

叶轮机械原理

舒士甄 朱 力 柯玄龄 蒋滋康

清华大学出版



叶 轮 机 械 原 理

舒士甄 朱 力
柯玄龄 蒋滋康

清华大学出版社

前 言

叶轮机械也叫透平机械、叶片机械、涡轮机械,在国民经济、工矿企业中有着广泛的应用。除了各类蒸汽轮机、燃气轮机、透平压缩机制造工厂中的工程技术人员需要掌握叶轮机械原理外,使用这类机械的工矿企业中的工程技术人员也应掌握。

国民经济的发展要求大学毕业生有宽一点的专业面,即要求多方面的专业知识,而每门专业课则要求重点突出,减少繁琐的细节,既使学生掌握要领,又要减少学时。叶轮机械原理课是热力轮机专业、动力工程专业的主要专业课之一。本书着重叙述各种叶轮机械本身的特点、工作原理、基本设计方法,力求叙述概念清楚、文字简练。掌握了书中的内容,就具备了解决这类问题的基础。对于毕业生来说,不仅能从事蒸汽轮机、也可以从事燃气轮机、透平压缩机、以至风轮机等方面的工作。本书内容大部分已在教学中讲过,并参考了兄弟院校有关专业的教材,希望能达到拓宽专业知识面的效果。

本书由清华大学动力工程与控制教研组蒋滋康教授、舒士甄、柯玄龄、朱力副教授编写,由蒋滋康、舒士甄主编,叶大均教授审阅。

本书第一章到第七章介绍透平,包括轴流透平和向心透平。第八章到第十三章介绍压气机,包括轴流和离心压气机。第十四章介绍了 S_1 、 S_2 流面问题的计算方法和计算程序。

本书第七章由柯玄龄同志编写,第十三章由朱力同志编写,第十四章由蒋滋康同志编写,其余均由舒士甄同志编写。

由于时间仓促,书中难免有错误或不当之处,恳请读者批评指正,我们深表感谢。

目 录

第一章 叶轮机械气动热力学基础	1
§ 1-1 热力学的一些基本概念	1
§ 1-2 一元流动基本方程	3
§ 1-3 滞止条件、音速和气动力学函数	15
第二章 轴流式透平基元级、短叶片级	18
§ 2-1 级、圆柱面基元级、速度图	18
§ 2-2 能量传递分析	20
§ 2-3 基元级反动度、膨胀过程焓熵图	21
§ 2-4 载荷系数,速度比,流量因子	23
§ 2-5 基元级等熵效率和最佳速度比	24
§ 2-6 复速级	30
§ 2-7 叶片高度的确定、部分进气度	34
§ 2-8 级内其它损失、级的内效率	35
第三章 轴流透平的叶栅吹风试验和叶片造型	39
§ 3-1 叶栅的几何特性和气动特性	39
§ 3-2 平面叶栅的库塔-儒可夫斯基定理	42
§ 3-3 叶栅损失、出气角及其试验数据	44
§ 3-4 叶栅试验数据的整理和叶片造型	52
§ 3-5 轴流透平叶栅的综合数据	54
第四章 轴流式透平长叶片级及多级透平特点	55
§ 4-1 轴流式透平长叶片级的特点	55
§ 4-2 级设计中简单径向平衡方程的应用	55
§ 4-3 三元流动和可控涡流型简介	64
§ 4-4 多级轴流式透平	68
§ 4-5 多级透平的设计	72
第五章 轴流式透平的变动工况	85
§ 5-1 探讨变动工况的目的	85
§ 5-2 相似理论在轴流式透平中的应用	86
§ 5-3 变动工况时透平级反动度的变化	89

§ 5-4	工况变动时透平效率的变化	91
§ 5-5	变动工况时透平级扭矩的变化	92
§ 5-6	工况变动时透平级流量的变化	95
§ 5-7	用相似参数表示透平特性	100
§ 5-8	透平特性线的决定方法	101
第六章	各类轴流式透平的设计特点	110
§ 6-1	蒸汽透平设计特点	110
§ 6-2	运输式燃气透平设计特点	127
§ 6-3	冷却透平级的特点	128
§ 6-4	风力透平特点	140
第七章	向心透平	150
§ 7-1	向心透平的工作原理	150
§ 7-2	向心透平的效率和损失	157
§ 7-3	向心透平设计参数的选择	162
§ 7-4	向心透平的热力计算与特性	172
第八章	轴流压气机基元级工作原理	179
§ 8-1	压气机基元级中气体流动的基本方程	180
§ 8-2	压气机基元级工作过程	181
§ 8-3	叶栅和基元级的损失和效率	184
§ 8-4	基元级的特性参数	188
§ 8-5	基元级工作过程的计算	193
第九章	轴流压气机平面叶栅的试验结果及其应用	195
§ 9-1	平面叶栅的几何参数和气动参数	195
§ 9-2	平面叶栅试验结果的应用	200
§ 9-3	叶栅中的损失	215
§ 9-4	马赫数与雷诺数的影响	217
§ 9-5	超音速叶栅	219
第十章	轴流压气机级的简化三元流动设计	226
§ 10-1	简单径向平衡方程	226
§ 10-2	等环量流型	226
§ 10-3	等反动度流型	228
§ 10-4	等 α_m 流型	229
§ 10-5	中间规律流型	231

§ 10-6 简单径向平衡各流型的评价	234
第十一章 多级轴流压气机的气动设计	235
§ 11-1 通流部分的型式	235
§ 11-2 多级压气机的工作特点	237
§ 11-3 主要参数的选择	241
§ 11-4 亚音速轴流压气机的气动计算(平面叶栅法)	245
§ 11-5 压气机的模化设计	256
第十二章 轴流压气机的变工况性能和调试	260
§ 12-1 单级轴流压气机特性	260
§ 12-2 多级轴流压气机特性	262
§ 12-3 压气机的通用特性线	263
§ 12-4 压气机的堵塞和不稳定工况	266
§ 12-5 改善多级轴流压气机特性的措施	271
§ 12-6 多级轴流压气机的调试简介	274
§ 12-7 多级轴流压气机的变工况性能计算	277
第十三章 离心式压气机	287
§ 13-1 离心压气机的工作过程	287
§ 13-2 离心式压气机级的性能参数	288
§ 13-3 离心式压气机级的动轮理论	292
§ 13-4 离心式压气机动轮内的损失及动轮效率	298
§ 13-5 离心式压气机的固定元件	302
§ 13-6 离心式压气机的性能曲线和调节方法	319
第十四章 S_1、S_2 流面理论及其计算方法	337
§ 14-1 S_1 和 S_2 流面理论	337
§ 14-2 流线曲率法解 S_2 流面问题	349
§ 14-3 流线曲率法解 S_1 流面问题	367
附录 1 流线曲率法解 S_1 流面问题计算程序	385
附录 2 流线曲率法解 S_2 流面问题计算程序	402

第一章 叶轮机机械气动热力学基础

本章目的在于复习有关热力学和气动力学的一些基本概念,这些概念是分析和了解叶轮机内部流动和能量传递过程所必须的。本章所讨论的流动假定为定常流和一元流。

§ 1-1 热力学的一些基本概念

一、气体的热力学性质

这里仅将气体动力学中常用到的有关气体的热力学性质作一简要的复习。

气体的状态可以用压强(p)、温度(T)、密度(ρ)等参数来描述。在这些基本参数之间存在着一一定的关系,这个关系可表示为

$$f(p, \rho, T) = 0 \quad (1-1)$$

称为状态方程。如果忽略分子本身的体积和分子之间的相互作用力,即对完全气体而言,状态方程可以写成

$$p = \rho RT \quad (1-2)$$

式中: R ——特定气体的气体常数,对于空气,

$$R = 287.06 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})。$$

对于实际气体,当温度大大超过临界温度时,只要压强低于临界压强,式(1-2)均可给出满意的准确度。因此,在工程上,一般都可以把气体作为完全气体来处理。

气体的另一个重要性质是它的比热。通常应用两种比热,即定压比热(c_p)和定容比热(c_v),对于完全气体,它们之间存在下列关系:

$$c_p - c_v = R \quad (1-3)$$

在热力学中, c_p 和 c_v 的比值是一个很重要的参数,称为比热比,以符号 k 表示,即

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

对于完全气体来说,比热和比热比只是温度的函数。在进行理论分析及近似计算时,常常假设气体的比热和比热比是常数。

这里用到的完全气体,基本就是热力学中理想气体的概念。不过,在气体动力学中,考虑到流体是具有粘性的,所以又有粘性流体的概念。由于气体的粘性系数很小,例如,当空气温度为 15°C 时,其粘性系数仅为 $1.789 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 。因此,只有在附面层内,流体的粘性力才比较显著,粘性对气体流动的影响才需要考虑进去。在附面层外的气流,因为粘性力很小,与作用在流体上的其它力比较可以略去不计,故可以不考虑气体的粘性。因为这个缘故,引入了无粘性流体(理想流体)的概念。所谓无粘性流体是指粘性系数为零的流体。从物理意义上看,这意味着在流体中不存在切应力。所以气体动力学中的理

想气体是指无粘性气体。

二、焓表示式

在流动过程中,与功和热相关联的能量项是焓,对于化学成分恒定的单相体系来说,焓可以表示为温度和压强的函数:

$$h = f(p, T) \quad (1-4)$$

式中: h ——比焓, J/kg。

当气体性质符合完全气体,则焓差可以表示为:

$$\Delta h = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT \quad (1-5)$$

可以从手册中查到

$$c_p = a + bT + cT^2$$

等类似的经验公式,于是式(1-5)可以积分得出

$$\Delta h = a(T_2 - T_1) + \frac{b}{2}(T_2^2 - T_1^2) + \frac{c}{3}(T_2^3 - T_1^3) \quad (1-6)$$

在应用计算机计算时,以式(1-6)来计算 Δh 较为方便。

当假定在温度 T_1 和 T_2 间定压比热 c_p 为常数时,则式(1-5)变为:

$$\Delta h = c_p(T_2 - T_1) \quad (1-7)$$

式(1-7)对单原子气体是很合适的,对于其它气体, c_p 值随温度 T 有明显的变化,但在一定的温度范围内采用 c_p 的平均值,其误差也不大。

对于水蒸汽,则以查水蒸汽的莫里尔图或水和水蒸汽性质表为准,若应用计算机算题,则可采取一定的办法,请参阅有关文献。

三、等熵过程的状态参数关系式

在叶轮机械的内部流动过程中,热损失一般是小的,常假定其内部过程为绝热。若又不考虑损失,则流动过程可认为等熵,这是一种理想情况。叶轮机械的内部流动,通常是以等熵过程的计算,结合某种效率或损失项来共同确定的。

若气体符合完全气体定律,则等熵过程中可得:

$$\int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T} = R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (1-8)$$

若

$$c_p = a + bT + cT^2$$

则积分后得

$$R \ln \frac{p_2}{p_1} = a \ln \frac{T_2}{T_1} + b(T_2 - T_1) + \frac{c}{2}(T_2^2 - T_1^2) \quad (1-9)$$

式(1-9)适于用计算机进行计算。若在温度 T_1 和 T_2 之间 c_p 为常数,则式(1-8)变成:

$$c_p \ln \frac{T_2}{T_1} = R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (1-10)$$

所以

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (1-11)$$

对完全气体, $\frac{c_p}{R} = \frac{k}{k-1}$ (1-12)

故

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (1-13)$$

此处 k 是等熵过程指数, 对完全气体来说, 即比热比值。

§ 1-2 一元流动基本方程

一、质量守恒定律——连续方程

对一个运动中的微小封闭体系而言, 其质量是守恒的。如用数学方程式来表示, 则为

$$\frac{d}{dt}(\delta m) - \frac{d}{dt}(\rho \delta V) = 0 \quad (1-14)$$

式中 $\rho, \delta V, \delta m$ 分别代表一个微小封闭体系的密度、体积和质量。

如果我们用一元曲线坐标来分析方程 (1-14), 并且把流束的截面积作为坐标的函数, 就有图 1-1 所示的情况。

经过推导整理, 可得一般一元流动的连续方程微分形式

$$\frac{1}{A} \frac{\partial(\rho c A)}{\partial l} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1-15)$$

如果将式(1-15)两端乘以 $A dl$, 则得

$$\frac{\partial(\rho c A)}{\partial l} dl + \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot \delta V = 0 \quad (1-16)$$

我们在上述一元流动中, 取一个长度为 dl 的微小开口体系, 如图 1-2 所示, 则式(1-16)的物理意义可作如下理解: 因为每单位时间通过 aa 面流入这个微小开口体系的流体质量为 $\rho c A$, 通过 bb 面流出的流体质量是

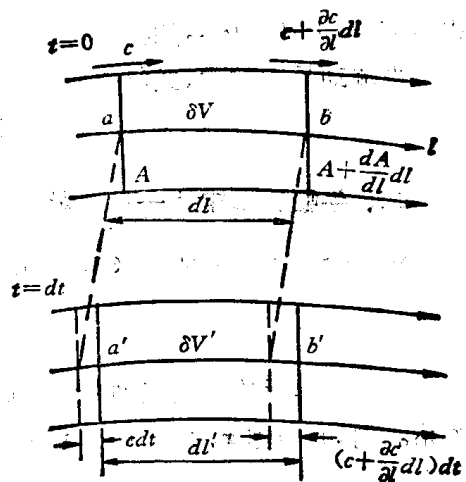


图 1-1 微小封闭体系

$$\rho c A + \frac{\partial(\rho c A)}{\partial l} dl。$$

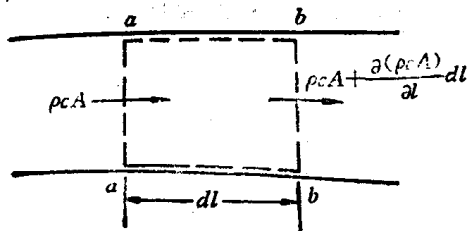


图 1-2 微小开口体系

式(1-16)中第一项即单位时间内流出这个体系的流体质量, 第二项是开口体系内由于密度的当地变化率而在每单位时间内增加的流体质量。所以式(1-16)说明, 在流体的运动中, 如果在开口体系所占的流场中没有地方自外界加入流体(泉)或取

出流体(潭), 则单位时间纯流出体系控制面的流体质量和在控制容积中由于密度的当地变化率而增加的质量之和为零。

若流动是定常的, 则式(1-15)变成

$$\frac{d(\rho c A)}{dl} = 0, \quad \rho c A = \text{常数}$$

即每单位时间通过任一处截面的流量相同。

对一个大的封闭体系, 质量守恒定律可从式(1-14)得出,

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0 \quad (1-17)$$

式中 V 为大封闭体系的体积。

一个大的开口体系的连续方程, 不能从式(1-17)直接得出, 但从微小开口体系的连续方程(1-16)积分得出如下: 在任何瞬时将式(1-16)应用到一个大开口体系的一个微小体积上去, 然后对 l 积分即可得到

$$\int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial(\rho c A)}{\partial l} dl + \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial \rho}{\partial t} A dl = 0$$

或

$$(\rho c A)_2 - (\rho c A)_1 + \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho dV = 0 \quad (1-18)$$

式中 V_c 为大开口体系的控制容积。方程(1-18)的物理意义和方程(1-16)同。

当流动是定常时, 式(1-18)变成

$$(\rho c A)_1 = (\rho c A)_2 = \text{常数}$$

二、牛顿第二定律——动量方程

对一个微小封闭体系来说, 牛顿第二定律具有下列形式

$$F = \delta m \frac{dc}{dt} = \frac{d(\delta m c)}{dt} \quad (1-19)$$

在曲线坐标的一元流动中, 我们常考虑在两个相互垂直方向的外力与动量变化率的关系。例如, 考虑 x, y 两个方向时,

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \delta m \frac{dc_x}{dt} = \frac{d(\delta m c_x)}{dt} \\ F_y &= \delta m \frac{dc_y}{dt} = \frac{d(\delta m c_y)}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

将方程(1-20)应用到图 1-3 所示的一个微小封闭体系上去, 在 x 方向它受到所有外力(包括摩擦力)是

$$\Sigma F_x = \delta m \frac{dc_x}{dt}$$

因为

$$c = f(l, t)$$

$$\frac{dc_x}{dt} = \frac{\partial c_x}{\partial l} \frac{dl}{dt} + \frac{\partial c_x}{\partial t} = c \frac{\partial c_x}{\partial l} + \frac{\partial c_x}{\partial t}$$

所以

$$\Sigma F_x = \rho A dl \left(c \frac{\partial c_x}{\partial l} + \frac{\partial c_x}{\partial t} \right)$$

如果我们将连续方程(1-15)乘以 $c_x A dl$ 得

$$0 = c_x \frac{\partial(\rho c A)}{\partial l} dl + c_x A dl \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

将上述两式相加得

$$\Sigma F_x = \frac{\partial(\rho c A c_x)}{\partial l} dl + \frac{\partial(\rho c_x)}{\partial t} dV \quad (1-21a)$$

同样可得在 y 方向:

$$\Sigma F_y = \frac{\partial(\rho c A c_y)}{\partial l} dl + \frac{\partial(\rho c_y)}{\partial t} dV \quad (1-21b)$$

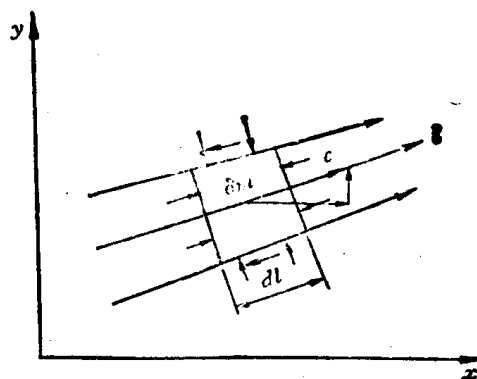


图 1-3 微小封闭体系承受外力

方程(1-21)的物理意义可结合如图 1-2 的微小开口体系来说明: 每单位时间进入控制面 aa 的流体带进的动量在 x 方向为 $\rho A c c_x$, 在 y 方向为 $\rho A c c_y$; 每单位时间流出控制面 bb 的流体带出的动量在 x 方向为 $\rho A c c_x + \frac{\partial(\rho A c c_x)}{\partial l} dl$, 在 y 方向为

$$\rho A c c_y + \frac{\partial(\rho A c c_y)}{\partial l} dl。$$

因此, 方程 (1-21) 右边第一项为在 x 或 y 方向上单位时间内流出流入开口体系的动量差。方程的最后一项是开口体系中在单位时间内由于密度和速度的当地增加率而增加的动量。

因此, 方程(1-21)的物理意义就是: 一个微小开口体系在某方向所受外力之和等于单位时间内流出多于流入体系的在该方向的动量和体系内单位时间中由于密度和速度的当地增加率而在该方向增加的动量之和。

有了方程(1-21)后, 我们就可把结果直接应用到各种流体动力学问题中去。例如我们要得出一个如图 1-4 的大开口体系的动量方程时, 可以将方程(1-21)应用到大开口体系的一个微小体积上然后在任一瞬时将它积分得出, 或根据方程(1-21)的结果推广到大开口体系上去而直接写出:

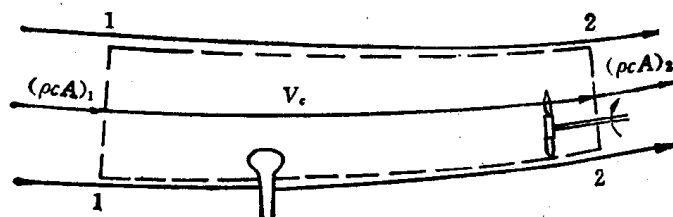


图 1-4 大开口体系

$$\Sigma F_x = \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial(\rho A c c_x)}{\partial l} dl + \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial(\rho c_x)}{\partial t} dV$$

$$\Sigma F_x = \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial(\rho c_x)}{\partial t} dl + \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial(\rho c_x)}{\partial t} dV$$

如果单位时间流过某一截面流体的质量为 G

$$G = \rho c A$$

则上列两式还可写成

$$\Sigma F_x = (G c_x)_2 - (G c_x)_1 + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho c_x dV$$

$$\Sigma F_y = (G c_y)_2 - (G c_y)_1 + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho c_y dV$$

请注意, 式中 ΣF 代表加在这个大开口体系上的所有外力(包括摩擦力在内)。如果开口体系包括有固体(如支架、叶轮、轴等), 它也包括固体被控制面所切的截面上的作用力。

若流动为定常, 则上式简化为

$$\Sigma F_x = G(c_{x2} - c_{x1})$$

$$\Sigma F_y = G(c_{y2} - c_{y1})$$

以上是我们就 x, y 互相垂直两个方向上写出的动量方程。但在某些场合, 需用 l 方向写出的定常流动的动量方程, 如图 1-5 所示, 在流体中取一微小封闭体系, 分析它的受力状况, 则

$$\begin{aligned} (\Sigma F)_l = & \rho A \left(p + \frac{\partial p}{\partial l} dl \right) \left(A + \frac{dA}{dl} dl \right) + \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial l} dl \right) dA_s \sin \alpha \\ & - \tau dA_s \cos \alpha \end{aligned} \quad (1-22)$$

式中 τ 为单位面积阻力, dA_s 为体系的侧面积, α 为侧面边界线与 l 向的夹角。

展开式(1-22)并略去二阶量得

$$(\Sigma F)_l = -A \frac{\partial p}{\partial l} dl - \tau dA_s \cdot \cos \alpha$$

$$\delta m \frac{dc}{dt} = \rho A dl \left(\frac{\partial c}{\partial t} + c \frac{\partial c}{\partial l} \right)$$

根据牛顿第二定律, 得

$$-A \frac{\partial p}{\partial l} dl - \tau dA_s \cos \alpha = \rho A dl \left(\frac{\partial c}{\partial t} + c \frac{\partial c}{\partial l} \right)$$

对理想流体, 或边界不包含附面层时得

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} = \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{c^2}{2} \right) \quad (1-23)$$

若流动又定常, 则

$$\frac{dp}{\rho} + c dc = 0 \quad (1-24)$$

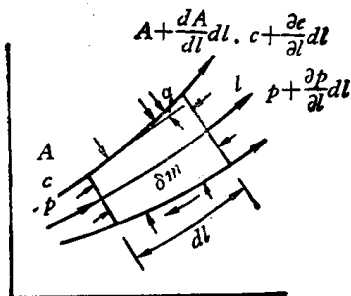


图 1-5 微小封闭体系受力分析

三、热力学第一定律——能量方程

热力学第一定律也首先从封闭体系中得出。例如图 1-6 中所示的一个微小封闭体

系,在一微小时间 δt 内,受到外界传热 δQ 、对外做功 δW 、体系中总内能的增加为 dE , 则热力学第一定律给出这三者的关系如下:

$$\delta Q = dE + \delta W \quad (1-25)$$

在式(1-25)中,体系的总内能是状态的函数,包括了各种形式的内能,如随着温度和压强变化的狭义的(体系内各分子的动能与位能总和的)内能 U 、整个体系的动能和位能、电磁能、化学能等。但是在一般工程流体动力学问题中,我们只考虑前三种形式内能的变化。这样,总内能 E 可以表示为

$$E = U + \delta m \left(\frac{c^2}{2} + gz \right) \quad (1-26)$$

式(1-26)中, z 是体系的高度。

这里请注意,我们将由于地心吸力使物体改变高度所需加入之功,作为物体在高度的位能。如此分析时,在物体的运动中,我们只考虑内能的变化,而不考虑地心引力对物体所作之功。

单位质量封闭体系的总内能为

$$e = u + \frac{c^2}{2} + gz$$

再来看一个流体封闭体系对外界所作之功。为此,我们考虑流管中不包括附面层在内的一元流动。此时,图 1-6 中各截面处的速度都是均匀的,并且圆周表面上也没有摩擦力。因此这个微小流体封闭体系单位时间所作之功为

$$\frac{\delta W}{\delta t} = -pAc + \left[pAc + \frac{\partial(pAc)}{\partial l} dl \right]$$

$$\text{即} \quad \frac{\delta W}{\delta t} = \frac{\partial(pAc)}{\partial l} dl \quad (1-27)$$

将上式中的 pAc 乘以 ρv ,并结合连续方程(1-15)可化成

$$\frac{\partial(pAc)}{\partial l} = \rho A \frac{d(pv)}{dt} - A \frac{\partial p}{\partial t}$$

于是

$$\frac{1}{\delta m} \frac{\delta W}{\delta t} = \frac{d(pv)}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1-28)$$

把(1-28)式代入(1-25)式,可得

$$\frac{\delta Q}{\delta t} = \frac{dE}{dt} + \delta m \left(\frac{d(pv)}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \right)$$

$$\text{或} \quad \frac{1}{\delta m} \frac{\delta Q}{\delta t} = \frac{d(e + pv)}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1-29)$$

式(1-29)给出了一个微小封闭体系在流动中与外界的传热、体系中总内能 e 以及属性 p

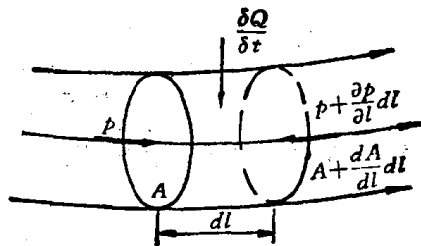


图 1-6 微小封闭体系

和 v 等的变化情况。这是一个非常有用的能量方程。利用热力学中比焓的定义

$$h = u + pv$$

则式(1-29)中 $(e + pv)$ 可写成

$$u + \frac{c^2}{2} + gz + pv \text{ 或 } h + \frac{c^2}{2} + gz$$

在定常流动情况下,我们得出

$$\frac{1}{\delta m} \frac{\delta Q}{\delta t} = \frac{d\left(h + \frac{c^2}{2} + gz\right)}{ds}$$

在定常绝热流动中,

$$\frac{d\left(h + \frac{c^2}{2} + gz\right)}{ds} = \frac{d\left(h + \frac{c^2}{2} + gz\right)}{dl} = 0 \quad (1-30)$$

也就是说, $\left(h + \frac{c^2}{2} + gz\right)$ 在流线上是个固定不变的值。

在一般气体流动问题中,高度的变化很小, gz 的变化远较 $\left(h + \frac{c^2}{2}\right)$ 的变化为小,因之 gz 项的变化可以略去不计。气体的 $\left(h + \frac{c^2}{2}\right)$ 称为滞止焓或总焓,以 h^* 表示。在定常绝热流动中, h^* 在流线上是个不变值。

上面的能量方程是为一个微小封闭体系用的。对于一个大的封闭体系,我们可以将上述各式对体积 V 积分得出。例如对式(1-29)积分,得

$$\sum \frac{\delta Q}{\delta t} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \left(h + \frac{c^2}{2} + gz\right) dV - \int_V \frac{\partial p}{\partial t} dV \quad (1-31)$$

从一个微小封闭体系出发,把热力学第一定律和连续方程结合,可得到适用于开口体系的表达式:

$$\frac{\delta Q}{\delta t} = \frac{\partial [G(e + pv)]}{\partial t} dt + \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} dV \quad (1-32)$$

方程(1-32)可以用图 1-7 所示的一个微小开口体系来说明它的物理意义。式(1-32)亦可写成

$$\frac{\delta Q}{\delta t} = \frac{\partial \left[G \left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right) \right]}{\partial t} dt + \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} dV \quad (1-33)$$

要得到一个大开口体系的能量方程时,可以在任一瞬时将上列方程应用到体系的一个小体积上去,然后对 l 或体积积分(见图 1-8),并考虑到可能有轴功 N 通过边界输出体系,得

$$\begin{aligned} \sum \frac{\delta Q}{\delta t} &= G_2 \left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right)_2 - G_1 \left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right)_1 \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho e dV + N \end{aligned} \quad (1-34)$$

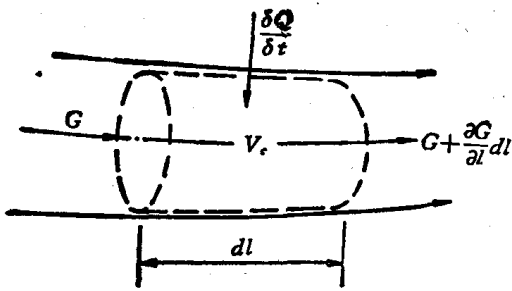


图 1-7 微小开口体系

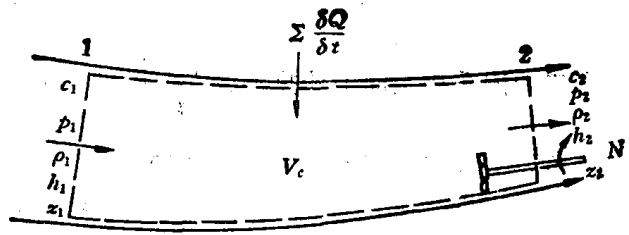


图 1-8 大开口体系

式中 $\sum \frac{\delta Q}{\delta t}$ 代表通过大开口体系的外界给予体系的热量。

如果流动是定常的, $G_1 = G_2 = G$, 式(1-34)简化为

$$\sum \frac{\delta Q}{\delta t} = G \left[\left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right)_2 - \left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right)_1 \right] + N \quad (1-35a)$$

把式(1-35a)除以 G , 忽略 gz 项则得

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} + q = h_2 + \frac{c_2^2}{2} + W \quad (1-35b)$$

式中 q 为单位质量气体从外界吸收的热量, W 则为单位质量气体作的功。式(1-35b)在叶轮机中常称定常流动能量平衡基本方程式。

从式(1-35a)可以看出, 如流动为定常、绝热和无轴功时, 则沿流线 $\left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right)$ 是常数。

四、热力学第二定律

对图 1-6 中所示的一个微小封闭体系, 热力学第二定律可用下式表示

$$dS \geq \frac{1}{T} \delta Q \quad (1-36)$$

或

$$\frac{dS}{dt} \geq \frac{1}{T} \frac{\delta Q}{\delta t}$$

$$\rho c A \frac{\partial s}{\partial l} dl + \rho \frac{\partial s}{\partial t} dV \geq \frac{1}{T} \frac{\delta Q}{\delta t}$$

将连续方程(1-15)乘以 $sAdl$ 得

$$s \frac{\partial(\rho c A)}{\partial l} dl + s \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = 0$$

将上面两式相加后得

$$\frac{\partial(Gs)}{\partial l} dl + \frac{\partial(\rho s)}{\partial t} dV \geq \frac{1}{T} \frac{\delta Q}{\delta t} \quad (1-37)$$

用图 1-7 所示的开口体系看方程(1-37)时, 就可看出每一项相应的物理意义。

经过积分, 我们可以得出适用于一个大开口体系的方程为

$$(G_s)_2 - (G_s)_1 + \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho s dV \geq \sum \left(\frac{1}{T} \frac{\delta Q}{\delta t} \right) \quad (1-38)$$

式中 \bar{T} 为体系控制面上传热率为 $\frac{\delta Q}{\delta t}$ 处流体的温度。

当流动为定常和绝热时,式(1-38)变成

$$s_2 \geq s_1$$

五、动量矩方程

从理论力学中我们知道,对于一个确定的封闭体系,动量矩定律可表述为“在某一瞬时,封闭体系对任一固定轴的动量矩的时间变化率,等于该瞬时作用在该封闭体系上的全部外力对于同一轴的力矩的总和。”

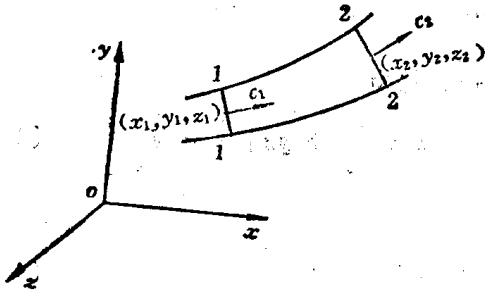


图 1-9 动量矩方程推导用图

为了导出适用于开口体系的动量矩方程,在定常流场中,任意取一个开口体系,如图 1-9 所示,取截面 1-1 和 2-2 并与这两个截面间的流管侧表面组成一个开口体系。

对于此开口体系,可以导出对于 x 轴、 y 轴和 z 轴的动量矩方程分别为:

$$\left. \begin{aligned} \sum M_x &= G[(c_{2z}y_1 - c_{2y}z_2) - (c_{1z}y_1 - c_{1y}z_1)] \\ \sum M_y &= G[(c_{2z}z_2 - c_{2x}x_2) - (c_{1z}z_1 - c_{1x}x_1)] \\ \sum M_z &= G[(c_{2y}x_2 - c_{2x}y_2) - (c_{1y}x_1 - c_{1x}y_1)] \end{aligned} \right\} \quad (1-39a)$$

式中的 $\sum M_x$ 、 $\sum M_y$ 和 $\sum M_z$ 分别表示作用在开口体系上诸外力对 x 轴、 y 轴和 z 轴的力矩之总和。力(动量)矩的正负号规定为,从矩轴的正方向向负方向看去,逆时针方向为正,顺时针方向为负。

方程(1-39a)的物理意义是:作用在开口体系上诸外力对于某轴的力矩的总和,等于单位时间内从这个开口体系流出与流入的气体对该轴的动量矩之差。

在研究叶轮机械中的气体流动问题时,经常采用圆柱坐标系,而且主要应用于旋转轴(z 轴)的动量矩方程。对于圆柱坐标系的 z 轴的动量矩方程,类似于上述的推导,并参照图 1-10,可得为

$$\sum M_z = G(c_{2\theta}r_2 - c_{1\theta}r_1) \quad (1-39b)$$

我们再进一步引伸,如讨论的是叶轮机械叶轮上动叶间流道,则气流对叶轮轴所加的力矩应为一 $\sum M_z$,而 $(-\sum M_z)\omega$ 即输出之轴功 N ,从而

$$N = (-\sum M_z)\omega = G\omega(c_{1\theta}r_1 - c_{2\theta}r_2)$$

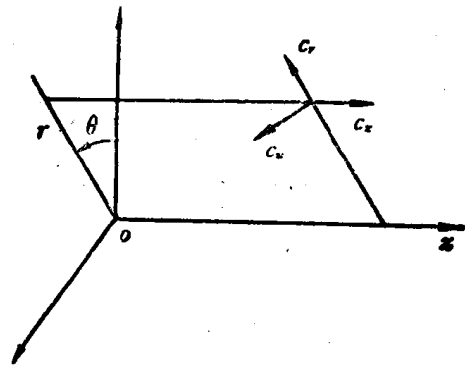


图 1-10

或比功: $w = c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2$ (1-40)

式(1-40)在叶轮机械中称为欧拉方程。

六、转动坐标上的基本方程

叶轮机械中,装有叶片的动叶轮在不断地旋转,受其影响,流道中某点的气流参数将周期性地变化。如果我们把坐标系固结于作等速转动的叶轮机械轴上,并用柱坐标代替直角坐标来确定空间点的位置,这会使分析叶轮机械内的流动问题更清楚和方便。

如果圆柱坐标系是绕 z 轴以一稳定角速度 ω 转动,则可将绝对坐标上的数值转换到转动坐标上来。此时,位置 r 和 z 的数值不会改变。周向绝对坐标的 θ 换成转动坐标中的 φ ,在任一瞬时 t ,存在下列关系

$$\theta = \varphi + \omega t$$

在绝对圆柱坐标中,速度的三个分量为

$$\left. \begin{aligned} c_r &= \frac{dr}{dt} \\ c_u &= r \frac{d\theta}{dt} \\ c_z &= \frac{dz}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1-41)$$

加速度的三个分量为

$$\left. \begin{aligned} a_r &= \frac{dc_r}{dt} - \frac{c_u^2}{r} \\ a_u &= \frac{dc_u}{dt} + \frac{c_r c_u}{r} = \frac{1}{r} \frac{d(c_u r)}{dt} \\ a_z &= \frac{dc_z}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1-42)$$

相对于转动坐标系的速度和加速度(以下简称相对速度和相对加速度)可以写出如下:

相对速度的三个分量为

$$\left. \begin{aligned} \text{相对径向分速 } w_r &= \frac{dr}{dt} \\ \text{相对周向分速 } w_u &= r \frac{d\varphi}{dt} \\ \text{相对轴向分速 } w_z &= \frac{dz}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1-43)$$

相对加速度的三个分量为

$$\left. \begin{aligned} \text{相对径向加速度 } J_r &= \frac{dw_r}{dt} - \frac{w_u^2}{r} \\ \text{相对周向加速度 } J_u &= \frac{dw_u}{dt} + \frac{w_r w_u}{r} \\ \text{相对轴向加速度 } J_z &= \frac{dw_z}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1-44)$$