

量子力学与路径积分

〔美〕R. P. 费曼 A. R. 希布斯 著

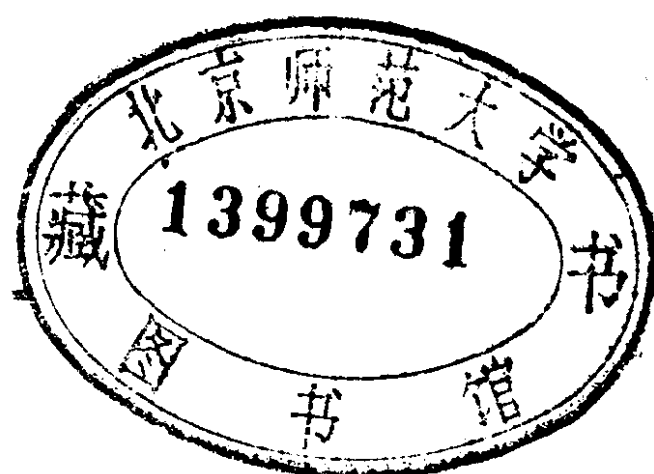
科学出版社

7-11/152/23

量子力学与路径积分

〔美〕 R. P. 费 曼 A. R. 希布斯 著

张邦固 韦秀清 译



科学出版社

1986

内 容 简 介

路径积分首先是由费曼提出和发展起来的。目前路径积分已成为解决弯曲时空的量子场论的非常有效的数学方法。路径积分在规范场、量子力学、量子电动力学、统计物理学等领域中已经应用。

本书在费曼编的讲义基础上由希布斯加以整理而成。主要讨论路径积分的方法及其在量子力学、量子电动力学、统计力学等领域中的应用,例如用于解决势场中的电子散射、各种扰动问题。本书是学习路径积分的一本好教材。

本书可供从事广义相对论、基本粒子、场论、统计物理、应用数学等方面的研究人员和大专院校物理系师生及研究生参考。

R. P. Feynman A. R. Hibbs

QUANTUM MECHANICS AND PATH INTEGRALS

McGraw-Hill, 1965

量子力学与路径积分

【美】R. P. 费 曼 A. R. 希布斯 著

张邦固 韦秀清 译

责任编辑 赵惠芝

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1986 年 12 月 第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1986 年 12 月 第一次印刷 印张: 12 1/2

印数: 0001—3,400 字数: 284,000

统一书号: 13031·3387

本社书号: 5029·13—3

定价: 2.95 元

译 者 的 话

正如著者所说，本书不是学习量子力学的教科书。要学量子力学还是应采用传统的算符方式。但是从学习路径积分来看，它确是一本好教材。虽然用路径积分方法处理一些简单问题不如传统方式简捷，但是，从本书(英文版)问世不久，t'Hooft 就用路径积分方法证明了规范场是可以重整化的，从而显示了路径积分方法的巨大威力。由此，路径积分方法就逐渐成为物理学家必备的工具了。

原书中使用的 Kernel 一词，经常代表粒子从某点运动到某点的几率幅，而在现代许多其他著作（如 Bjorken 和 Drell 的书，李政道的书以及有关文献）中都用 propagator 来表示。因此，在这种意义上，或确切地说，当其只代表费曼图上一根内线时，中文版将 Kernel 译成传播子。

本书第一章和第二章由韦秀清翻译，其余由张邦固翻译。

张邦固 韦秀清

1984年7月13日

前 言

R. P. 费曼在普林斯顿讲授的研究生课程中,第一次阐述了路径积分方法用于量子力学所依据的基本物理概念和基本数学概念,然而更全面发展的概念(例如,在本书中所描述过的那些概念)是以后几年才形成的。这些早期工作涉及电子的自能为无限大的问题。在研究这个问题时,费曼发现了一种最小作用量原理,其中使用了半超前势和半滞后势。此原理能成功地解决经典电动力学中所出现的无限大问题。

于是,这个问题变成了把这个作用量原理以一定方式应用于量子力学,使得当 $\hbar$ 趋近于零时,经典力学可以自然地成为量子力学的特殊情况。

费曼曾想寻找某种方案,以便预先建立量子力学性质与拉氏量(或特别是,由拉氏量的不定积分定义的哈密顿作用量函数 S) 等经典概念之间的联系。在与某一欧洲访问学者会谈中,费曼获悉,狄拉克在一篇文章中曾提出, $i\epsilon$ 乘以拉氏量之积的指数函数与量子力学波函数的变换函数相似,其相似之点是:某一时刻的波函数乘以这个指数函数可以与下一时刻(相隔时间 ϵ 以后)的波函数联系起来。

以后出现的问题是,狄拉克使用“相似”一词的含意究竟是什么?于是费曼决定要查明,它是否能用“相等”一词来代替。简短的分析表明,这个指数函数确实可以直接按上述方法应用。

然后,进一步分析导致把拉氏量的时间积分 S (本书中称为作用量) 的指数用作有限时间间隔的变换函数。但应用这个函数时,必须在每一时刻完成对全部空间变量的积分。

费曼在准备描述这一概念的一篇论文¹⁾中,把“对全部路径积分”这一概念发展成既能描述、又能计算所需要的对空间坐标积分的方法。这时,已经发展了应用路径积分的一些数学方法,并且完成了一些特殊的应用,虽然这一时期工作的主要方向是量子电动力学。实际上,路径积分当时没有提供以后也未提供一个可以避免量子电动力学中的发散困难的令人满意的方法;但已经发现,对于解决这一领域中的其他问题,它是很有用的。具体说,它提供了量子电动力学中各个定律的表达形式,其中相对论不变性质是明显的。另外,还找到了它对量子力学其他问题的一些有价值的应用。

在发现兰姆位移及其理论解释的困难(即不用人为的方法显然无法摆脱的积分发散)之后不久,把路径积分应用于这种难以处理的量子力学问题,就成为早期最突出的应用。路径积分以合乎逻辑的前后一致的方式提供了一个处理这种棘手的无穷大问题的方法。

在加利福尼亚工学院,有几年把路径积分用作教授量子力学的技术方法。在此期间,费曼的学生希布斯(A.R. Hibbs)整理了一些笔记,以便把用路径积分探讨量子力学的讲义编成一本书。

在以后几年中,当精心整理本书时,费曼博士的讲义和本书又吸收了其他一些内容,如统计力学和变分原理。与此同时,费曼博士教授量子力学的内容比初始的路径积分方法又有所发展。现在,对于解决更一般的量子力学问题,算符技术显然既深刻又更有力。然而,路径积分方法为量子力学特性提供了直观的理解,这对于直观理解量子力学定律极有价

1) R. P. 费曼 Space-Time Approach to Non-relativistic Quantum Mechanics, *Rev. Mod. Phys.*, 20, p. 367(1948).

值。因此,在那些路径积分方法特别有效的量子力学领域中,本书叙述了其中大部分内容。本书为物理专业的学生提供了掌握量子力学基本原理的方法,以便他们在理论物理广阔的领域内更有效地解决各种难题。

R. P. 费 曼 A. R. 希布斯

目 录

第一章 量子力学的基本概念.....	1
1-1 量子力学中的几率	1
1-2 测不准原理	9
1-3 干涉选择	13
1-4 几率概念的小结	19
1-5 一些遗留问题	22
1-6 本书的目的	24
第二章 量子力学的运动规律.....	26
2-1 经典作用量	26
2-2 量子力学的几率幅	28
2-3 经典极限	29
2-4 对路径求和	31
2-5 相继发生的事件	37
2-6 一些说明	40
第三章 用一些特例阐述概念.....	41
3-1 自由粒子	41
3-2 通过狭缝的衍射	46
3-3 锐边狭缝的结果	55
3-4 波函数	57
3-5 高斯型积分	59
3-6 势场中的运动	63
3-7 多变量系统	66
3-8 可分离系统	68
3-9 作为泛函的路径积分	70
3-10 粒子与谐振子的相互作用	71

3-11	用傅里叶级数对路径积分求值	74
第四章	量子力学的薛定谔描述	77
4-1	薛定谔方程	78
4-2	与时间无关的哈密顿量	86
4-3	自由粒子波函数的归一化	92
第五章	测量与算符	100
5-1	动量表象	100
5-2	量子力学变量的测量	111
5-3	算符	118
第六章	量子力学中的微扰方法	124
6-1	微扰展开	124
6-2	K_V 的积分方程	130
6-3	波函数展开	133
6-4	电子散射	134
6-5	与时间有关的微扰及跃迁几率幅	149
第七章	跃迁元	171
7-1	跃迁元的定义	171
7-2	泛函导数	178
7-3	某些特殊泛函的跃迁元	183
7-4	二次型作用量的一般结果	192
7-5	跃迁元与算符记号	194
7-6	矢量势的微扰级数	201
7-7	哈密顿量	205
第八章	谐振子	210
8-1	简单谐振子	211
8-2	多原子分子	216
8-3	简正坐标	222
8-4	一维晶体	226
8-5	连续近似	233
8-6	原子线的量子力学	237

8-7	三维晶体	239
8-8	量子场论	245
8-9	受迫谐振子	248
第九章	量子电动力学	253
9-1	经典电动力学	254
9-2	辐射场的量子力学	261
9-3	基态	263
9-4	场与物质的相互作用	266
9-5	辐射场中的单电子	273
9-6	兰姆位移	276
9-7	光的发射	281
9-8	小结	283
第十章	统计力学	288
10-1	配分函数	289
10-2	计算路径积分	294
10-3	量子力学效应	301
10-4	多变量系统	309
10-5	关于推导方法的若干说明	318
第十一章	变分法	322
11-1	极小值原理	322
11-2	变分法的应用	326
11-3	标准变分原理	331
11-4	极性晶体中的慢电子	334
第十二章	有关几率的其他问题	347
12-1	随机脉冲	347
12-2	特征函数	350
12-3	噪声	352
12-4	高斯噪声	358
12-5	噪声谱	361
12-6	布朗运动	364

12-7 量子力学	368
12-8 影响泛函	372
12-9 谐振子的影响泛函	382
12-10 结论	387
附录 一些有用的定积分.....	389

第一章 量子力学的基本概念

1-1 量子力学中的几率

大约从二十世纪初开始,实验物理学积累了大量引人注目的种种奇怪现象,这些表明经典物理学已不够用了.为新现象寻找理论结构的工作一开始就引起了混乱,即光和电子有时表现得象波,有时又象粒子.在1926年至1927年间,这种表观矛盾由称为量子力学的理论圆满地解决了.该新理论表明,有些实验的精确结果根本不可预言,在这些情况下,我们只好满足于计算出各种结果的几率;但更为重要的发现是,量子力学的几率叠加定律在本性上不同于拉普拉斯经典几率理论的叠加定律.当实验所涉及的对象尺寸增大时,物理世界的量子力学定律与拉普拉斯定律十分相近.因此,惯用的几率定律用来分析轮盘赌令人十分满意,但它却不能分析单个电子或光子的行为.

一个假想的实验 几率的概念在量子力学中并无改变.当我们说一个实验的某一结果的几率为 p 时,我们是就传统意义讲的,即如果这个实验重复多次,那么我们可以期望得到这一结果的次数占实验总次数的比例大致为 p .我们不再更详细地分析和定义几率概念了,因为它与经典统计力学中所用的概念是一致的.

所要改变的,并且从根本上要改变的是量子力学计算几率的方法.在处理原子尺度的对象时,这种改变的效果最大.为此,我们将描述单个电子在某些假想的实验中可以预期的结果来说明量子力学定律.

一个假想的实验如图 1-1 所示。 A 处有个电子源 S 。 S 处的所有电子以相同的能量向各个方向射出, 撞击在屏 B 上。 屏 B 上有 1 和 2 两个孔, 电子可以通过它们。 最后, 在 B 之后的屏 C 处放置一台电子探测器, 该探测器可放在距屏中心为任意距离的 x 处。

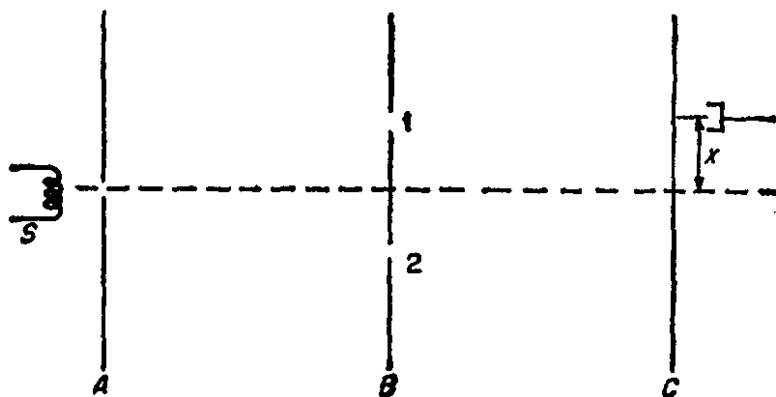


图 1-1 实验装置。 A 处射出的电子前进到屏 C 处的探测器, 其间插入一个带有两个孔的屏 B 。 对于到达的每一个电子, 探测器记录下一个计数; 当探测器距屏的中心为 x 时, 测量电子到达的比例, 并以 x 进行标定, 如图 1-2 所示

如果探测器极其灵敏(如盖革计数器), 将会发现, 到达 x 的电流不是连续的, 而是相当于一阵粒子雨。 若源 S 的强度很弱, 探测器会记录下代表个别粒子到达的一些脉冲, 脉冲间的时间间隔中没有粒子到达。 正因为这个原因, 我们说电子是粒子。 如果将几个探测器同时分布在屏 C 上, 并且源 S 很弱, 那么只有一个探测器响应, 片刻后, 另一探测器才会记下另一个电子的到达, 如此继续下去。 探测器决不会有半个响应, 也就是, 或者一个完整的电子到达, 或者什么也没有。 并且两个探测器也决不会同时响应(除非电子源在探测器的分辨时间内恰好射出两个电子, 而进一步削弱源强, 可降低这种巧合的几率)。 换句话说, 图 1-1 中的探测器记下单个微粒从源 S 经屏 B 上的孔再到达 x 点的经历。

这个特殊的实验从未有人这样做过。 在下面的论述中,

我们根据一些定律来阐述所得的结论，这些定律适用于人们已经做过的每个这种类型的实验。人们曾用一些实验直接来说明这里将要作出的结论，但这些实验一般较为复杂。出于教学的原因，我们最好选择原理最简单的实验，而不考虑实际做这些实验的种种困难。

顺便说一句，如果愿意，在这实验中用光代替电子亦可说明同样的论点。源 S 可以是一束单色光，灵敏探测器则为一个光电盒或最好是一个光电倍增管，它们记录下的每一个脉冲都代表单个光子的到达。

我们所要做的是，对不同位置 x 处的探测器，测量每秒钟脉冲的平均数，换句话说，要把实验上确定电子从 S 到达 x 的相对几率 P 作为 x 的函数。

几率 P 作为 x 函数的图象是一复杂的曲线，定性地画在图 1-2(a) 中。它有几个极大值和极小值，屏中心附近的一些地方几乎没有电子到达。发现控制这条曲线结构的定律是个物理问题。

首先我们可假定(因为电子表现为粒子):

I. 从 S 到 x 的每个电子必须或者经过孔 1 或者经过孔 2. 作为 I 的推论,我们期望有

II. 到达 x 的几率应是两部分之和,即通过孔 1 到达 x 的几率 P_1 加上通过孔 2 到达 x 的几率 P_2 .

我们可以用直接的实验来判断这一点是否对。每个组分的几率是易于测定的。只要遮住孔 2, 让电子只从孔 1 通过, 就得到电子通过孔 1 到达 x 的几率 P_1 , 这个结果由图 1-2(b) 给出。同样, 遮住孔 1, 我们得到通过孔 2 到达 x 的几率 P_2 [图 1-2(c)]。

它们的和 [图 1-2(d)] 与曲线 (a) 显然不一致。因此, 实验明确表明, $P \neq P_1 + P_2$, 或者说, II 是错误的。

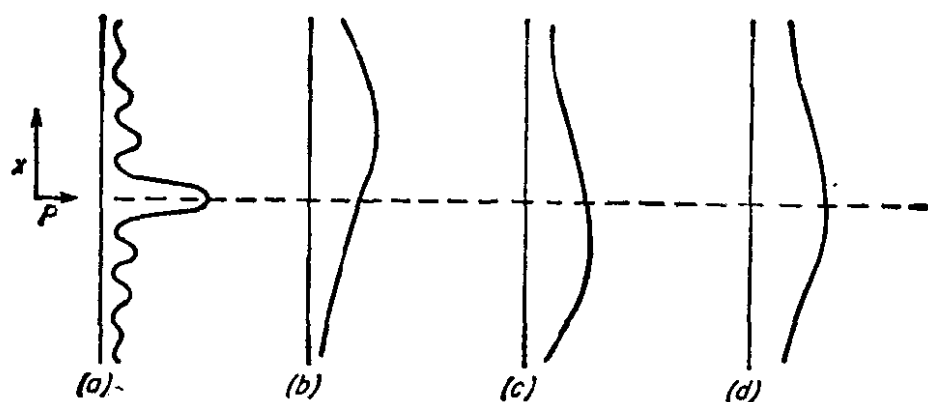


图 1-2 实验结果。电子到达 x 的几率是相对探测器位置 x 画出的。图 1-1 的实验结果画在 (a)；若仅 1 孔开启，则电子仅能通过孔 1，其结果为 (b)；若仅孔 2 开启，则为 (c)。如果我们设想每个电子恰好通过这个孔或那个孔，则当两孔都开启时，预期应得到曲线 (d) = (b) + (c)。这与实际所得的曲线 (a) 完全不同

几率幅 两孔都开启时，电子到达 x 的几率并不是单独开启孔 1 的几率与单独开启孔 2 的几率之和。

实际上，复杂曲线 $P(x)$ 是我们熟悉的，因为它恰好是发自 S 的波穿过两个孔撞击在屏 C 上(图 1-3)所得到的干涉图形的强度分布。表达波幅的最简单的办法是用复数。定义 $P(x)$ 是某一复量 $\phi(x)$ 的绝对值平方(如果考虑电子自旋，该复量为超复量)，而 $\phi(x)$ 为到达 x 的几率幅，我们就能够从数学上阐述 $P(x)$ 的正确规律。并且 $\phi(x)$ 是两个贡献之和： ϕ_1 (通过孔 1 到达的几率幅)加 ϕ_2 (通过孔 2 到达的几率幅)。也就是说，

III. 存在复数 ϕ_1 、 ϕ_2 ，使得

$$P = |\phi|^2, \quad (1-1)$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2, \quad (1-2)$$

$$P_1 = |\phi_1|^2, \quad P_2 = |\phi_2|^2. \quad (1-3)$$

在以后的章节里，我们将详细讨论 ϕ_1 和 ϕ_2 的实际计算。这里我们仅设 ϕ_1 是可以计算的，它表示波从源通过孔 1 再传

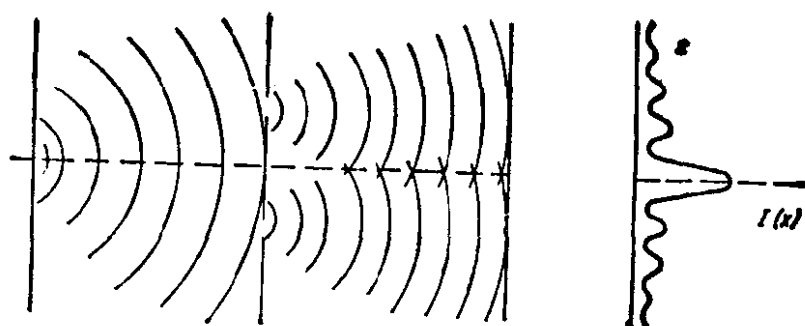


图 1-3 波动干涉中的一个模拟实验. 图 1-2(a) 中的复杂曲线 $P(x)$ 与从 S 出发穿过孔而可能到达 x 的波的强度 $I(x)$ 相同. 在某些 x 点, 发自孔 1 和孔 2 的波干涉相消 (即发自孔 1 的波峰与发自孔 2 的波谷同时到达); 在另一些点, 干涉相长. 由此产生出曲线 $I(x)$ 的复杂的极大值和极小值

播到 x 的波动方程的一个解. 这反映了电子 (或者在光的情况下为光子) 的波动性质.

总之, 我们计算出能到达 x 处探测器的波强度 (即几率幅的绝对值平方), 然后将此强度解释为粒子到达 x 的几率.

逻辑上的一些困难 值得注意的是, 同时使用波的概念和粒子的概念并不产生矛盾. 只有对这实验情况允许我们作出什么样的说明进行十分仔细的考虑, 才能做到这一点.

为了更详细地讨论这一点, 首先考虑观测结果中出现的一种情况, 新的几率合成规律 III 一般地意味着 $P = P_1 + P_2$ 是不对的. 我们必定得出结论: 当两个孔同时开启时, 粒子通过这个孔或那个孔的说法是不对的. 因为如果粒子必须通过这个孔或那个孔, 我们就能将到达 x 的粒子分成不相干的两类, 即经孔 1 和经孔 2 到达 x 的粒子; 并且到达 x 的次数 P 一定是粒子经过孔 1 的次数 P_1 与经过孔 2 的次数 P_2 之和.

为了摆脱这惊人的结论所导致的逻辑上的困难, 我们可以试一试各种办法. 例如, 设想电子也许在一条复杂的轨道上运动, 先通过孔 1, 然后回头穿过孔 2, 最后以某种复杂的方式穿过孔 1; 或许电子以某种方式散开, 部分地通过两个

孔，以致最终产生干涉结果 III；或许由于遮住孔 2 有可能影响孔 1 附近的电子运动，从而电子穿过孔 1 的几率没有被正确地确定，人们也曾用了许多这类经典力学模型试图解释这个结果，当我们使用光子时（在这种情况下，规律 III 同样适用），可以使两个干涉路径 1 和 2 在空间上相距几个厘米，因此，这两个交叉的轨道几乎肯定是独立的。下面的实验证明，实际情况将比开始所设想的具有更深远的意义。

观察的影响 我们已经从逻辑基础上得出结论：既然 $P \cong P_1 + P_2$ ，那么根据电子或者通过孔 1 或者通过孔 2 这一简单假设来分析电子的运动是不正确的。可是，极容易设计一个实验直接来验证我们的结论，只要在孔的后面放一个光源，就可观看电子通过哪一个孔（见图 1-4）。由于电子散射光，因此，如果光在孔 1 后面被散射，我们就可以断定某个电子通过了孔 1；若光在孔 2 附近被散射，则电子通过了孔 2。

这个实验结果明确表示，电子确实或者通过孔 1 或者通过孔 2。即对于每个到达屏 C 的电子（假定光足够强，我们不会察觉不到），光或者在孔 1 后面或者在孔 2 后面被散射，并且决不会（若光源 S 很弱）在两处同时被散射。（一个更精细的实验甚至能表明，通过两孔的电荷或者是通过这个孔的或者是通过那个孔的。并且在所有情况下，都是以一个电子的完整电荷出现的，决不会是它的部分电荷。）

现在看来，我们得出了一个佯谬。假设将两个实验联合起来察看电子通过了哪个孔，并同时测量电子到达 x 的几率，然后对于每个到达 x 的电子，我们可以从实验上来说明电子是否通过了孔 1 或孔 2。首先，我们要证实 P_1 由曲线 (b) 给出，因为如果我们选择到达 x 的电子只是通过孔 1（根据那里的光被散射）的电子，则我们发现，它们的分布确似曲线 (b)。（孔 2 不论是遮住还是开启，均可得到这个结果，因此可证实，