PHYSICS

中国科学技术大学
物理辅导班 主编
白贵儒 郭光灿 审校

美国物理试题与解答

3

光学

中国科学技术大学出版社

美国物理试题与解答

第三卷　光学

中国科学技术大学物理辅导班　主编

白贵儒　郭光灿　审校

中国科学技术大学出版社

1986·合肥

内 容 提 要

.《美国物理试题与解答》丛书按学科范畴分为七卷。该丛书收集了美国加利福尼亚大学伯克利分校、纽约州立大学布法罗分校、芝加哥大学、哥伦比亚大学、麻省理工学院、普林斯顿大学和威斯康星大学的研究生入学试题，以及丁肇中博士招收的高能实验物理博士研究生试题2550道，同时收集了1980—1985年中国赴美物理硕士、博士入学资格考试（CUSPEA）物理试题100道，并逐一作了解答。这些试题面广义新，思路灵活，所用的数学工具虽不繁难，但却十分注重物理思想和实际应用，其方法和结论往往较为简单和实用。在一定程度上反映了美国物理教学的精华，对我国的物理教学也有借鉴和启迪作用。

本卷收集光学试题160道。可供我国大学物理系师生使用，对于准备攻读硕士、博士学位的研究生和留学生，更是一本难得的参考书，对于中学物理教师的进修，也有一定的参考价值。

美国物理试题与解答
第三卷 光 学
中国科学技术大学物理辅导班 主编
白贵儒 郭光灿 审校
责任编辑：李华友 封面设计：何燕明
*
中国科学技术大学出版社出版
（安徽省合肥市金寨路24号）
中国科学技术大学印刷厂印刷
安徽省新华书店发行 各地新华书店经售
*
开本：787×1092 /32 印张：6.375 字数：142千
1986年6月第一版 1987年3月第二次印刷
印数：4201—14200册
ISBN 7-312-00030-4/O·3 统一书号：13474·3 定价：1.15元

JF57/

序

这套习题集，是从美国各大学物理系的教学及考试材料中筛选而来的。编辑它的目的是为了给从事物理教学的老师以及学习物理的学生提供一份较完整的美国物理习题素材。所谓完整，有两方面的含义：一是包含基础物理的各门课程的习题；一是较全面地整理了美国物理教学的用题。因此，这套集子可以直接用于教学，也可以用来研究美国的物理教学内容更新的趋势。无疑，这两种功效，都有助于我们的物理教学跟上物理前沿的发展。

在各种科学著作中，习题集的地位可能是“最低”的了。因为，它不是教科书，不是论文集，更不是专著。几乎没有因编习题集而出名的作者。这本习题集的原始材料尽管来自美国，但编辑、整理、作解答等工作仍是十分繁重的。中国科学技术大学许多物理教师为此付出了大量的劳动。这些劳动苦而无“名”，但却是很有价值的。

作习题是学习过程中的一环，对于学习数学、物理来说，更是必不可少的一环。许多科学大师都曾津津乐道于他们早年在习题中的受益。虽然作习题本身不是科学研究，但它对研究能力的养成，却有重要作用。索末菲曾写信给他的学生海森堡，告诫他：

要勤奋地去做练习，只有这样，你才会发现，哪些你理解了，哪些你还没有理解。

杨振宁也曾如下回忆他的大学学习：

西南联大教学风气是非常认真的，我们那时所念的课，一般老师准备得很好，学生习题做得很多。

的确，“勤奋地去做练习”、“习题做得很多”，往往是达到成功的一个阶梯。正是由于这一点，许多教师愿意将自己的精力和心血用在这似乎是“最低”的工作上。

第一个教师节刚刚过去。我想，对于一题一题地编辑和整理的教师来说，他们所在意的不是目前的“最低”或“最高”，只要用过这本习题集的学生，以后也有类似于上述那样的回忆，那么，编辑习题的劳动，就算有了最大的慰籍。

方励之

1985年9年18日

前　言

习题是锻炼思维的体操，而试题又往往是习题中的精粹。解答物理题是物理课程学习中必要而又重要的环节。

这套“美国物理试题与解答”是一部丛书，分七卷。各卷名称及审校人如下：第一卷，力学（强元棨、顾恩普、程稼夫、李泽华、杨德田）；第二卷，电磁学（赵叔平、尤峻汉、朱俊杰）；第三卷，光学（白贵儒、郭光灿）；第四卷，原子物理学、核与粒子物理学（杨保忠、金怀诚）；第五卷，热力学与统计物理学（郑久仁）；第六卷，量子力学（张永德、范洪义、朱栋培）；第七卷，固体物理学与综合题（张家铝、周又元、章世玲）．它们大致包括了大学物理课程的全部内容。

丛书从美国七所大学近十年来研究生入学试题以及各类试题共3100道中，筛选了2550道，除个别题外均给予了解答。试题来源及其代号是：哥伦比亚大学（Col）；加利福尼亚大学伯克利分校（Ber)；麻省理工学院（MIT)；威斯康星大学(Wis)；芝加哥大学(Chi)；普林斯顿大学(Pri)；纽约州立大学布法罗分校（Buf)；中美联合招收赴美攻读物理博士生考试试题（CUSPEA)；丁肇中招收实验高能物理博士生试题（CCT）。

一般地说，美国的物理试题，涉及的数学并不繁难，但却或多或少具有以下三方面的特色：内容新颖，富于“当代感”；思路灵活，涉及面宽阔；方法和结论往往简单而实用。一些题分别涉及了不少新兴课题和边沿交叉区域，也有

不少题是拟题者直接从科研工作中摘取的；再有不少题本身似乎显得粗糙，但却抓住了物理本质，显得“物理味”很足。纵观这些，我们深切地感到，这些题目的集合在一定程度上体现了美国科学文化的个性及其思维方式上的特色。

唯其如此，我们认为，不惮繁重，集近百人的努力，将它们收集后一一解答是值得的。它们也许会对我国大学和研究生物理学科的教学和赴美考试起到一定的参考作用，对推动我国大学物理教学更新起到一点促进作用。

参加这套丛书解题的确切人数难以统计，其中主要的共70余人，参加各卷审校的共19名。为向读者负责，每道题后均注明了解题人的姓名。

编审中，我们仅仅删去了部份很常见、很平淡的题以及一些没有什么意义的题（后者比如，纽约年平均气温是多少等等）。同时，为了节省篇幅，不得不放弃了英文原题。

由于丛书篇幅大、涉及面广、参加解答和审校的人多、工作时间短，加之我们水平有限，因此，错误或不当之处在所难免，请读者批评指正。

本卷收集试题160道，其中第一篇几何光学41题，第二篇波动光学89题，第三篇量子光学（包括部分光学综合题）30题。试题尽量按国内光学教程的一般顺序归类编排。

本卷试题所涉及的内容，其广度包含于我国大学的光学教材之内，其深度也大致适合理科大学的教学要求。部分试题吸收了光学领域中某些研究新成果(如新型的激光器等)，这部分内容超出了国内普通物理的教学范围，但它对开阔学生的思路，增强其运用基础知识的能力颇有益处。

承担本卷解题任务的主要有石德秀、姚焜、吕洪君、陈向力、顾春、韩文海、吴志强等。

编审者谨识　　　　1985年11月20日

目　　录

第一篇　几何光学

1001（CCT，1983）

形成彩虹的原因是：a）大气中的水滴引起太阳光折射；b）云引起太阳光折射；c）阳光在人眼中发生折射。

解：答案为 a）。　　　　　　　　　　　　（石德秀）

1002（Wis，1975）

如图 1.1 所示，一条水平光线通过折射率为1.50，顶角为 4° 的棱镜后射在一个竖立的平面镜上，欲使反射的光线变成水平方向，则必须将平面镜转过多大的角度？

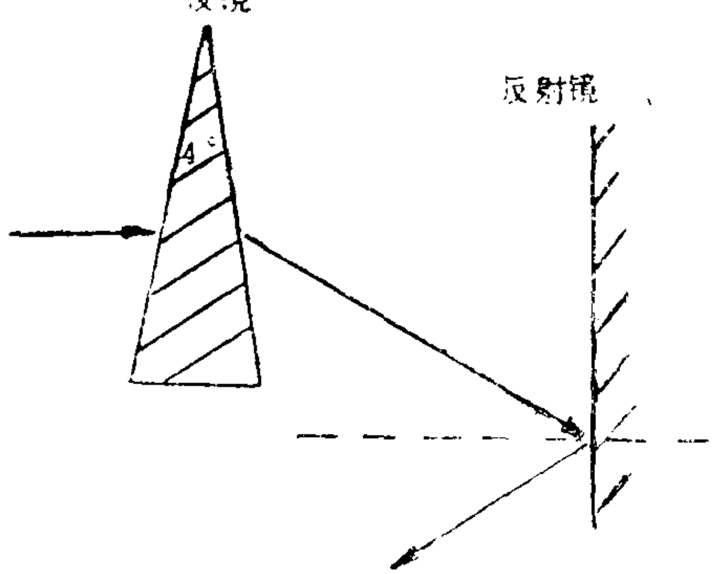

图 1.1

解：棱镜顶角 $\alpha=4°$ 较小，偏转角 δ 约为

$$\delta=(n-1)\alpha=(1.50-1)\times 4°=2°$$

由图 1-2 可见，要使反射光变成水平方向，必须将镜子转

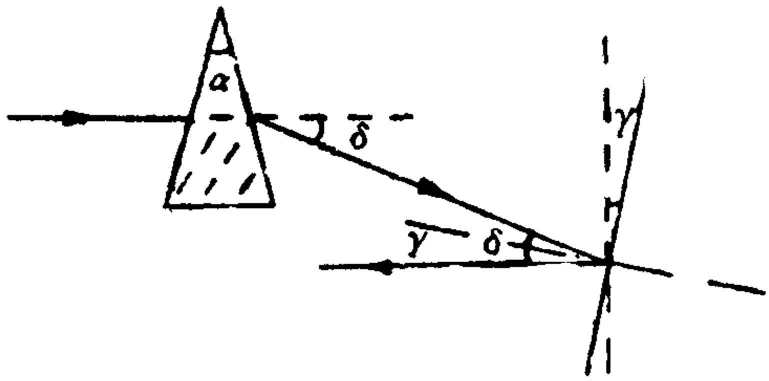

图 1.2

γ 角，其中

$$\gamma=\frac{\delta}{2}=1^\circ.$$ （顾　春）

1003（Wis，1970）

如图 1.3 所示，一细光束入射在 30°、60°、90° 棱镜上，棱镜折射率 $n=2.1$。试证明全部光束不是从直角面射出，就是沿入射路线原路返回。

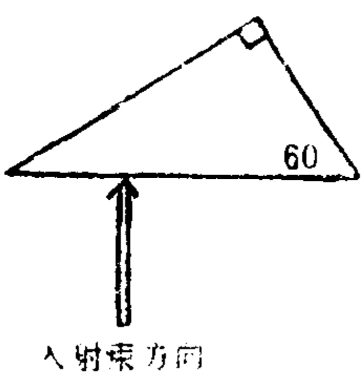

图 1.3

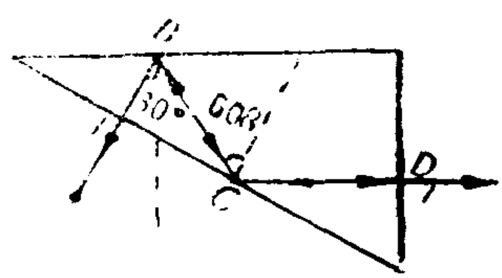

图 1.4

解： 从图 1.4 所示，光线正入射进入棱镜，在 B 点的入射角为 30°，在 C 点的入射角 60°，它们均大于棱镜的全反射角

$$\theta_c=\sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)=28^\circ 26'.$$

故连续全反射后垂直射向侧面。所以全部光束不是从直角面

射出，就是沿入射路线原路返回。

（吕洪君）

1004（Wis，1976）

一个玻璃立方体的折射率为1.5，一束光倾斜地射入顶面，然后射向立方体边缘，问是否有光从边缘射出，为什么？

解：无光从边缘射出。因为光线在立方体边缘面上发生全反射，设入射角为 i_1，折射角为 i_1'，射向边缘时入射角为 i_2，从折射定律 $\sin i_1 = n\sin i_1'$，几何关系 $i_1' + i_2 = 90°$，可得

$$\sin i_1 = n\cos i_2 \rightarrow i_2 = \cos^{-1}\left(\frac{\sin i_1}{n}\right).$$

在边缘上的最小入射角对应 $i_1 = 90°$ 时的值为

$$i_2 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{1.5}\right) = 48°10'.$$

显然大于玻璃全反射角 $i_2 = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = 42°$，故一定发生全反射。

（姚　焜）

1005（Wis，1981）

横截面为矩形的玻璃棒被弯成如图1.5的形状，一束平行光垂直地射入平表面 A 上，试确定通过表面 A 进入的光全部从表面 B 射出的 R/d 的最小值，玻璃的折射率为1.5。

解：如图1.6从 A 内侧入射的光线与内圆相切，它入射到外圆面的入射角为最小，设入射角为 α，并且反射光线与内

圆相切，其余光线由反射定律和几何定理知光线在圆面上一旦发生全反射后将连续发生全反射，并且不与内侧圆相交。

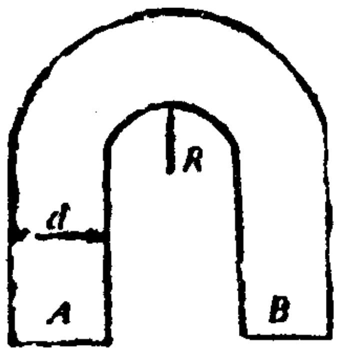

图 1.5

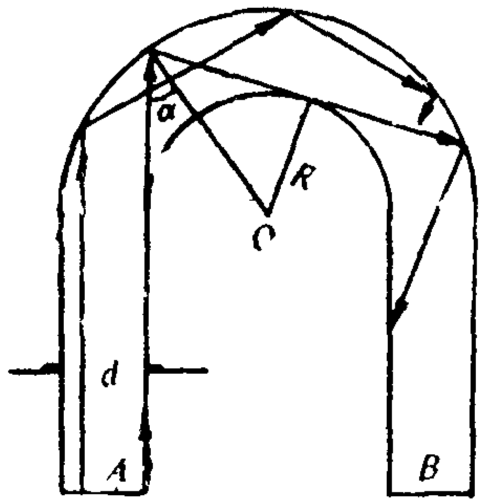

图 1.6

所以，只要 α 角大于或等于全反射角，则入射光线可全部由 B 端射出而没有光线从其他地方透出。则 $\sin\alpha \geqslant \frac{1}{n}$，

而 $\sin\alpha = \frac{R}{R+d}$，所以

$$\frac{R}{R+d} \geqslant \frac{1}{n}，解之得：\frac{R}{d} \geqslant \frac{1}{n-1}\,.$$

则 $$\left(\frac{R}{d}\right)_{min} = \frac{1}{n-1} = \frac{1}{1.5-1} = 2.$$ （姚 焜）

1006（Wis，1971）

透过焦距为 30 英尺的会聚透镜观察在 Mendota 湖水面下 4 英尺的一条小鱼（如图 1.7），若透镜位于水面上方 2 英尺，观察者看到的鱼位于何处？（假设鱼位于透镜光轴上，$n_{空气}=1$，$n_{水}=1.33$）。

解：在空气中看水下一点 P，其深度比实际要浅些。即

所看到的 p 点好象在 p' 处，如图 1.8 所示。

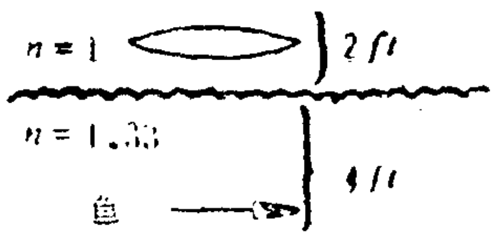

图 1.7

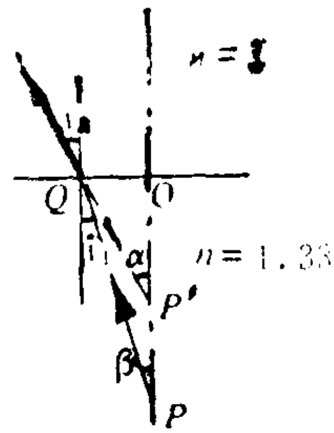

图 1.8

由 p 发出的近轴光在水面折射；由折射定律得

$1.33\sin i_1=\sin i_2$，i_1，i_2 很小，近似得

$$1.33 i_1 = i_2 \tag{1}$$

又
$$i_2=\alpha\approx\frac{\overline{OQ}}{\overline{OP'}},\quad i_1=\beta\approx\frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}}.$$

代入（1）式可得

$$\overline{OP'}=\frac{1}{1.33}\cdot\overline{OP}=3\text{（英尺）}.$$

设鱼的距离为 u，则

$$u=2+\overline{OP'}=5\text{（英尺）}.$$

由 $\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$，代入已知数，解得

$$v=-6\text{（英尺）}.$$

即所成的象（虚象）仍在原处，也就是水下 4 英尺的地方。

（顾　春）

1007（Chi，1979）

用掺杂的办法增加玻璃的折射率，因而作一个等厚变折

射率的透镜是可能的。给你一半径为 a 厚为 d 的圆盘（如图1.9），求一折射率的径向函数 $n(r)$，使之等效于焦距是 F 的透镜，你可以假设是薄透镜，即 $d \ll a$。

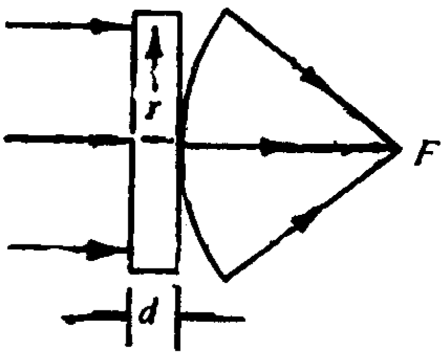

图1.9

解： 设折射率的径向变化用 $n(r)$ 表示，未掺杂的折射率用 n_0 表示，又有 $n(0)=n_0$ 为本底折射率。透镜将入射平面波变为球面波故有关系

$$[n(r)-n_0]d = F - \sqrt{F^2+r^2}$$

其中 $n(r)$ 为距中心 r 处的折射率。 则 $n(r)=n_0+\frac{1}{d}[\sqrt{F^2+r^2}-F]$. 当 $F \gg r$, 近似有 $n(r)=n_0+\frac{1}{2}\ \frac{r^2}{dF}$.

（李永平）

1008（Ber，1979）

空气的折射率在温度为 300K一个大气压下时对于可见光中心波长为 1.0003。设大气层是等温的。密度系数为多少时，地球表面大气较密而能使得光线沿海平面弧度弯曲。（在无云的天空中，理论上可以整夜看到落日，其形状被剧烈地沿垂直方向压缩。）设折射率 n 的性质为 $n-1$ 正比于大气密度。等温大气层 $1/e$ 高度为 8700m。（提示：考虑应用费马原理。）

解： 根据题意 $n-1$ 正比于大气密度，设

$$n(r)-1=\rho e^{-\frac{r-R}{8700}}.$$

其中 R 为地球半径，取 $R=6400\times10^3$m，ρ 为大气密度系数。

$$n(r)=1+\rho e^{-\frac{r-R}{8700}}. \tag{1}$$

$$\frac{dn(r)}{dr}=n'(r)=-\frac{1}{8700}\rho e^{-\frac{r-R}{8700}}, \tag{2}$$

又根据题意，当大气密度较密时，光线沿地球海平面弧度弯曲行进，如图 1.10 所示。

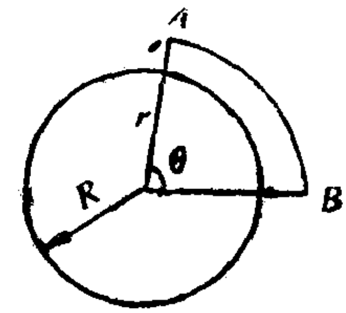

图 1.10

A点到B点的总光程为

$$l=n(r)r\theta.$$

根据费马原理，A点到B点的光程应为极值，因而有

$$\frac{dl}{dr}=[n'(r)r+n(r)]\theta=0.$$

整理得

$$n'(r)=\frac{-n(r)}{r} \tag{3}$$

联立方程（2）与（3）式得

$$\frac{1}{8700}\rho e^{-\frac{r-R}{8700}}=\frac{n(r)}{r} \tag{4}$$

再将（1）式代入上式得

$$\frac{\rho r}{8700}e^{-\frac{r-R}{8700}}=1+\rho e^{-\frac{r-R}{8700}}.$$

对于地球表面为，$r=R=6400\times10^3\text{m}$，代入上式并整理得

$$\frac{\rho\times6400\times10^3}{8700}=1+\rho.$$

计算得 $\rho=0.00136$。

根据题中所给条件可知，在一个大气压下，温度为 300K时，$n_0-1=\rho_0=0.0003$。因而有

$$\rho/\rho_0=4.53.$$

由以上计算可知当密度系数为实际情况的4.53倍时，才能使得光线沿地球海平面弧度弯曲。（石德秀）

1009（Wis,1978）

平行光与发散透镜的光轴成5°角入射，透镜焦距为-20cm，试确定象点的位置。

解： 象点在焦平面上距光轴1.74cm处。（姚 焜）

1010（Wis,1973）

一薄透镜的折射率为n，两面的曲率半径为R_1和R_2，透镜位于两种介质之间，介质的折射率分别为n_1和n_2，如图1.11所示，若S_1和S_2分别为物距和象距；f_1，f_2分别为前后焦距，证明：

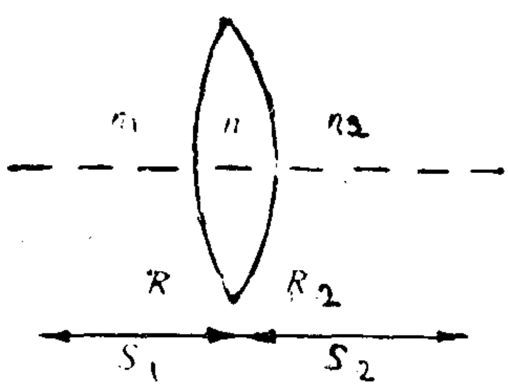

图 1.11

$$\frac{f_1}{S_1}+\frac{f_2}{S_2}=1.$$

解： 先求f_1、f_2与R_1、R_2、n、n_1、n_2、的关系。

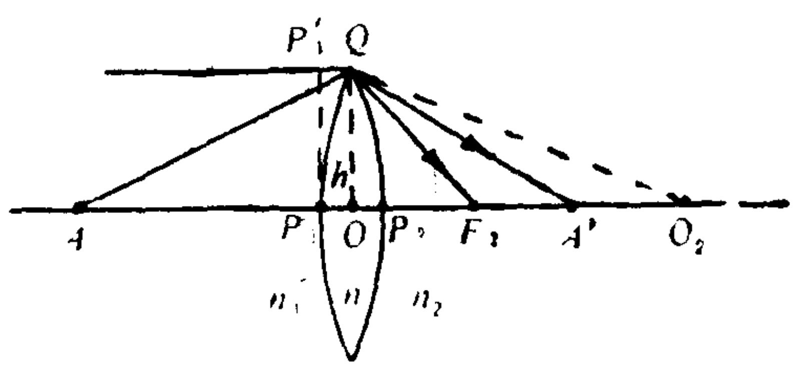

图 1.12

如图1.12，一平行于轴的光线从透镜的上端Q点折射到第二焦点F_2，另外，沿轴的光线也过F_2点，由于光程相等，

可得

$$n_1\overline{p'Q}+n_2\overline{QF_2}=n\overline{p_1p_2}+n_2\cdot\overline{p_2F_2},\qquad (1)$$

由 $\overline{QO_2}=\overline{p_1O_2}=R_1$，得

$$\overline{p_1O}=R_1-\overline{OO_2}=R_1-\sqrt{R_1^2-h^2}\approx\frac{h^2}{2R_1},\ \left(\frac{h}{R_1}\ll 1\right).$$

同样 $$\overline{p_2O}\approx\frac{h^2}{2R_2}.$$

则 $$\overline{p_1p_2}=\frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right).$$

另外 $$\overline{QF_2}=(h^2+f_2^2)^{\frac{1}{2}}\approx f_2\left(1+\frac{h^2}{2f_2^2}\right),$$

$$\overline{p_2F_2}=f_2-\overline{p_2O}=f_2-\frac{h^2}{2R_2}.$$

代入（1）式，化简后得

$$\frac{n_2}{f_2}=\frac{n-n_1}{R_1}+\frac{n-n_2}{R_2}\qquad (2)$$

同样可得

$$\frac{n_1}{f_1}=\frac{n-n_1}{R_1}+\frac{n-n_2}{R_2}\qquad (3)$$

现在看物点 A 与象点 A'。

$$\overline{AQ}=(h^2+S_1^2)^{1/2}\approx S_1\left(1+\frac{h^2}{2S_1^2}\right),\quad \overline{A'Q}=S_2\left(1+\frac{h^2}{2S_2^2}\right).$$

$$\overline{Ap_1}=S_1-\overline{p_1O}=S_1-\frac{h^2}{2R_1},\quad \overline{A'p_2}=S_2-\frac{h^2}{2R_2}.$$

代入下式

$$n_1\overline{AQ_1}-n_2\overline{A'Q}=n_1\overline{Ap_1}+n\overline{p_1p_2}+n_2\overline{A'p_2},$$