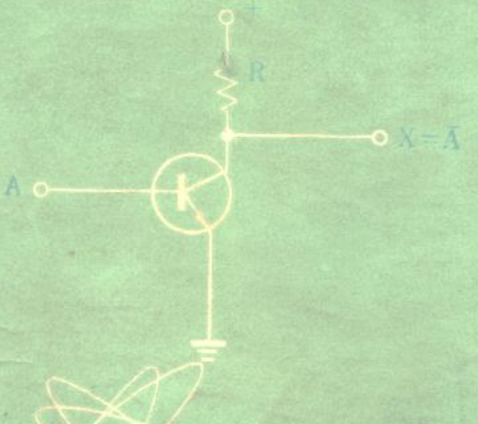
二进制与逻辑运算

$$
\begin{array}{r}
110 \\
+\quad 11 \\
\hline
1001
\end{array}
$$

电子计祘机基础



科学出版社

二进制与逻辑运算

电子计算机基础

董炯明 编译

科学出版社

内 容 简 介

本书是一本介绍二进制运算、逻辑代数和计算机基本原理的中级科学普及读物。文字浅显，说明平易，并有大量的例题和练习题；通过这些例题和练习题，深入浅出地说明了自动装置及电子计算机的基本知识。

本书可作为初次学习自动装置和计算机的广大工农兵读者的入门读物，也可作为广大知识青年和中学生的参考读物。

二进制与逻辑运祘

电子计祘机基础

董炯明 编译

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

沈阳新华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1977年2月第一版　开本：787×1092 1/32

1978年7月第二次印刷　印张：3½

印数：83,501—198,610　字数：67,000

统一书号：15031·125

本社书号：674·15—8

定价：0.28 元

目　　录

一、二进制及其计算

计　　算　　机

随着社会的进步，每一个人所接受到的信息愈来愈多。一个人从早上起床到晚上就寝为止，从电视、收音机、报章杂志，以及从他人那儿接受到大量的信息。对大的企业单位或一个国家说来，信息量极其庞大。要迅速处理这些信息，据此制订出计划，单靠人本身的力量已无能为力了。

于是，电子计算机应运而生。今天，电子计算机已被广泛应用于科学、技术、医学等领域。举个身边的例子吧，譬如天气预报，把从各地送来的气温、气压、湿度等气象数据输入到计算机中，在1小时左右的时间里，计算机便分析好庞大的数据，并作出天气图来表示分析结果。电子计算机真可以称得上是现代洪水般的信息的挑战者和制服者。

彼　　特

如此说来，电子计算机就是处理信息的机械。从外部接受到用文字或数字表示的所有信息，然后在内部通过开关动

作对信息进行处理，其处理结果再次复原成文字或数字送到外部。

在这种场合里，所有信息都被分解成称作“彼特”的这种最简单的单位。彼特(bit)是英文“二进制数字”(binary digit)这个名称的略语。那么，二进制倒底是怎么回事？下面就让我们来介绍一番吧。

二进制的计数

我们平常惯于使用的是十进制。这是一种使用 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 十个数码来表示任意数的方法，也即是以 10 为基数的计数方法。例如，10 个“1”就进成“10”，10 个“10”就进成“100”等等。

与此相对，二进制是以 2 为基数来计数的，只用 0 和 1 这二个数码来表示任意数。例如，二进制数 101，它意味着是 $1\cdot2^0 + 0\cdot2^1 + 1\cdot2^2$；用十进制表示，它就是 5。

下面所示的是二进制数和与其相对应的普通的十进制数。

十进制数	二进制数
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100

5	1 0 1
6	1 1 0
7	1 1 1
8	1 0 0 0
9	1 0 0 1
1 0	1 0 1 0

这个表的继续部分，请读者们通过练习自己来填补上。

要把一个十进制数转换成二进制数，有如下的方法。

把一个十进制的整数用 2 来除，得到一个商和余数，其余数就是二进制数的第一位数码（只能余 1 和余 0）；然后把商数再用 2 除，再得到一个商和余数，这个余数是二进制数的第二位数码（只能余 1 和余 0）；把新得的商再用 2 除，又得到一个商和余数，此余数是二进制数的第三位数码……，一直到除完，即不够 2 除为止，这时的商数就是二进制数的最后一位数码。

我们举二个例子，读者看了以后就会很快掌握这种把十进制整数转换成二进制数的方法。

例 1. 将十进制的 5（即 5_{10}）转换成二进制的数码。

$2 \underline{\mid 5}$		余数
$2 \underline{\mid 2}$	1……	二进制数的第一位数码
1	0……	二进制数的第二位数码
………		二进制数的第三位数码

所以 $5_{10} \rightarrow 101_2$。

例 2. 将十进制的 6（即 6_{10}）转换成二进制数码。

```
2 | 6      余数
  ----
2 | 3        0……二进制数的第一位数码
  ----
    1.       1……二进制数的第二位数码
       ·········二进制数的第三位数码
```

所以 $6_{10} \to 110_2$。

练习题 1. 把下列用十进制书写的数转换成二进制数。

11, 23, 17, 47, 52, 32

反过来，让我们再把由二进制书写的数字转换成十进制数。

例如：

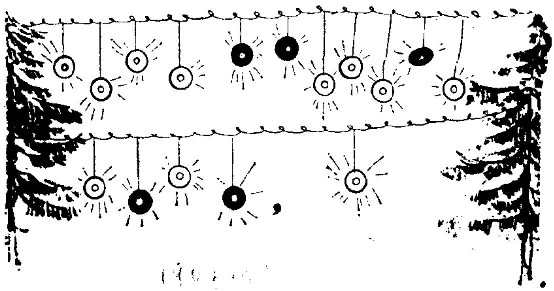
$$1100_2 = 12_{10}; \quad 1111_2 = 15_{10}。$$

这里，每个数右下角的数字是用来表示此数是二进制数还是十进制数。如 1101_2，即是用二进制表示的数。

练习题 2. 把下列用二进制书写的数转换成十进制数。

1001; 1101; 1100; 11000; 1011; 1111。

练习题 3. 在某中学的国庆联欢晚会上，计算机科技小组的同学们挂出了如图所示的用红色小灯泡和白色小灯泡组成的不寻常的幕



布。假定白色小灯泡表示"1"，红色小灯泡表示"0"，这块不寻常的幕布表示什么意思?

练习题 4. 假定 1 公斤、2 公斤、4 公斤砝码各有一个，我们可以用来测定从 1 公斤到 7 公斤的重量。那么，如果要测定到 31 公斤为止的重量，除了这三块砝码外，尚需要增添二块多重的砝码?

二进制的加法

如果读者充分了解了上节所讲的用二进制来表示十进制数的方法，接下去，我们就要来说明二进制的加法。

想必读者在小学里都学习过乘法九九口诀。要背熟这个九九口诀，实在是一件很辛苦的事情。但一旦熟记了这个口诀，做起乘法和除法来就会得心应手。

与此相同，在二进制中进行加减乘除四则运算时，我们也要使用加法与乘法的运算规则。首先，我们介绍加法运算规则，如下表所示：

$$\boxed{\begin{array}{l} 0+0=0 \\ 0+1=1 \\ 1+0=1 \\ 1+1=10 \end{array}}$$

下面是使用此规则进行加法运算的例题：

$$\begin{array}{r} 10 \\ +\ 11 \\ \hline 101 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101 \\ +\ 10 \\ \hline 111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1000 \\ +\ 111 \\ \hline 1111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11 \\ +\ 11 \\ \hline 110 \end{array}$$

练习题 5.

$$\begin{array}{r} 101 \\ +\quad 11 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 110 \\ +101 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1001 \\ +1101 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ +\quad 101 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1111 \\ +\quad 110 \\ \hline ? \end{array}$$

练习题 6.

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 111 \\ +\quad 101 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1001 \\ 101 \\ +\quad 11 \\ \hline ? \end{array}$$

必须进行验算。用如下的转换成十进制的方法进行验算，就一目了然。

$$\begin{array}{rcr} 110 & \cdots\cdots\cdots\cdots & 6 \\ +\quad 11 & \cdots\cdots\cdots\cdots & +3 \\ \hline 1001 & \cdots\cdots\cdots\cdots & 9 \end{array}$$

二进制的乘法

如果读者们已熟悉了二进制的加法运算，接下去，我们就要讲述二进制的乘法运算。乘法运算规则如下表所示：

$0\times 0=0$
$0\times 1=0$
$1\times 0=0$
$1\times 1=1$

从表中我们可以看出，二进制中，与“0”相乘时，和十进制相同。

看一下下面所举的例题，就可完全掌握其运算方法。

$$\begin{array}{crr} & 1 & 1 \\ \times & & 1 \\ \hline & 1 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{crrr} & 1 & 0 & 1 \\ \times & & & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{crrr} & & 1 & 1 \\ \times & & 1 & 0 \\ \hline & & 0 & 0 \\ & 1 & 1 & \\ \hline & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{crrrr} & & 1 & 0 & 1 \\ \times & & & 1 & 0 \\ \hline & & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 1 & \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{crrrrrr} & & & & 1 & 1 & 1 \\ \times & & & & 1 & 0 & 1 \\ \hline & & & & 1 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 0 & 0 & \\ & & 1 & 1 & 1 & & \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

练习题 7.

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times\quad 1 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101 \\ \times\quad 11 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 110 \\ \times\quad 10 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times\quad 10 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1110 \\ \times\quad 11 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1011 \\ \times\quad 11 \\ \hline ? \end{array}$$

结果仍然用转换成十进制予以验算。

练习题 8. 在下式的□中，写入“1”或“0”数码，并进行验算。

$$\begin{array}{r} 1\square 0\,1 \\ +\ \ \square\square 1 \\ \hline 10000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\square 0\,1 \\ +\ \ 10\square \\ \hline 10010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\square 1 \\ \times\ \ \square \\ \hline 101 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\square \\ \times\ \square 1 \\ \hline 1001 \end{array}$$

二进制的减法

在说明减法运算之前，先请做如下练习题：

练习题 9. 下列各组数字哪一边大？

101 与 110； 110 与 1000； 11001 与 11010； 1001 与 1100。

练习题 10. 把下列五个数字按大小顺序排列。

1100； 1001； 1011； 1101； 1010。

练习题 11. 在□中写入“1”或“0”，使左侧的数字大于右侧的数字。

100□□ > 10010； 10□□0 > 10100；

1□01□ > 11010； 110□□ > 11000。

下面，让我们来举减法运算方法的例子：

$$\begin{array}{r} 11 \\ -\ \ 1 \\ \hline 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101 \\ -\ \ \ 1 \\ \hline 100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 111 \\ -\ \ \ 1 \\ \hline 110 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 110 \\ -\ \ 10 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ -\ \ 1 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 100 \\ -\ \ \ 1 \\ \hline 11 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 100 \\ -\ \ 11 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101 \\ -\ \ 11 \\ \hline 10 \end{array}$$

正如您所看到的，减法没有象加法那样容易，当遇到“0—1”的情况时，就需要向上位“借”，在二进制中，1+1=10，

所以从上位借来的“1”是 1 + 1（即 2）。上面的减法请用加法予以验算。

练习题 12.

$$\begin{array}{r} 110 \\ -\ \ 11 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 111 \\ -101 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1100 \\ -\ \ 111 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10101 \\ -\ \ 1010 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11001 \\ -\ \ \ 111 \\ \hline ? \end{array}$$

使用补数的减法

二进制的减法，似乎比加法和乘法要来得麻烦。不过也有使其简化的方法，这便是使用补数。

我们在十进制数字的计算中，如减 9 或 97 之类的数字时，往往先减掉 10 或 100，然后再加上 1 或 3。这样的简化方法自古以来就在心算中经常使用着。

所谓补数，就是某数与 10 或 100 之差。例如，因为 3＝10－7，所以，7 的补数是 3。又例如，因为 73＝100－27，所以，27 的补数是 73。

由上可得出结论：由 10、100 或 1000……减去某数，其差便是某数的补数。

举一例说明之。由 12 减去 7 时（12—7），首先求出减数 7 的补数，求得的结果是 3（即 10 － 7 ＝ 3）；然后被减数 12

加上减数7的补数3得(12 + 3)，再减去10，便得出了此减法的答案(12 + 3 − 10 = 5)。

这就是说，我们把普通的减法变换成了如下的形式

$$\begin{cases}\text{被减数} + \text{减数的补数} - 10 \\ \quad 12 \quad + \quad 3 \quad - 10\text{。}\end{cases}$$

也就是说变换成了加减数的补数与减去10(或100，1000)的计算。

例如:

$$127 - 74 = 127 + 26 - 100 = 53,$$

$$369 - 87 = 369 + 13 - 100 = 282,$$

$$1025 - 787 = 1025 + 213 - 1000 = 238\text{。}$$

二进制的补数与十进制的补数相同。以二进制表示的某数，加上其补数(也是以二进制数码表示)后，其和也是100_2(或1000_2、10000_2……)。运算时，也必须先求出补数。为了很快地写出二进制数的补数，可使用如下方法来求补数:

1. 从右往左看，如果第一位数码是"1"，其第一位数码的"1"不变，以后各数码如"0"就变"1"，如"1"就变成"0";

2. 从右往左看，如果第一位数码是"0"，则在出现"1"数码前所有"0"数码及其第一次出现的"1"数码都不变，而后各数遇"0"变成"1"，遇"1"变成"0"。

按照这样的方法，我们来求101_2的补数，求得的结果是11_2(因为$101_2 + 11_2 = 1000_2$，所以101_2的补数是11_2)。又，1010_2的补数是110_2。

练习题 13. 求下列二进制数字的补数:

10; 11; 1001; 1101; 100。

下面,我们利用补数来进行二进制减法运算。

例 1. 1101 − 1011 = ?

① 求 1011 的补数 → 101;

② 被减数加上补数:

$$
\begin{array}{r}
1\ 1\ 0\ 1 \\
+\quad 1\ 0\ 1 \\
\hline
1\ 0\ 0\ 1\ 0
\end{array}
$$

③ 减去 10000, 便可求得此减法的答案:

$$
\begin{array}{r}
1\ 0\ 0\ 1\ 0 \\
-1\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
\hline
1\ 0
\end{array}
$$

例 2. 1011−101 = ?

① 求 101 的补数 → 11;

② 被减数加上补数:

$$
\begin{array}{r}
1\ 0\ 1\ 1 \\
+\quad\ 1\ 1 \\
\hline
1\ 1\ 1\ 0
\end{array}
$$

③ 减去 1000, 便获此答案:

$$
\begin{array}{r}
1\ 1\ 1\ 0 \\
-1\ 0\ 0\ 0 \\
\hline
1\ 1\ 0
\end{array}
$$

在二进制中,如采用惯用的减法运算,当遇到"0 − 1"的

情况时，需要从上位借“1”，而在电子计算机中，这样做将变得非常麻烦，所以采用了利用补数的方法。也就是说，由于使用了补数，减法实质上由加法来计算，从而使计算机的构造简化。

练习题14.

$$\begin{array}{r} 10101 \\ -\quad 110 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11101 \\ -\quad 1011 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10001 \\ -\quad 1100 \\ \hline ? \end{array}$$

应用减法的除法

二进制中的除法运算，首先是比较二数的大小，然后由减法运算来求商。

$$1001_2 \div 11_2 = ?$$

现在，让我们用二进制的普通除法运算来求上式的商得：

$$\begin{array}{r} 11 \\ 11\overline{)1001} \\ \underline{11} \\ 11 \\ \underline{11} \\ 0 \end{array}$$

在计算前，首先要比较一下被除数的前二位数（从左向右）与除数（即“10”与“11”）的大小，因为 $10 < 11$，所以用“100”来被“11”除。