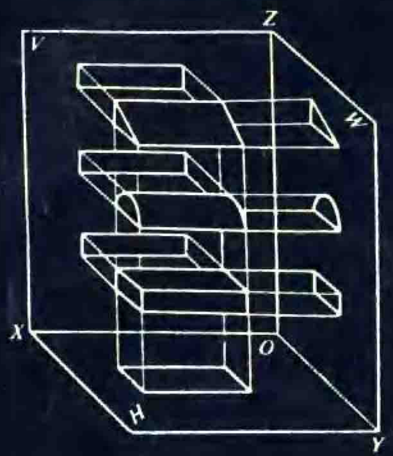
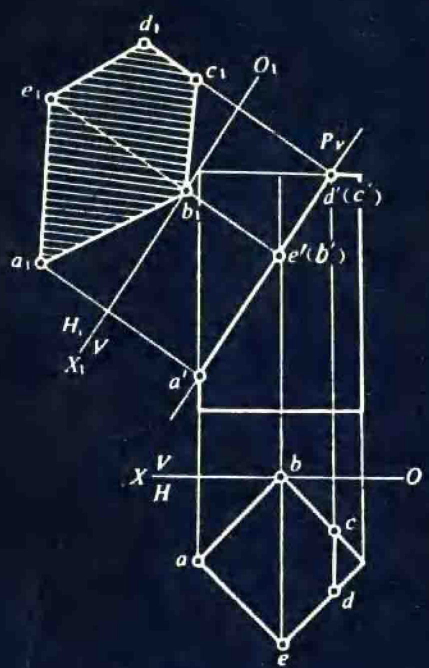
武汉大学本科生系列教材





画法几何

张旭 编著

武汉大学出版社

画 法 几 何

张 旭 编

武汉大学出版社
1997

图书在版编目（CIP）数据

画法几何/张旭编．—武汉：武汉大学出版社，1997．5
附：《画法几何习题集》
ISBN 7-307-02389-x

Ⅰ．画…
Ⅱ．张…
Ⅲ．画法几何
Ⅳ．O185.2

武汉大学出版社出版
（430072　武昌　珞珈山）
湖北华昇印刷总厂印刷
（436700　温泉镇鸡鸣路60号）
新华书店湖北发行所发行
1997年5月第1版　　1997年5月第1次印刷
开本：787×1092　1/16　印张：19.5
字数：348千字　印数：1—2000
ISBN 7-307-02389-x/O·175　定价：22.50元

前　言

本书是应武汉大学建筑学系《画法几何与阴影透视》课程的教学要求而编写的，为适应学科发展的需要，将传统的画法几何与建筑制图和建筑阴影透视的有关内容有机地结合在一起，使学生学完本课程后，既掌握了正投影理论基础，又能绘制建筑工程图，免去选修《建筑制图》课程的教学环节。

本教材分《画法几何》和《建筑阴影透视》两册出版，与之相配套的还有《画法几何习题集》和《建筑阴影透视习题集》，通过一定数量的习题训练，可培养学生的空间想象能力、逻辑思维能力、形体表达能力和绘制建筑图的能力。

本套教材中《画法几何》与《画法几何习题集》主要讨论正投影理论及轴测图和建筑图的绘制方法；《建筑阴影透视》与《建筑阴影透视习题集》主要讨论正投影图阴影、轴测图阴影、建筑透视图以及透视阴影的画法。建筑学与城市规划等专业的学生，学完本套两册教科书及两本习题集的练习以后，便能掌握绘制房屋建筑工程图和建筑表现图的基本原理和方法。

为了加强教学管理，提高教学质量，与本书配套的《画法几何试题库》和《建筑阴影透视试题库》也随即与其配套推出。题型、题量及选题排版功能均满足教学大纲的要求。

全书文字精练，内容简捷而丰富，可作为建筑学、城市规划、风景园林、建筑装饰等专业的教材，也可供土建类其他专业教学选用，是建筑工程技术人员学习的较好参考书。

全书经武汉大学建筑学系陶友松教授和黄添教授审阅。由于时间关系，加之水平有限，书中疏漏不妥乃致错误之处在所难免，竭诚欢迎读者批评指正。

编　者

1996 年 5 月 30 日

目　　录

第1章　绪　　论

§1—1　画法几何的任务

画法几何研究的对象：第一，研究空间几何元素(点、线、面)及其相对位置在平面上的表示方法；第二，研究在平面上用几何作图的方法来解决空间几何问题。所以，画法几何是研究空间几何问题图示法和图解法的学科。

对建筑工程及设备，通常都需要按照图样进行施工和安装，所以在科学技术部门中，图样是一种主要的技术文件。因此，图样中所画的图像必须确切地唯一地反映所表达对象的原形，也就是说画出的图像不能模棱两可地既可以表示这一原形又可以表示另一原形，这叫作图像对原形要保持一一对应。其次，图像还应尽可能有较好的直观性和量度性。直观性是指图样能逼真地显示原形的形象，使看图时一目了然，便于推广交流。量度性是指根据图像能方便地确定出原形各部分结构的尺寸比例，以利标注尺寸、减少差错。上述均是图示法应满足的要求。

在科学技术活动中用图解法解决空间几何问题也是常有的事情。例如：在机器制造部门，可以用图解法研究自动线上机械手与各运动件之间的相对关系，在排出相互干扰的前提下，使它占有最小的空间而得到最大的有效工作范围。在加工工艺中亦常用图解法确定工件与刀具之间的相对位置，设计夹具和样板，以简化工艺过程和提高加工精度。又如在建筑设计中根据现有地形图进行平面规划设计，可在地形图上用作图方法进行道路、管道、桥梁和公共建筑等平面布置设计，估算土石方和工程量。图解法比计算法来说，由于作图操作和仪器工具的限制，在精度上有一定的局限性，但在一定精度要求范围内，又比计算法来得简便迅速，且具有明确显示几何形象的优点。

在学习图示法和图解法的过程中，还能逐步培养和发展空间想象力和空间构思能力。因此，锻炼和提高这方面的能力，也是学习画法几何的重要任务之一。

建筑图是建筑界的共同技术语言，而画法几何便是这种语言的语法。为了形象地、逼真地表达所设计的对象（如住宅、厂房、公共建筑等），常常需要画出它们的立面渲染图和透视渲染图，并在所画的渲染图上绘制出建筑物在一定光线照射下的阴影，这种图通常叫表现图。与本书配套的《建筑阴影透视》一书中，将为绘制建筑设计的表现图提供基本的投影理论和绘制方法。

§1—2　投影法的基本概念

一、投　影　法

1．画法几何的基础是投影法。设图1—1中定平面P为投影面，不在投影面上的定点

S 为投影中心，投射线均由投影中心射出。射过空间点 A 的投射线与投影面相交于一点 a，点 a 称作空间点 A 在投影面 P 上的投影。同样，点 b 是空间点 B 在投影面 P 上的投影。

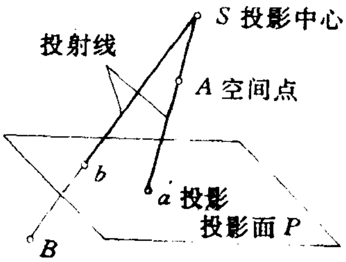


图 1--1

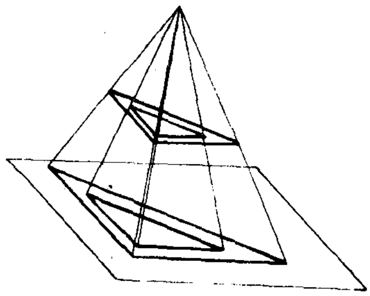


图 1—2

画法几何就是靠这种假设的投影法，确定空间的几何形体在平面上（图纸上）的图像。图 1—2 是三角板投影的例子。

2. 上述投影法中，投射线均通过投影中心，称之为中心投影法。如果投射线互相平行，此时，空间几何形体在投影面上也同样得到一个投影，这种投影法称为平行投影法。当平行的投射线对投影面倾斜时，称为斜投影（图 1—3）；当平行的投射线对投影面垂直时，称为正投影（图 1—4）。本书中凡未特别说明的，均为正投影法，为了叙述简单起见，今后将“正投影”简称“投影”。

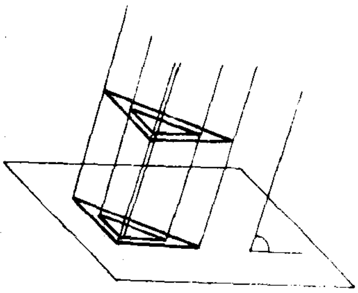


图 1—3

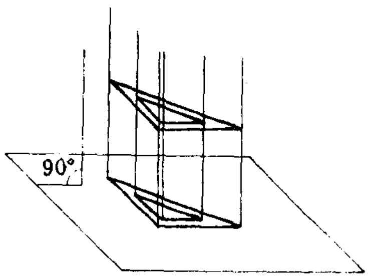


图 1—4

平行投影的特点之一是：空间的平面图形（如图 1—3 和图 1—4 中的三角板），若和投影面平行，则它的投影反映其真实的形状和大小。

二、空间几何原形与其投影间的对应问题

1. 投影几何及其投影法主要研究空间几何原形与其投影之间的对应关系，即研究它们之间内在联系的规律。其研究途径是讨论投影图上仍保持了哪些空间几何关系不变，而哪些几何关系有了变化和形成怎样的变化，尤其是要掌握那些不变的关系，作为画图和看图的依据。

例如，平行投影有这样的规律：

（1）平行两直线的投影仍相互平行（图 1—5），即已知 $AB /\!/ CD$，则 $ab /\!/ cd$；

（2）属于直线的点，其投影仍属于直线的投影（图 1—6），即已知 $G \in EF$，则 $g \in ef$；

（3）点分线段成定比例，其投影后的比例保持不变（图 1—6），即 $EG : GF = eg : gf$。

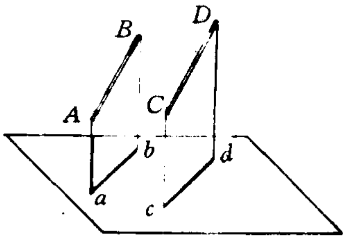
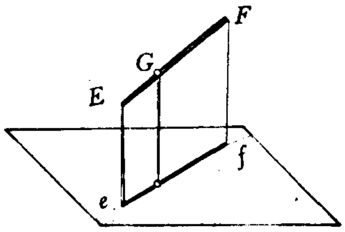


图 1—5



图·1—6

上述规律，均可用初等几何的知识得到证明。

2. 工程上的投影图，必须确切地唯一地反映出空间的几何关系。前面只说明了有可能用一些投影规律来确定投影图。反过来，能否根据投影图唯一地确定空间几何关系呢？

事实上，只凭一个投影，不能反映唯一的空间情况。如图 1—7，投影面上有相互平行的两直线 $ab /\!/ cd$，但对应到空间可能是相互平行两直线，也可能是不平行两直线 AB 和 CD。又如图 1—8，投影图上点 h 属于线段 ef，即 $h \in ef$，但对应到空间的点 H，可能是属于线段 EF，也可能不属于线段 EF，即可能 $H \notin EF$。再如图 1—9，投影面上的图像所表示的可能是几何体Ⅰ，可能是几何体Ⅱ，还可能是其他形状的几何体。

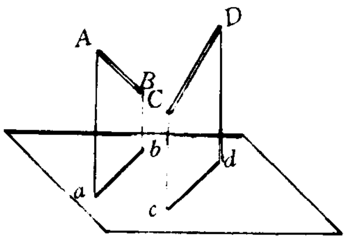


图 1—7

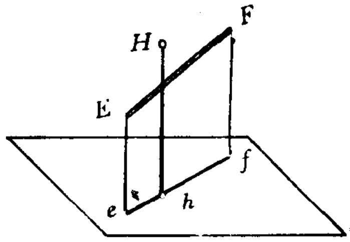


图 1—8

这是因为一个空间点有唯一确定的投影，如图 1—1，每一确定的投影线与投影面只能交于一个点。但点的一个投影不能确定该点的空间点的位置，如图 1—10，当投射方向确定时，投影 a 可以对应投射线上的任意点 $A_1, A_2, A_3, \cdots$，也就是空间的点是不确定的。

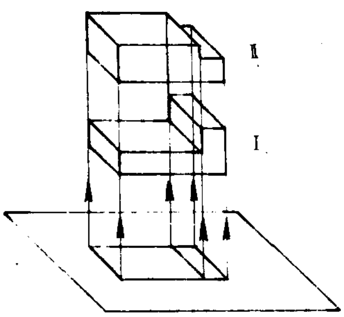


图 1—9

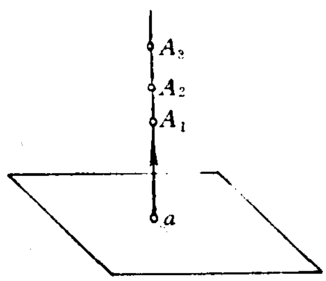


图 1—10

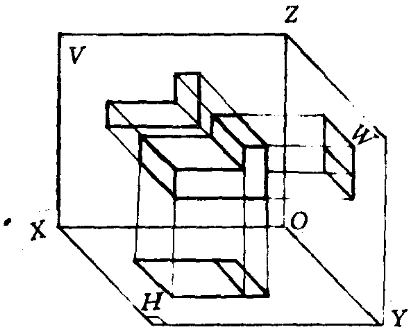
既然要求投影图能确切地唯一地反映空间的几何关系，就需要引入一些条件和规定来满足这个问题。因而在工程上根据不同情况分别作了一些规定，相应地形成了若干投影方法，如正投影法、轴测投影法、标高投影法和透视投影法等等。建筑工程设计中最广泛采用的是正投影法，建筑表现图中则采用轴测投影法和中心投影法。

§1—3　工程设计中常用的投影方法

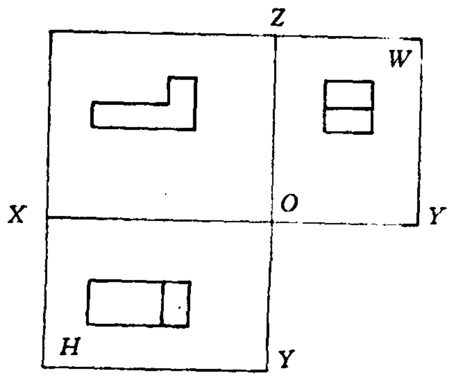
一、正投影法

正投影法是一种多面投影，它采用相互垂直的两个或两个以上的投影面，在每个投影面上分别用正投影获得几何原形的投影。由这些投影便能完全确定该几何原形的空间位置和形状。

图 1—11 是一几何体的正投影图的形成过程。



(a)



(b)

图 1—11

二、轴测投影法

轴测投影法采用单面投影图。先设定空间几何原形所在的直角坐标系，坐标轴由定有长度单位的三根坐标轴来表示，采用平行投影法（正投影或平行投影），将三根坐标轴连同空间几何原形一起投影到投影面上。利用坐标轴的投影与空间坐标之间的关系来确定图像与原形之间一一对应关系。

图 1—12是一小屋的轴测投影。由于采用平行投影法，所以空间中平行的直线，投影

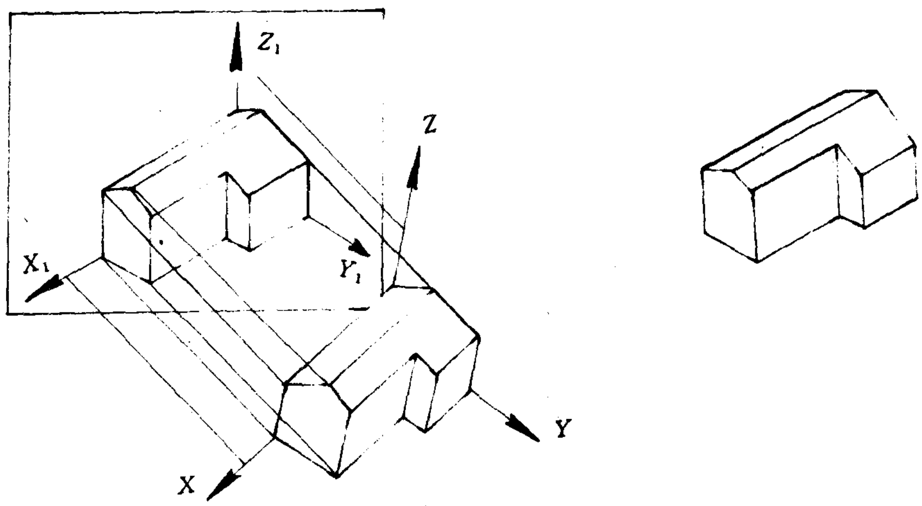


图 1—12

后仍然平行。

采用轴测投影法，将坐标轴对投影面放成一定的角度，使得投影图上同时反映出几何体长、宽、高三个方向的形状，以增强立体感。轴测投影图比正投影图作图较繁且量度性差。但由于它的直观性好，故建筑工程设计图中时常采用。

三、标高投影法

标高投影法是用正投影获得空间几何元素的投影之后，再用数字标出空间几何元素对投影面的距离，以在投影图上确定空间几何元素的几何关系。图 1—13 是曲面的标高投影，图中的一系列标有数字的曲线称为等高线，等高线是地形图中表示地形起伏的地貌图示符号。

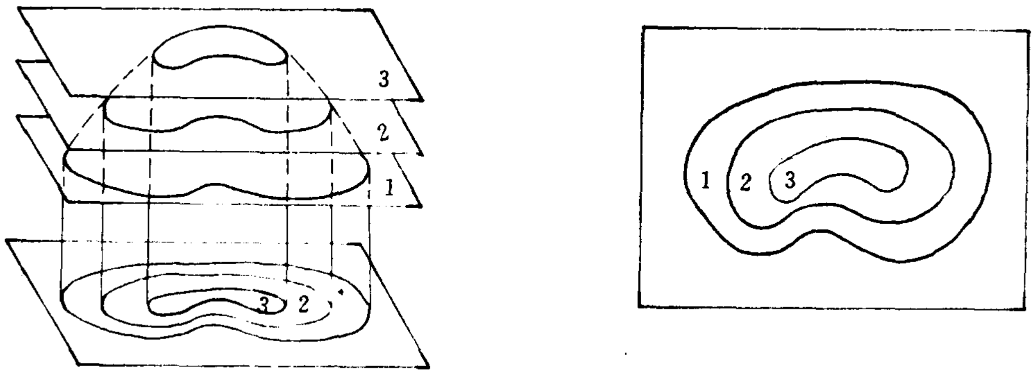


图 1—13

四、透视投影法

透视投影法用的是中心投影。它与照相成影的原理相似，图像接近于视觉映像，所以透视投影图富有逼真感，直观性强。按照特定规则画出的透视投影图，完全可以确定空间几何元素的几何关系，图 1—14 是一小屋的透视投影图。由于采用中心投影法，所以空间平行的直线，有的投影就不平行了。

透视投影图广泛用于工艺美术及广告宣传图样。建筑表现图也大多采用此方法成图。但由于作图复杂且量度性差，建筑施工图中只作为辅助图样，若用计算机画透视图则非常容易。在《建筑阴影透视》中将介绍计算机绘制透视图的方法。

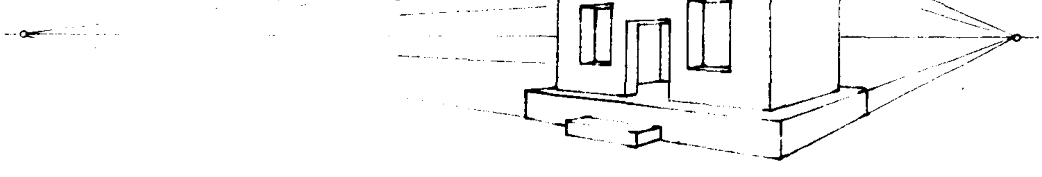


图 1—14

第 2 章　点、直线、平面的投影

§2—1　点的投影

如图 2—1 所示，设相互垂直的正立投影面（简称正面）V 和水平投影面（简称水平面）H 组成两投影面体系，并将空间划分为 4 个角：第一角、第二角、第三角和第四角。本书只着重讲述第一角中的几何形体的投影，V 面和 H 面交于投影轴（投影面的交线称为投影轴）OX。

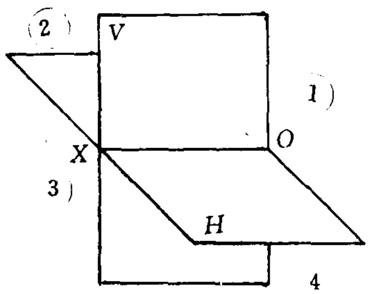
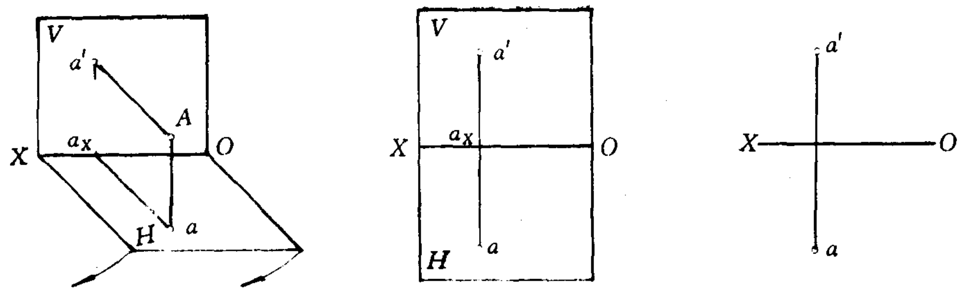


图 2—1

一、点在两投影面体系第一角中的投影

如图 2—2(a)所示，由空间点 A 作垂直于 V 面、H 面的投影线 Aa'，Aa，分别与 V 面、H 面交得点 A 的正面投影（V 面投影）a' 和水平投影（H 面投影）a。



(a) 立体图　(b) 投影面展开后　(c) 投影图

图 2—2

由于平面 $Aa'a$ 分别与 V 面、H 面相垂直，所以这三个相互垂直的平面必定交于一点 a_X，且三条交线 a_Xa'，a_Xa，OX 互相垂直。又因四边形 Aaa_Xa' 是矩形，所以 $a_Xa'=aA$，$a_Xa=a'A$。亦即：点 A 的 V 面投影 a' 与投影轴 OX 的距离，等于点 A 与 H 面的距离；点 A 的 H 面投影 a 与投影轴 OX 的距离，等于点 A 与 V 面的距离。

V 面保持不动，将 H 面绕 OX 轴向下旋转 90°，与 V 面展成一个平面，如图 2—2(b)所示。由于在同一平面上，过 OX 轴上的点 a_X 只能作 OX 轴的一条垂线，所以 a'，a_X，a 共线，亦即 $a'a \perp OX$ 轴。点在相互垂直的投影面上的两个投影，当投影面展成一个平面后的连线，称为投影连线。

在实际画图时，不必画出投影面的边框和点 a_X，图 2—2(c)即为点 A 的投影图。由此可以概括出点的两面投影特性：

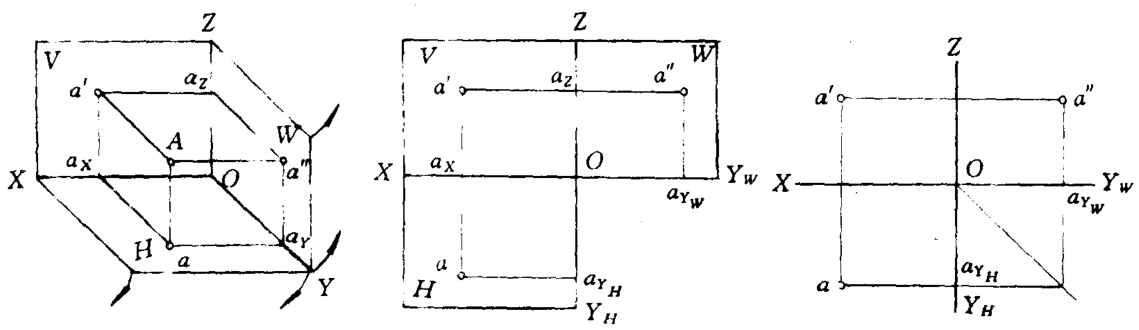
(1) 点的投影连线垂直于投影轴，即 $a'a \perp OX$；

(2) 点的投影与投影轴的距离，等于该点与相邻投影面的距离，即 $a_Xa'=aA$，$a_Xa=a'A$。

已知一点的两面投影，就可唯一地确定该点的空间位置。可以想象：若图 2—2(c)中 OX 轴之上的 V 面保持正立位置，将 OX 轴以下的 H 面绕 OX 轴向前转 90°，恢复到原来的水平位置，再分别由 a',a 作垂直于 V 面、H 面的投影线，就唯一地交出点 A 的空间位置。

二、点在三投影面体系第一角中的投影

根据点的两面投影虽然已能确定点的空间位置，但是为了更清楚地图示某些几何形体，再设立一个与 V 面、H 面都垂直的侧立投影面(简称侧面)W，用三面投影表达，于是形成三投影面体系。它的三条投影轴 OX,OY,OZ 必定相互垂直，如图 2—3 所示。



(a) 立体图　　(b) 投影面展开　　(c) 投影图

图 2—3

1. 点的投影与该点直角坐标的关系

如图 2—3(a)所示，由空间点 A 分别作垂直于 V 面、H 面、W 面的投影线，交得点 A 的正面投影 a'、水平投影 a、侧面投影（W 面投影）a''。与在两投影面体系中一样，每两条投影线分别确定一个平面，它们与三个投影面分别相交，构成一个长方体 $Aaa_Xa'a_Za''a_YO$。

沿 OY 轴分开 H 面和 W 面，V 面保持正立位置，H 面向下转，W 面向右转，使三个投影面展成一个平面，如图 2—3(b)所示，这时，OY 轴成为 H 面上的 OY_H 和 W 面上的 OY_W，点 a_Y 成为 H 面上的 a_{Y_H} 和 W 面上的 a_{Y_W}。仍与两面体系一样，有如下关系：

$$a'a \perp OX,\ a'a'' \perp OZ,\ a_{Y_H}a \perp OY_H,\ a_{Y_W}a'' \perp OY_W,\ Oa_{Y_H}=Oa_{Y_W}.$$

实际的投影如图 2—3(c)所示，为了方便作图，可由 O 点出发的与 OY_W 成 45°的辅助线、$a_{Y_H}a$ 与 $a_{Y_W}a''$ 的延长线必与这条辅助线交绘于一点。

若将三投影面体系看作直角坐标系，则投影轴、投影面、点 O 分别是坐标轴、坐标面、原点。由于图 2—3(a)中的长方体 $Aaa_Xa'a_Za''a_YO$ 的每组平行边分别相等，便得出点 $A(x_A, y_A, z_A)$ 的投影与该点的坐标有如下关系：

A 点的 x 坐标 x_A(即 Oa_X)$=a_Za'=a_{Y_H}a=$点 A 与 W 面的距离 $a''A$；

A 点的 y 坐标 y_A(即 $Oa_{Y_H}=Oa_{Y_W}$)$=a_Xa=a_Za''=$点 A 与 V 面的距离 $a'A$；

A 点的 z 坐标 z_A(即 Oa_Z)$=a_Xa'=a_{Y_W}a''=$点 A 与 H 面的距离 aA。

由此可概括出点的三面投影特性：

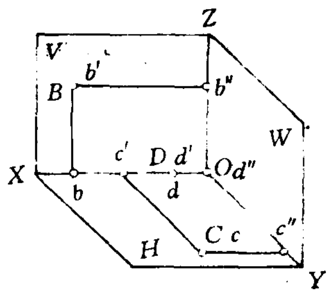
(1) 点的投影连线垂直于投影轴；

(2) 点的投影到投影轴的距离，等于点的坐标，也就是该点与对应的相邻投影面的距离。

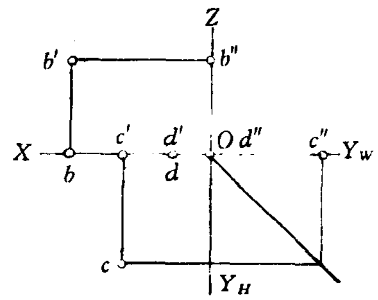
图 2—4 是 V 面上的点 B、H 面上的点 C 和 OX 轴上的点 D 的三面投影。从图 2—4(a)和(b)中，可以看出投影面和投影轴上的点的坐标和投影具有下述特性：

(1) 投影面上的点有一个坐标为零；在该投影面上的投影与该点重合，在相邻投影面上的投影分别在相应的投影轴上。

(2) 投影轴上的点有两个坐标为零；在包含这条轴的两个投影面上的投影都与该点重合，在另一投影面上的投影则与坐标原点 O 重合。



(a) 立体图

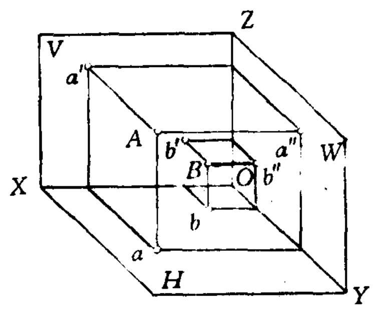


(b) 投影图

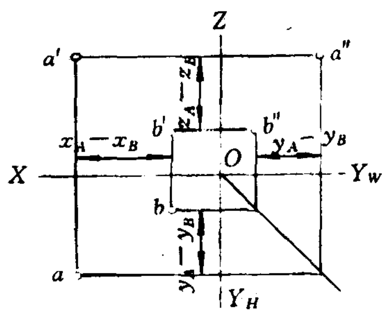
图 2—4

2. 两点的相对位置

如图 2—5 所示，由两个点的投影沿左右、前后、上下三个方向反映的坐标差，即这两点对投影面 W,V,H 的距离差，就能确定这两点的相对位置。反之，若已知两点的相对位置以及其中一点的投影，即能作出另一点的投影。



(a) 立体图



(b) 投影图

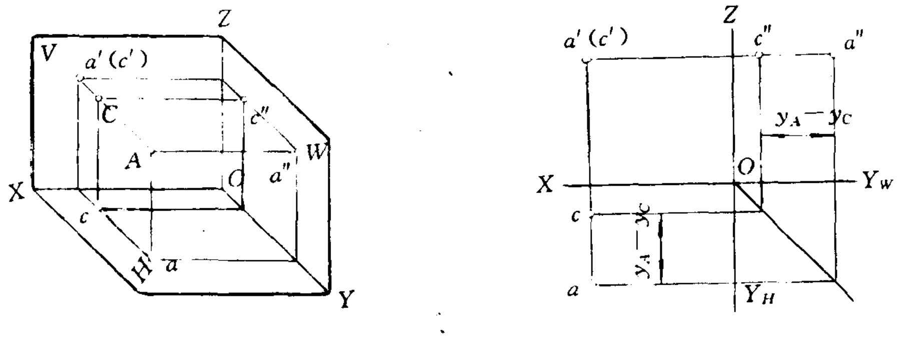
图 2—5

由于投影图是 H 面绕 OX 轴向下旋转、W 面绕 Z 轴向右旋转摊平而成的，所以必须特别注意：对水平投影而言，由 OX 轴向下就代表向前；对侧面投影而言，由 OZ 轴向右也代表向前。

三、重 影 点

由图 2—6 可知：点 C 在点 A 之后 y_A-y_C 处；点 C 与点 A 无左右距离差（$x_A-x_C=0$），无上下距离差（$z_A-z_C=0$）。由于点 C 在点 A 的正后方，这两点的正面投影相互重合，

点 A 和点 C 称为对正面投影的**重影点**。同理，若一点在另一点的正下方或正上方，是对水平投影的重影点；若一点在另一点的正左方或正右方，则是对侧面投影的重影点。



(a) 立体图　　　　(b) 投影图

图 2—6

正投影是规定将几何形体置于观察者和投影面之间，假想以垂直于投影面的平行视线(投影线)所得出的。因此，对正面投影、水平投影、侧面投影的重影点的投影的可见性，分别应该是前遮后、上遮下、左遮右。如图 2—6 中，应该是较前的点 A 的投影 a' 可见，而较后的点 C 的投影 c' 被遮而不可见。在重影点的投影重合处，可以不表明可见性；如需表明，则在不可见投影 c' 上加括号，如图 2—6(b)中的(c')。

§ 2—2　直线的投影

一、直线及直线上点的投影

如图 2—7 所示，直线段 AB 不垂直于 V 面，则过 AB 上各点的投影线形成的平面与 V 面的交线，就是 AB 的正面投影 $a'b'$；直线 DE 垂直于 V 面，则过 DE 上各点的投影线都与 DE 位于同一直线上，它与 V 面的交点，就是直线 DE 的正面投影 $d'e'$，称 $d'e'$ 积聚成一点或称直线的正面投影有**积聚性**。由此可见：不垂直于投影面的直线的投影，仍为直线；垂直于投影面的直线的投影，积聚成一点。

如图 2—7 所示，过直线 AB 上的点 C 的投影线 Cc' 必位于平面 $ABb'a'$ 上，故 Cc' 与 V 面的交点 c'，也必位于平面 $ABb'a'$ 与 V 面的交线 $a'b'$ 上；由于在平面 $ABb'a'$ 上，$Aa' \parallel Cc' \parallel Bb'$，所以

$$AC : CB = a'c' : c'b'.$$

又因过直线 DE 上点 F 的投影线 Ff' 也与 DE 位于同一直线上，则 f' 也积聚在 $d'e'$ 上。几何形体在同一投影面上的投影，称为同面投影。由此可见：直线上点的投影，必在直线的同面投影上；不垂直于投影面的直线段上的点所分割的线段之比，在投影之后仍保持不变。

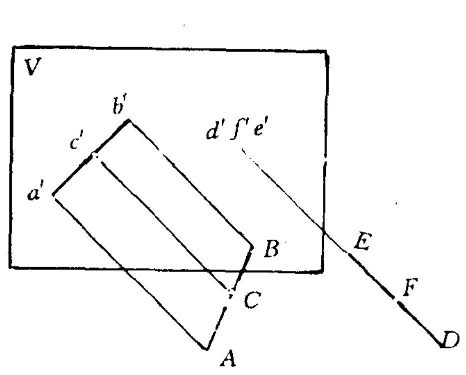


图 2—7

［**例 2—1**］　如图 2—8(a)所示，作出分线段 AB 为 3∶2 的点 C 的两面投影 c',c。