

QIAOLIANG GONGCHENGZHONG DE
YOUXIANTIAOFA

桥梁工程中的有限条法

[澳]卢耀梓	卡申斯	著
罗崧发	陈锡华等	译
傅子智		校

人民交通出版社

中 译 本 序

去年二、三月间我应邀到华南工学院作短期讲学，该院建筑工程系教授罗崧发前辈建议将本书译为中文出版。此次我应国家建筑材料工业总局之请到京、穗、渝、汉、苏等市作学术交流，正值本书中译本付梓之际，罗崧发教授嘱我写个简序，我乃欣然答应。

有限条法自1968年由张佑启教授首创，十多年来得到各国学者、工程师多方精研及发展，尤其在桥梁结构分析上已到达可实用之阶段。本书原版是我与现任英国利兹（LEEDS）大学土木工程系主任安东尼·卡申斯博士于1978年间写就的。本法为有限元法的一个特种，虽然应用面不如该法广阔，但却远为简便及经济，用以分析一般桥梁结构则更为适宜，与有限元法相比常有青出于蓝而胜于蓝之妙，以微型计算机施算亦较容易。

本书是专为桥梁工程师及对桥梁分析法有兴趣之本科生和研究生而写者，今幸蒙罗教授及其同仁译成中文，此对国内读者应更为方便。有限条法若因此而能在桥梁工程界较普及则著者于愿已足矣。

卢耀祥

1983年仲秋写于广州旅途中

内 容 简 介

本书介绍结构分析有限条法的基本理论及其在桥梁工程方面的应用。重点讨论了多种型式桥梁结构的有限条分析方法，详细给出了有关的计算公式和实例。全书内容系统全面，叙述简明，理论和实际密切结合，对实际工作者具有手册作用，实用性较强。

本书可供桥梁结构专业的科技人员使用并可供其他结构专业工程人员以及大专院校师生参考。

责任编辑 王应荣

The Finite-Strip Method in Bridge Engineering

by

Dr. Yew-chaye Lo

Professor Anthony R. Cusens

Printed in Great Britain © Cement

and Concrete Association 1978

桥梁工程中的有限条法

〔澳〕卢耀梓 卡申斯 著

罗崧发 陈锡华等 译

傅子智 校

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本：850×1168 $\frac{1}{32}$ 印张：7.75 字数：162千

1985年9月 第1版

1985年9月 第1版 第1次印刷

印数：0001—4,280册 定价：2.40元

译 者 的 话

几年来，有限条法已在工程结构分析中得到了应用。这个方法由于大大减少了求解未知量，可以节省大量的人力和计算机时间，从而得到了工程技术人员的重视和欢迎。本书介绍了结构分析有限条法的基本理论及其在桥梁工程方面的应用。重点讨论了多种型式桥梁结构的有限条分析方法，包括板式桥、多梁桥、多孔梁式桥、箱型桥以及各种超静定桥梁等。是一本具有手册性质的专著，值得推荐给我国从事桥梁设计的工程技术人员和结构分析工作者。

本书作者长期从事桥梁结构的研究并参与过许多桥梁的设计计算工作。取得了不少研究成果并有较丰富的实践经验。本书是他们的工作总结。具有较大的实用性和参考价值。

华南工学院罗崧发教授倡导了有限条法的推广应用工作。本书就是在他的组织下翻译的。参加的人员有陈锡华（序言、符号和第四、五章），黄澄宇（第一、二章），陆可风（第三章），陈赞武（第六章），孙庆文（第七、八、九章）。初稿由罗崧发、陈锡华分校，最后由傅子智校核定稿。

限于水平，译文中难免有缺点和错误，请读者给予指正。

译 者

一九八三年十二月

目 录

序言	1
符号	4
第一章 引论	7
1.1 分析板式和类板式桥面的一些现有方法	7
1.2 分析箱型梁桥的一些现有方法	9
1.3 有限条法	10
第二章 有限条法——基本方法	12
2.1 引言	12
2.2 最小总势能原理	12
2.3 受弯板的有限条法	16
2.4 板平面应力分析的有限条法	27
2.5 分析箱型结构的有限条法	33
第三章 高阶有限条方法	38
3.1 引言	38
3.2 受弯板的高阶分析	39
3.3 板的高阶平面应力分析	57
3.4 箱型结构分析	68
3.5 结束语	76
第四章 超静定桥梁结构——柔度法	78
4.1 引言	78
4.2 基本概念	79
4.3 有刚性中间隔板的多跨箱型桥	83
4.4 可变形的加劲框架	87
4.5 中间支座的可变形性	91
4.6 基本步骤	92

4.7	FISBOB2和 FISANL 程序	93
第五章	曲线形桥和斜交桥以及固端板的分析	94
5.1	引言	94
5.2	板式桥的曲线形有限条	94
5.3	箱型桥的曲线形有限条	98
5.4	曲线形有限条分析的计算机程序	106
5.5	曲线形有限条法的应用	107
5.6	斜交桥的分析	113
5.7	固端支座的板式桥	120
第六章	各类结构问题的分析	124
6.1	引言	124
6.2	结线的支承条件	124
6.3	对称荷载下的对称结构	129
6.4	子结构的详细分析	130
6.5	折板与壳体屋盖结构	134
6.6	折板结构的预应力	136
第七章	板式与类板式桥	143
7.1	引言	143
7.2	实心组合桥面——倒 T 型梁桥	144
7.3	格栅型组合桥面	147
7.4	钢筋混凝土空心板桥面	161
7.5	结束语	165
第八章	多跨混凝土箱型桥	166
8.1	引言	166
8.2	中间支承和箱体加劲件的模拟	166
8.3	选例	172
8.4	板的局部弯矩分析	190
第九章	多跨箱型钢梁桥	202
9.1	综述	202
9.2	正交异性钢板的刚度	203

9.3 五跨连续箱型桥的分析205

9.4 斜张桥的近似分析219

参考文献222

附录 A FISBOB2和 FISANL 程序234

附录 B 箱型结构中的应力和局部力矩239

序 言

自从有限条法在1968年问世以来，在英国和北美已进行了大量的研究和发展工作。应用的范围已经从简支板弯曲问题扩展到多跨折板与箱型梁结构的分析；从静力分析扩展到振动与屈曲问题。现在通常可以用计算机程序来进行桥梁结构的分析。

本书介绍了有限条法在桥梁工程方面的应用与发展概况。为科技人员对方法原理的基本理解提供了足够的详细资料。对主要应用方面感兴趣的从事实践工作的工程师来说，将起到使用手册的作用。本书主要介绍了 Dundee 大学对桥梁结构分析的研究结果。其范围是从简支板、多梁桥与多孔梁桥到有中间加劲的多跨混凝土与箱型钢梁桥。

为了有助于初次接触有限条法的读者，本书对包括解题公式的各种推导都作了较详细的叙述。在第一章引论之后，从第二章开始介绍简支梁的分析，进而论述板式桥与箱型桥的一般的有限条方法。

在第三章中，论述了两种高阶有限条法——附加边界协调方法和辅助结线近似方法。并给出了一些例题来说明应用高阶有限条法分析板与箱型结构所得结果的精度。在第二和第三章中，用显式列出了一般的和高阶的有限条的有关刚度矩阵和力矩阵。利用这些显式矩阵，可使那些有兴趣发展自己的有限条程序的人节省大量的时间和精力。

为了把有限条法推广用于分析超静定的桥梁结构，在第四章中发展了柔度法。用柔度法就有可能模拟中间支承和加劲构件（隔板或框架）的详细特性。在第五章中，介绍了有限条分析在平面形状为圆形的、斜交以及支座为固定的桥梁上的应用。

第六章中有一节专门讨论桥以外的板式与箱型结构的分析。

结线支承的处理在分析楼面板时可能是有用的。讨论对称荷载下的对称结构的简化方法，对于计算可以分割为两个对称部分的结构是有帮助的。折板与柱壳的分析以及直线与曲线预应力钢索的计算，增加了有限条法的功能。

在短跨度与中等跨度桥中流行的多梁式混凝土桥面，通常是在现场用横向连接的预制先张预应力梁来建造的，当预制梁在工作荷载下保持弹性状态时，在现场做的接缝处会开裂。另一方面，现场浇筑的多孔钢筋混凝土桥在设计荷载下由于纵向平面应力的作用很可能导致受拉区开裂。这两种开裂对上述桥型上的荷载分布变化的影响，将在第七章中用 Dundee 大学及水泥与混凝土协会所进行的四分之一模型试验得到的数据来进行研究。根据对这些模型的研究，我们提出了各种型式的多梁桥和钢筋混凝土多孔桥的有效的有限条模拟的建议。

在第八章中，把第四章所讨论的分析超静定结构的柔度法用于多跨混凝土箱型桥。推荐了模拟中间支承和加劲隔板构造特征的有效方法。并以假想的结构和双车道桥为例说明了这种方法。用详细研究1/30比例的梁板桥模型所得到的数据，提出了令人满意的估算箱型脊梁桥中局部板弯矩的半经验的准则。

就有限条法而言，分析混凝土桥和钢桥是相似的。混凝土箱型桥的组成板是实心体并可看作各向同性板，而箱型钢梁的组成板要在顺跨方向用密距的偏心肋加固，在横向按规则的间距用密的偏心横框架加劲。为了应用通常的箱型有限条法，必须先确定这些正交异性钢壁板的刚度。第九章给出了计算各刚度值的公式。对详细模拟加劲肋和横框架的有限条分析也做了说明。这种分析可对箱型桥加劲肋的翼缘和腹板的平面应力与局部弯矩的分布给出一个准确的图形。最后为分析斜张桥提出了一个两步近似法。

在附录 A 中，列出了 Dundee 为箱型梁桥研制的两个主要的有限条程序（FISBOB2和 FISANL）。附录 B 简单介绍了箱型结构的应力与力矩。

具体有限条分析的精确度主要取决于表示实际结构所采用的

有限条的数目和傅里叶级数函数中所保留的项数。在详细讨论典型桥的各章中，为了获得满意的结果，我们尽可能给出多一些建议。在附录 A 中也可找到其要点。

以下作者的感谢（略）

符 号

a	条和梁的长度
$[A]$	斜条的转换矩阵 (式5.28)
$A, B, C \dots$	待定系数 (见式2.12)
b	用于弯曲分析的下标
$[B_b]$	联系曲率 $\{K\}$ 与位移幅 $\{W\}$ 的系数矩阵
$[B_p]$	联系应变 $\{\epsilon\}$ 与位移幅 $\{W\}$ 的系数矩阵
$[C]$	位移函数的系数矩阵
$[D]$	板的刚度矩阵
E	弹性模量
f	柔度矩阵的单个系数
$[f]$	柔度矩阵
$[F]$	修正的柔度矩阵
H, V, T	水平、垂直和转动的约束力 (赘余反力)
k	刚度矩阵的单个系数

$$k_m = \frac{m\pi}{a}$$

$[K]$	刚度矩阵
m	一般谐和函数的项 (级数的第 m 项)
M	弯矩
M_x	横向弯矩 (相对于横向的 x -轴)
M_y	纵向弯矩 (相对于纵向的 y -轴)
M_{xy}	扭矩
p	用于平面分析的下标
P	荷载
$\{P\}$	力矩阵

q	单位面积荷载
r	解题中规定的谐和函数的项数
r_i	赘余力
$\{R\}$	赘余力向量
U_p	荷载的势能
U_s	应变能
u_i	在节线 i 上沿 x 方向的位移
u_{im}	在节线 i 上沿 x 方向的级数第 m 项位移幅
u, v, w	沿 x, y 和 z 方向的线性位移
v_i	在节线 i 上沿 y 方向的位移
v_{im}	在节线 i 上沿 y 方向的级数第 m 项位移幅
w_i	在节线 i 上沿 z 方向的线性位移
w_{im}	在节线 i 上沿 z 方向的级数第 m 项线性位移幅
$\{W_m\}$	级数第 m 项的位移幅向量
x, y, z	三个局部笛卡儿坐标方向
X, Y, Z	沿局部坐标轴 x, y, z 的力
$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	三个整体（或结构）笛卡儿坐标方向
$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$	沿整体坐标 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 方向的力
α	弧形截面的“跨度”
ν	剪切应变
δ	待定系数
$\{\delta\}$	柔度法的位移向量（第四章）
δ_i	相应于赘余力 r_i 的静态节点位移
$\{\Delta\}$	凝聚的静态位移向量
ε	线应变
$\{\varepsilon\}$	应变和曲率的向量
θ_i	节线 i 处的横向倾角 $\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)$
θ_{im}	在节线 i 上的级数第 m 项横向倾角幅
$\{K\}$	受弯和受扭的曲率向量

$[\lambda]$	局部坐标转换为整体坐标的方向余弦矩阵
$[\mu]$	用于柔度法的修正矩阵 (式4.3)
ν	泊松比
ξ	弧形条沿径向的自然坐标
ρ	剪力系数 (第四章)
σ	直接应力
τ	剪应力
ϕ	极坐标
ψ_i	节线 i 的横向曲率 $\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)$
ψ_{im}	在节线 i 上的级数第 m 项曲率幅

第一章 引 论

在现代的公路和桥梁结构中，不可避免地要采用几何形状不规则的变截面和任意支承条件的桥面。但传统的简支正交等截面桥面（或者实际上可这样进行分析的结构）在大量已建的桥梁中仍占有很大的比例。鉴于这一事实，对正交简支桥面研究出一些有效而精确的分析方法仍然是重要的和有用的。而且，如果这些方法能推广用于分析具有中间支承和加劲隔板的桥面，则其适用的范围就会显著扩大。

为了提供分析的基础，可以把桥面分为两大类：

(a) 板式和类板式桥面

(b) 箱型梁结构

这两类桥的典型截面见图1.1

1.1 分析板式和类板式桥面的一些

现有方法

在欧洲，分析正交简支板式桥面的流行方法是由 Guyon (1946) 和 Massonnet (1950) 首创的“荷载分配”法，它是基于正交各向异性板的级数解建立的。这种方法已被采用，并由 Morice、Little (1956) 和 Rowe (1962) 仅取谐和挠度函数的第一项以设计曲线的形式来表示。后来由 Cusens 与 Pama (1969) 把这种理论推广到包括从铰接桥面到无扭转刚度的桥面的整个范围内的正交各向异性板中。根据广义解的前 9 个谐和函数建立的设计曲线亦已由这两位作者 (1975) 制定。该方法的缺点是必须假设整个桥面是均匀的，因而在使用时设计曲线就具有一定的近似性。

最近，Troitsky 与 Azad(1973)提出了一个分析连续跨过 柔性横梁并具有两个刚性简支边的正交各向异性钢桥面系统的刚度法。为了求解有偏心开口加劲板的实际钢桥面的等效板而导出了八阶微分方程。鉴于解是以展开加劲板的作用所得到的等效板系统为基础的，因此，这个方法仅适用于估计具有刚性边支承的正交各向异性钢板的整体特征。

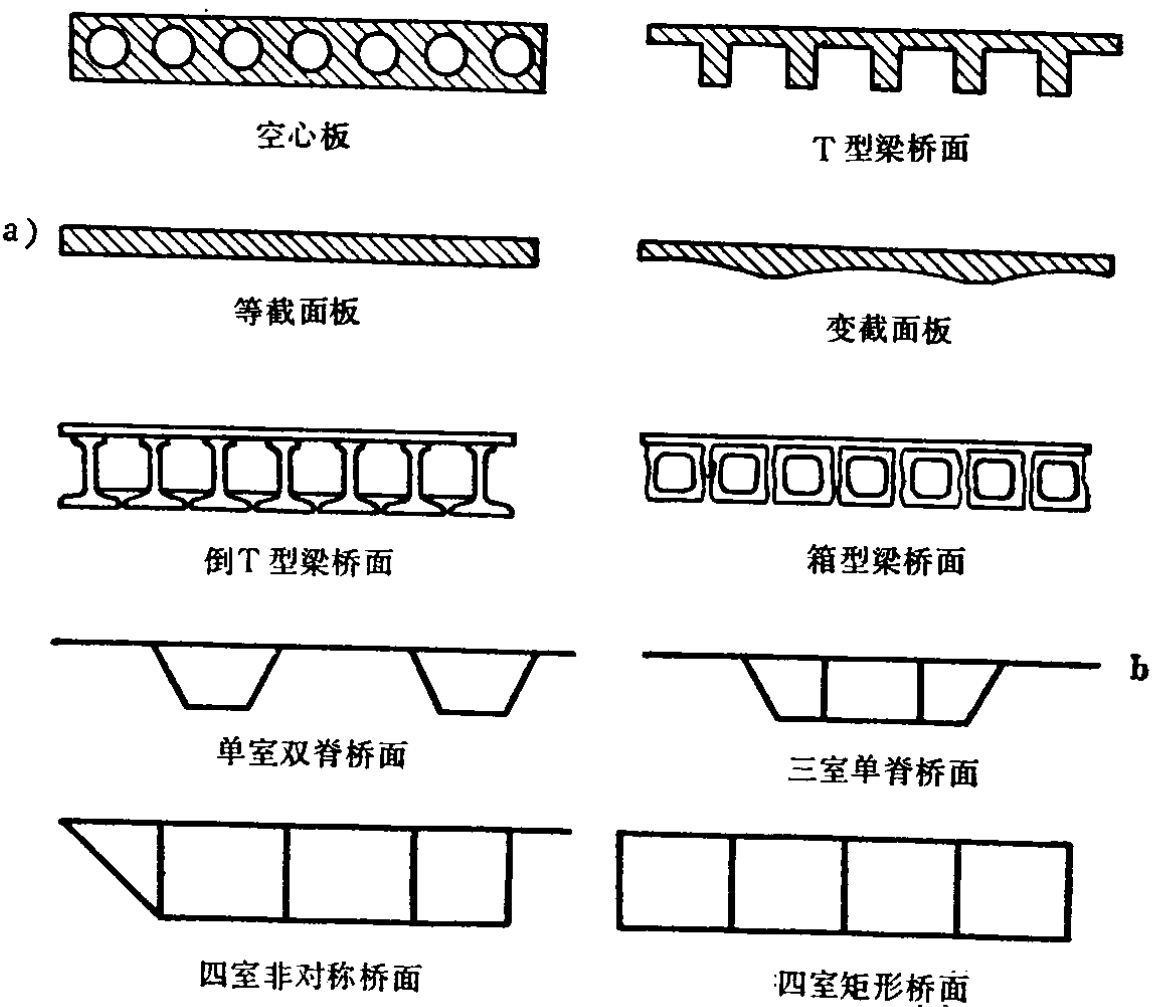


图1.1a 板式和类板式桥面
b 箱型梁桥面

最先由 Zienkiewicz 与张佑启 (Cheung) (1964)介绍给土木工程师的弯曲板有限元法，被认为是所有方法中最好的方法。借助于适当几何形状*的单元，该方法实际上可用来处理任何特殊形状的板结构以及各种支承情况。虽然它的用途很广，但用来分析规则形状的桥面，特别是分析有简支端的正交结构时显得不经

* 例如：由运输局公路工程电算组出版的有限元程序 BECP/1。

济。

由 Coull 与 Rao(1966)讨论过而后来由 Tottenhan (1971)归纳的连同矩阵级数法使用的“线解”技术,可以证明在分析一些特殊外形的板式桥面时是很有用的。方法的精度取决于对某一具体问题所选定的线的数目。当要求的线数很多时,采用这种方法也是不经济的。

West(1973)提出的格栅近似分析法,对估计板式结构的性能是有用的,而且计算费用也少。

1.2 分析箱型梁桥的一些现有方法

近年来,箱型梁桥面结构分析已成为很多研究工作者注意的焦点。对筒支棱柱壳体由 Goldberg 和 Leve(1957)设想的折板理论,已由 Scordelis(1966)、Johnston、Mattock(1967)、Chu 和 Dudnik(1967)发展为能处理筒支箱型梁桥的直接刚度法。为了分析有外部支承或没有外部支承具有中间隔板的桥面,Scordelis(1967,1971)推广了这种方法。应用基于折板理论的程序,可以很快获得精确解,但是它们仅能用于由各向同性等截面板组成的箱型结构。

广泛应用于结构力学的有限元法,也在箱型梁桥面的分析中得到了应用。用有限元法编制了许多计算机程序。对于弹性和非弹性结构已发展了现代的计算机程序系统,如包含各种类型有限元的屈曲和应力分析的 NASTRAN*和 BERSAFE†。尽管如此,但用上述程序分桥梁结构的全部详细特征不仅是一种浪费,而且也是不必要的,除了能够以相同的精度来预测构成结构的材料的基本特性以外。Scordelis(1971)和他的同事们专为箱型梁桥的分析提出了几种有限元程序。但是,这些程序也是昂贵的,特别是当需要用细网格的单元来求不连续的应力或弯矩的精确峰值时。对

* 美国国家宇航局的结构分析系统,对它的说明和其它通用有限元程序可以从桥梁程序评论(1973)的 PTRC 会议录中找到。

† 由 Hellen 与 Protheroe(1974)首先提出的用有限元法进行应力分析。

箱的分析已有了一些简化方法,如由 Sawko 和 Cope(1969)以及 Crisfield(1971)发展的那些方法,他们保留了有限元的解法,但减少了计算时间。可惜的是,这些近似法使原来的通用方法在使用上受到了很大的限制。而且,在估计表征箱型梁桥面特性的应力的局部变化时,这种方法的可靠性是值得怀疑的。

Motarjemi 与 Van Horn(1969)所采用的柔度法,只是在确定一些典型的箱型桥结构的荷载分布特征时才有用。其它由 Wright、Abdel—Samad 与 Robinson(1968, 1968a), Richmond (1969, 1969a, 1971)和 Kristek(1970)提出的分析方法,在假设和应用上都是近似的,并且一般仅适用于单室的箱。

Smyth 与 Srinivasan(1973)曾用空间框架程序分析箱型梁桥的桥面。但是,用空间框架来模拟箱子不能估计出局部的影响,而且在使用时费用也很高。

1.3 有限条法

当有限条方法由张佑启(1968,1969)首次发表时,从精度和效率方面看,都认为是分析简支桥面结构的很有前途的好方法。Powell 与 Ogden(1969)专门为矩形板式桥面提出了有限条方法。这种方法基本上是一种混合方法,即保持了正交各向异性板方法和有限元概念的优点。此法对板式和箱型梁桥的桥面都是适用的。作者发展和应用有限条法分析正交桥的桥面构成了本书的主要核心。

张佑启、Powell 与 Ogden 的方法亦已被 Scordelis(1971)和他在伯克利的加利福尼亚大学的同事用来研究过直线的和曲线的箱型结构。由张佑启(1970)和他的同事运用分条方法分析有中间柱支承的板式桥面、简支曲板和箱型桥(1969a、1971)以及对一些简单的连续矩形板(1971a)的频率分析等研究工作,都已在文献中发表。但张佑启的其它研究,如对具有端部边界条件(不是简支)(1968a)和沿跨向是变截面的矩形板(1970)的分析,当与