科学特别是图形技术的长足进步,人们得以理解和模拟出许多过去无从下手研究的复杂现象。从随机与结构共存的湍流图象,到自然界中各种图样花纹的选择与生长,以及生物形态的发生过程,都开始展现出其内在的规律。如果说,混沌现象主要是非线性系统的时间演化行为,则这些复杂系统要研究的是非线性地耦合到一起的大量单元或子系统的空间组织或时空过程。标度变换下的不变性、分形几何学和重正化群技术在这里起着重要作用。

在由上述种种方面汇成的非线性科学洪流中,许多非线性数学中早已成熟的概念和方法开始向其他学科扩散,同时也提出了新的深刻的数学问题。物理学中关于对称和守恒,对称破缺,相变和重正化群的思想,也在日益增多的新领域中找到应用。“非线性”一词曾经是数学中用以区别于“线性”问题的术语,非线性科学正在成为跨学科的研究前沿。各门传统学科中都有自己的非线性篇章,非线性科学却不是这些篇章的总和。非线性科学揭示各种非线性现象的共性,发展处理它们的普适方法。

这样迅猛发展的跨学科领域,很难设想用少数专著加以概括,

何况学科发展的不少方面还未成熟到足以总结成书的地步。于是,有了动员在前沿工作的教学和研究人員,以集体力量撰写一套“非线性科学丛书”的想法。在上海科技教育出版社的大力支持下,这一计划得以付诸实现。

这套“非线性科学丛书”不是高级科普,也不是大块专著。它将致力于反映非线性科学各个方面的基本内容和最新进展,帮助大学高年级学生、研究生、博士后人員和青年教师迅速进入这一跨学科的新领域,同时为传统自然科学和工程技术领域中的研究和教学人員更新知识提供自学教材。非线性科学的全貌将由整套丛书刻划,每册努力讲清一个主题,一个侧面,而不求面面俱到,以免失之过泛。在写作风格上,作者们将努力深入浅出,图文并茂,文献丰富;力求有实质内容,无空洞议论,以真刀真枪脚踏实地武装读者。从读者方面,自然要求具备理工科大学本科的数学基础,和读书时自己主动思索与推导的习惯。

“非线性科学丛书”的成功,取决于读者和作者的支持。我们衷心欢迎批评和建议。

郝柏林

1992年4月30日于北京中关村

前 言

分形物理学是本世纪 80 年代才发展起来的,其内容大致可概括为两大方面:一是分形结构(尤其是分形晶格)上的物理性质和规律,特别是研究它与平移对称结构上的物理性质和规律的差异;一是分形生长的物理机制,即回答自然界为什么会生成具有标度不变性的分形结构。这两方面中,前者已获得较多结果;而后者虽然做了大量的计算机模拟工作以及一些实验研究工作,取得了一些进展,但距离真正搞清分形生长的物理起源,仍有一段较长的路要走。毋庸置疑,分形生长仍然是分形物理中一个极富挑战性的课题。

基于“非线性科学丛书”的宗旨,本书希望能引导有兴趣从事分形物理研究的读者,迅速掌握本领域已经获得的基本的和重要的成果,了解新的进展。因此,选材上力求挑选最基本、最重要和更具普遍意义的内容;文献也不求全而求基本和重要。这样,对那些打算进一步开展研究的读者,只需补读一些最新文献,便可以开始工作。

本书共含七章,第 1 章阐述分形的基本概念,第 2 章至第 6 章阐述分形结构上的基本物理性质和规律,第 7 章阐述分形生长的基本概念和理论模型。书中大部分内容是在给北京师范大学物理系理论物理研究生讲课的基础上形成的,有些也在几所大学和研究所讲学中讲授过。

我要感谢我的同事和学生与我进行的许多有益的讨论。这些讨论使我在写作本书时能融会他们的见解。限于作者的学术和写作水平,书中肯定会有错误和不妥之处;此外,本书中包含的某些观点和处理还可能随着今后研究的深入和发展而有所改变,敬请读者不吝指正。

杨展如

1994 年 5 月于北京师范大学

Abstract

In this book an introduction to Fractal Physics is given. Fractal physics consists of physics on fractals and physical origin of fractal growth. The topics of basic concepts of fractal geometry, Phase transitions of spin systems, Critical dynamics, Anomalous dynamics, Multifractal, and fractal growth are included.

目 录

非线性科学丛书出版说明

前言

第1章 分形的几何特征	1
§ 1 扩展对称性	1
§ 2 分形维数	2
§ 3 规则分形	4
§ 4 描述分形几何的其他参数	8
§ 5 非均匀规则分形	10
§ 6 无规分形	12
§ 7 测定分形维数的方法	19
§ 8 自仿射分形	25
第2章 分形上自旋系统的相变(I)	26
§ 9 连续相变的基本知识	26
§ 10 科赫曲线上伊辛模型的相变	28
§ 11 重整化群方法	32
§ 12 准线性晶格上自旋模型的相变·重整化群方法	36
§ 13 塞尔宾斯基铺垫上的自旋统计模型	42
§ 14 伊辛模型的严格配分函数和关联函数	50
§ 15 塞尔宾斯基铺垫上渗流相变	57
§ 16 塞尔宾斯基铺垫上的电导	59
第3章 分形上自旋系统的相变(II)	61
§ 17 梅格达尔-卡丹诺夫键移重整化群方法	61
§ 18 塞尔宾斯基地毯上伊辛模型的相变	65
§ 19 塞尔宾斯基地毯上的电阻网络	70

§ 20	相变的普适性	73
§ 21	金刚石型等级晶格上伊辛模型的相变	75
§ 22	反铁磁箔茨模型的相变	79
§ 23	金刚石型等级晶格上的反铁磁相变	83
§ 24	键稀释箔茨模型	90
第 4 章	临界动力学	93
§ 25	临界动力学的基本概念	93
§ 26	一维平移对称晶格上动力伊辛模型的严格解	95
§ 27	动力学实空间重整化群理论	100
§ 28	TDRG 应用于一维动力伊辛模型	103
§ 29	科赫曲线上动力伊辛模型的临界动力学	109
§ 30	塞尔宾斯基铺垫上动力伊辛模型	114
§ 31	在 TDRG 中的键移近似	116
§ 32	规则 DLA 集团上的动力伊辛模型	121
§ 33	动力学重整化群方法的分析	127
第 5 章	分形上的动力学	131
§ 34	渗流集团上的反常扩散	131
§ 35	扩散的谱密度·格林函数方法	134
§ 36	动力学标度理论	137
§ 37	分形晶格振动的谱结构	142
§ 38	分形上薛定谔方程的解	147
§ 39	弹性分形的临界指数和谐维数	154
第 6 章	多重分形	162
§ 40	基本概念	162
§ 41	重标变换群	164
§ 42	分形测度及其奇异性·理论框架	172
§ 43	精确可解的康托集	175
§ 44	动力系统	182
§ 45	渗流集团上的电阻网络	189

§ 46	DLA 生长概率测度·调和测度	192
§ 47	生长结构的几何多重分形性	198
§ 48	多重分形的热力学形式	202
§ 49	杨-李零点·朱莉亚集和它们的奇异谱	203
第 7 章	分形生长	209
§ 50	生长模型的基本概念	209
§ 51	生长模型与静模型	211
§ 52	生长模型的标度行为	213
§ 53	扩散置限聚集(DLA)模型	217
§ 54	介电击穿模型(DBM)	220
§ 55	DLA 聚集的实验实现	222
§ 56	DLA 生长的理论处理	224
§ 57	集团-集团聚集	227
§ 58	集团-集团聚集的计算机模拟	228
§ 59	平均场理论·斯莫洛可夫斯基方程	231
§ 60	生长花样	233
科学家中外译名对照表		235
参考文献		236

Contents

Preface

Chapter 1 Fractal Geometry1

- § 1 Dilation symmetry1
- § 2 Fractal dimension2
- § 3 Regular (deterministic) fractals4
- § 4 Geometric parameters of fractals.....8
- § 5 Non-uniform regular fractals.....10
- § 6 Random fractals.....12
- § 7 Methods of measuring fractal dimensions19
- § 8 Self-affine fractals.....25

Chapter 2 Phase Transitions of Spin System on Fractal (I)26

- § 9 Basic knowledge of continuous phase transitions 26
- § 10 Phase transition of the Ising Model on Koch curves.....28
- § 11 Renormalization Group approach32
- § 12 Phase transitions of spin models on quasi-linear lattices Renormalization Group approach ...36
- § 13 Spin models on Sierpinski gaskets42
- § 14 Exact partition function and correlation function of the Ising model50
- § 15 Percolation on Sierpinski gaskets57
- § 16 Conductance on Sierpinski gaskets59

Chapter 3	Phase Transitions of Spin System on Fractal (II)	61
§ 17	Migdal-Kadanoff bond-moving renormalization group approach	61
§ 18	Phase transition of the Ising Model on Sierpinski Carpets	65
§ 19	Resistor network on Sierpinski Carpets	70
§ 20	Universality of phase transitions	73
§ 21	Phase transition of the Ising Model on diamond-type hierarchical lattices	75
§ 22	Phase transition of antiferromagnetic Potts model	78
§ 23	Antiferromagnetic phase transitions on diamond-type hierarchical lattices	83
§ 24	Bond-diluted Potts model	90
Chapter 4	Critical Dynamics	93
§ 25	Basic concepts of critical dynamics	93
§ 26	Exact solution of the Kinetic Ising model on one-dimensional lattice	95
§ 27	Dynamical real-space renormalization group theory	100
§ 28	Application of TDRG approach to 1-D Kinetic Ising model	103
§ 29	Critical dynamics of the Kinetic Ising model on Koch Curve	109
§ 30	The kinetic Ising model on Sierpinski gaskets	114
§ 31	Bond-moving TDRG approach	116
§ 32	The kinetic Ising model on regular DLA clusters	

.....	121
§ 33 Analysis of a dynamic renormalization group technique.....	127
Chapter 5 Dynamics on Fractals.....	131
§ 34 Anomalous diffusion on percolation clusters ...	131
§ 35 Spectral density of diffusion Green's function method	134
§ 36 Dynamical scaling theory	137
§ 37 Spectral structure of fractal lattice vibration	142
§ 38 Solution to the Schrodinger equation on fractals	147
§ 39 Critical exponents and spectral dimension of elastic fractals	154
Chapter 6 Multifractal	162
§ 40 Basic concepts.....	162
§ 41 Rescaling transformation group.....	164
§ 42 Fractal measures and their singularities Theoretical framework	172
§ 43 Exactly solvable Cantor sets	175
§ 44 Dynamical systems	182
§ 45 Resistor networks on percolation clusters	189
§ 46 Growth probability measures of DLA Harmonic measure.....	192
§ 47 Geometrical multifractality of growing structures	198
§ 48 Thermodynamics formalism of multifractal ...	202
§ 49 Yang-Lee zeros, Julia sets and their singularity spectra	203

Chapter 7 Fractal growth	209
§ 50 Basic concepts of growth models	209
§ 51 Growth models and static models	211
§ 52 Scaling behaviour of growth models	213
§ 53 Diffusion-limited aggregation (DLA) model	217
§ 54 Dielectric breakdown model (DBM)	220
§ 55 Experimental realizations of DLA	222
§ 56 Theoretical treatments of DLA	224
§ 57 Cluster-Cluster aggregation	227
§ 58 Computer simulation of Cluster-cluster aggregation	228
§ 59 Mean-field theories. Smoluchowski equation	231
§ 60 Growth patterns	233
References	237