

Gong Lu Qiao Liang Hezai Heng
Xiang Fen Bu Ji Suan

公路桥梁荷载横向分布计算

第二版

李国豪 石洞 著

人 民 交 通 出 版 社

法，并论证了两种方法中刚度比例参数的相互转换关系。

中篇关于拱桥荷载横向分布的分析，一方面有上篇作基础，另一方面也难于用数例说明计算方法，故主要内容为理论演引。先在第十三章讨论单拱的内力与最不利荷载，接着在第十四章以此为依据分析单拱的变位与沿拱轴荷载的关系。进而在第十五章至第十七章演引多拱体系中单元拱的变位矩阵。截面变形柔度矩阵和荷载矩阵。在第十八章具体阐明拱桥荷载横向分布的计算之后，在第十九章介绍拱桥现场测试和模型试验对所演引的理论计算方法的验证。最后在第二十章演引实用近似计算方法。

为使书中介绍的方法便于实用，我们在下篇编制了：I、梁桥荷载横向分布影响线和分布系数的计算程序，II、梁桥荷载横向分布系数表和影响线表，III、拱桥荷载横向分布影响线计算程序，IV、板拱桥荷载横向分布影响线表。计算程序采用的是 Fortran 语言。

我们希望，本书增订之后的再版将对公路桥梁的工程设计、教学和科学研究进一步有所帮助，并希读者批评指正。

本书是著者从事这方面科学研究的结果。其中万国宏和黄东洲同志，还有项海帆、徐宝庆、陈文邨同志在关于拱桥这方面也做了许多工作。在编写初版和再版时还得到了学校内外各方面的热情帮助。谨在此表示深切谢意。

李国豪 石洞

1984年4月于同济大学

内 容 提 要

荷载横向分布计算对于公路桥梁设计是极为重要的内容。本书主要介绍作者在这方面的研究成果。书中从严密的力学原理出发, 演引出一套实用的计算方法。全书分上、中、下三篇。上、中篇分别论述了梁桥、拱桥的荷载横向分布计算方法, 并列举必要的算例; 下篇给出了横向分布计算的图表和有关的计算机程序。本书可用以解决常用桥型的结构计算问题。

本书可供从事公路桥梁的设计和科研人员以及有关专业的高等院校师生学习参考。

公路桥梁荷载横向分布计算

第二版

李国豪 石洞 著

人民交通出版社出版
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售
人民交通出版社印刷厂印

再 版 前 言

公路桥梁的荷载横向分布计算，作为空间内力计算的一种实用近似方法，是桥梁设计计算的一个重要部分。在这方面十分需要应用简便而又系统阐述，深入分析的书籍。因此，我们于1975年写出了本书“公路桥梁荷载横向分布计算”，以适应桥梁工程设计、教学和科学研究的需要。1977年初版问世以来受到各方面的欢迎，不久即行脱销，向隅读者纷纷要求再版。在修订本书再版时，除对初版的梁式桥荷载横向分布的内容勘正并略作修改外，新增了关于拱桥荷载横向分布的计算。现在全书包括三大部分：上篇为公路梁桥荷载横向分布计算、中篇为公路拱桥荷载横向分布计算、下篇为荷载横向分布计算程序和图表。

本书编写的方针是理论密切联系实际。一方面，我们以广泛应用的典型公路桥梁为对象，严格依据力学原理，演引切合实用的理论计算方法，并编制出相应的计算图表，且以具体数例说明方法与图表的应用。另一方面，我们以现场测试和模型试验的结果为依据，分析讨论所介绍的理论计算方法，阐明它的合理性和反映客观实际的程度，即以科学试验检验理论。在书中内容的编排和阐述方面，我们力求从易到难，从具体到抽象，并补充必要的基础理论，以适应具有专科毕业水平的读者。

上篇首先在第一章至第四章以典型桥梁数例说明公路梁式桥荷载横向分布计算方法，接着在第五章介绍和讨论梁桥荷载横向分布的模型试验结果。然后在第六章至第十二章阐述梁桥荷载横向分布的理论计算原理，其中在第六章补充关于梁的挠曲和扭转分析的基础知识。虽然本书主要阐述以主梁系为力学模式的分析原理，但也在第十章介绍了常用的按正交异性板模型的计算方

目 录

上篇 公路梁桥荷载横向分布计算

第 一 章	荷载横向分布计算方法概要	1
第一节	常用的公路梁式桥结构形式	1
第二节	荷载横向分布影响线和荷载横向分布系数	3
第三节	关于主梁内力的计算	10
第 二 章	铰接板、梁桥荷载横向分布计算方法	12
第一节	铰接板桥荷载横向分布计算示例	12
第二节	铰接板、梁桥荷载横向分布计算图表简介	18
第 三 章	刚接板、梁桥荷载横向分布计算方法	19
第一节	刚接 T 梁桥荷载横向分布计算示例	20
第二节	刚接箱梁桥荷载横向分布计算示例	31
第三节	整体式板桥荷载横向分布计算示例	36
第四节	刚接板、梁桥荷载横向分布计算图表简介	39
第 四 章	荷载横向分布的近似计算	41
第一节	板桥和箱梁桥荷载横向分布近似计算	42
第二节	铰接 T 梁桥荷载横向分布近似计算	43
第三节	关于按刚性横梁的荷载横向分布近似计算	44
第 五 章	梁桥荷载横向分布模型试验结果简介	45
第一节	梁桥模型试验简况	45
第二节	主梁弯矩分布	46
第三节	主梁挠度分布	52
第四节	主梁支承反力分布	55
第五节	关于荷载横向分布计算方法的模型试验小结	56
第 六 章	荷载横向分布计算原理概述	62

第一节	荷载横向分布的性质.....	63
第二节	求荷载横向分布影响线的方法.....	67
第三节	关于荷载横向分布计算方法的误差和适用性.....	69
第七章	梁的挠曲和扭转分析简要.....	71
第一节	梁的挠曲基本方程.....	71
第二节	用正弦级数计算简支梁挠曲的方法.....	74
第三节	梁的扭转基本方程和扭转变形计算.....	80
第四节	扭转剪应力和抗扭惯矩的计算.....	83
第八章	铰接板、梁桥荷载横向分布计算原理.....	87
第一节	基本假设和荷载横向分布影响线计算原理.....	88
第二节	铰接力的正则方程.....	91
第三节	铰接力和荷载横向分布影响线的计算.....	93
第九章	刚接板、梁桥荷载横向分布按梁系计算原理.....	95
第一节	超静定内力计算的正则方程.....	96
第二节	荷载横向分布的实用计算.....	99
第三节	关于内横梁化成等刚度桥面板的分析.....	101
第四节	整体式板桥按梁系计算的依据.....	104
第五节	边梁和内梁刚度不等的荷载横向分布计算.....	104
第六节	具有大边梁桥的荷载横向分布影响线计算示例.....	112
第七节	橡胶支座对荷载横向分布影响的分析.....	116
第十章	刚接板、梁桥荷载横向分布按板计算原理.....	121
第一节	各向同性板的挠曲微分方程.....	122
第二节	刚接梁桥化作正交异性板的挠曲微分方程.....	129
第三节	板的挠度计算方法.....	131
第四节	荷载横向分布的计算.....	134
第五节	按板和按梁系计算方法之间的关系.....	136
第十一章	内横梁弯矩的计算.....	139
第一节	内横梁跨中弯矩影响面模型试验结果.....	139
第二节	中横梁弯矩按梁系计算方法.....	143

第三节	中横梁弯矩计算示例.....	149
第十二章	各种体系的变截面的梁桥荷载横向分布近似 计算.....	151
第一节	主梁为变截面的简支梁桥.....	152
第二节	变截面悬臂梁桥.....	153
第三节	变截面连续梁桥.....	158
第四节	变截面框架桥.....	161
上篇参考文献		162

中篇 公路拱桥荷载横向分布计算

第十三章	拱桥荷载横向分布理论基础.....	164
第一节	概述.....	164
第二节	单拱的内力与最不利荷载.....	165
第三节	理论分析的简化.....	168
第十四章	单拱分析.....	169
第一节	单拱平面挠曲的基本方程.....	170
第二节	单拱的反对称平面挠曲.....	172
第三节	单拱的对称平面挠曲.....	175
第四节	单拱的扭转和侧向挠曲.....	178
第十五章	单元拱变位矩阵.....	182
第一节	超静定力形成的单元拱荷载.....	182
第二节	对应于超静定力的单元拱变位.....	184
第三节	反对称挠曲扭转的单元拱柔度矩阵.....	186
第四节	对称挠曲扭转的单元拱柔度矩阵.....	189
第十六章	单元拱的截面变形柔度矩阵.....	194
第一节	双曲单元拱截面变形柔度矩阵.....	194
第二节	工字形单元拱截面变形柔度矩阵.....	198
第三节	板拱的单元拱截面变形柔度矩阵.....	200
第十七章	单元拱的荷载变位矩阵.....	200
第十八章	拱桥荷载横向分布计算.....	204

第一节	多单元拱体系的超静定力的正则方程	204
第二节	拱桥的内力、变位和荷载横向分布影响线	205
第三节	固端拱的近似处理方法	206
第四节	拱上建筑的近似处理方法	207
第十九章	拱桥荷载横向分布的现场测试与模型试验结果简介	208
第一节	一座双曲拱桥的现场测试结果	208
第二节	一个工字形截面的拱桥模型试验结果	213
第二十章	拱桥荷载横向分布的实用计算	218
第一节	板拱桥荷载横向分布计算表格	218
第二节	非板拱桥的荷载横向分布的近似计算	223
中篇参考文献		227

下篇 荷载横向分布计算程序和图表

I.	简支梁桥横向影响线及分布系数计算程序	229
II.	拱桥横向影响线计算程序	241
III.	简支梁桥荷载横向分布系数和影响线表	260
一、	铰接板、梁桥荷载横向分布系数 (J_{mc}) 表	262
二、	铰接板、梁桥荷载横向分布影响线 (J_{η}) 表	271
三、	刚接板、梁桥荷载横向分布系数 (G_{mc}) 表	288
四、	刚接板、梁桥按比拟板法计算的荷载横向分布系数 (B_{mc}) 表	306
五、	刚接板、梁桥荷载横向分布影响线 (G_{η}) 表	312
✓ 六、	刚接板、梁桥横向弯矩影响线 (M_{η}) 表	447
IV.	板拱桥荷载横向分布系数和影响线表	495
一、	板拱桥荷载横向分布系数表 (A_{mc}) 表	495
二、	板拱桥荷载横向分布影响线表 (A_{η}) 表	508

上篇 公路梁桥荷载横向分布计算

第一章 荷载横向分布计算 方法概要

在这一章里，我们将结合我国实际首先介绍本书中作为分析对象的几种公路桥梁和城市道路桥梁的结构形式，主要是钢筋混凝土和预应力混凝土梁式桥。然后说明荷载横向分布、荷载横向分布影响线和荷载横向分布系数的意义。最后简述利用荷载横向分布系数来计算主梁活载内力的方法。

第一节 常用的公路梁式桥结构形式

常用的公路钢筋混凝土梁式桥，在桥孔方向的结构体系最多的是简支梁，其次是三孔式悬臂梁，再其次是连续梁。本书的论述主要针对简支梁桥，最后引伸于悬臂梁桥和连续梁桥，以及框架桥，见图1-1。

桥孔结构，在小跨度例如10m以下通常采用板桥：由预制的实心板或空心板（宽度1.0~1.5m）纵向铰接而成，称铰接板桥，或为现浇的整体式板桥。

跨度较大时，一般采用梁式桥，由主梁来支承桥面板。主梁的中心距离常为1.5~2.5m。它的截面形式为T形、I形或箱形，见图1-2。各个主梁截面多是相同的，但也有边梁不同的情形。在小跨度桥，主梁截面通常是沿桥不变的，在大跨度桥则多是变化的，例如梁高、腹板厚度或翼缘板厚度有变化。书中的分析以

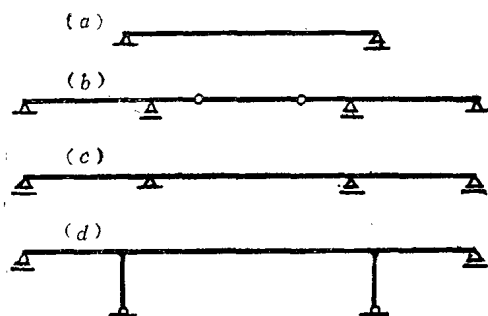


图 1-1

(a)简支梁；(b)悬臂梁；(c)连续梁；(d)框架

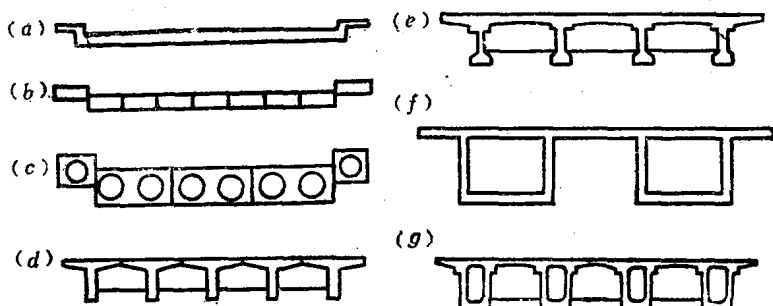


图 1-2

(a)整体式板桥；(b)铰接实心板桥；(c)铰接空心板桥；(d)T梁桥；(e)工梁桥；(f)、(g)箱梁桥

主梁等截面和变截面的为基础，引伸于边梁不同和沿桥跨变截面的情况。

桥道板结构有两种常用形式。在铰接 T 梁桥，相邻的预制 T 梁的翼缘是铰接的，桥面板为铰接悬臂板。另一种形式是与主梁刚接的沿桥宽为多跨的连续板。

梁桥中常在两端和跨间设置横梁，又称横隔梁或横隔板，用以加强桥孔结构的整体性，见图 1-3。但为了施工方便，也有不设内横梁，甚至在小跨度梁桥端横梁也不设的情形。

上述各种桥孔结构形式，在荷载横向分布计算中可以分成两

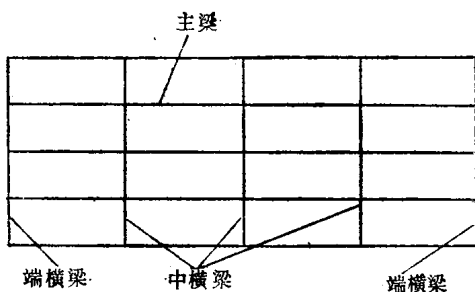


图 1-3

大类：(1)铰接板桥和无内横梁的铰接梁桥。(2)整体式板桥和刚接板梁桥，其中桥面板和主梁、横梁都是刚接的，有内横梁的铰接梁桥也属于此。本书中将按照这个分类来阐述两种计算方法，并以后者为重点。

第二节 荷载横向分布影响线 和荷载横向分布系数

在桥孔结构的设计计算中，例如简支梁桥，主要的内容是计算车辆荷载和人群荷载对主梁产生的弯矩 M 和剪力 Q ，前者是在桥跨中央截面处最大，后者则在靠桥端截面处最大。由于主梁一般地不是只有一根或两根，而是根数较多，并且和桥面板及横梁刚接起来了，要精确计算这种活载弯矩和活载剪力比较困难。所以在实际设计中采用了较为简便的近似方法，即所谓荷载横向分布法。下面举两个例子来说明这个方法。

例一 一座跨度 $l = 6.0\text{m}$ ，净宽 2.7m 的人行道桥，由两根预制钢筋混凝土梁上铺设预制钢筋混凝土板构成，截面如图 1-4 所示。人群荷载为 $p = 3\text{kN/m}^2$ 。现在来说明，按照荷载横向分布法怎样求主梁所受的人群荷载。

设桥上有一个行人荷载 P ，它与左边 1 号梁梁轴的距离为

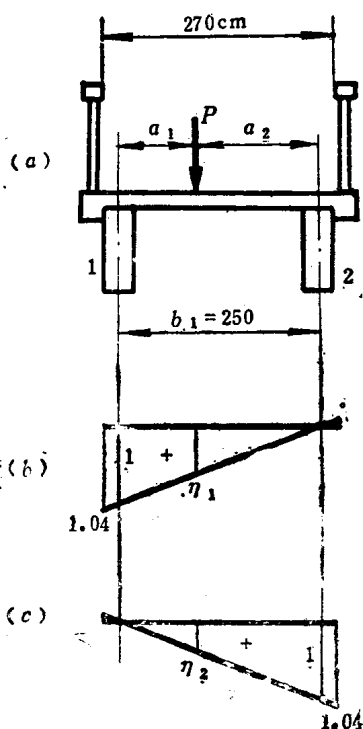


图 1-4

$a_1 = 1.0\text{m}$ 、与右边 2 号梁轴距离为 $a_2 = 1.5\text{m}$ ，见图 1-4。 P 通过桥面板传递到主梁 1 和 2。主梁所承受的就是两端为简支的桥面板的支承力：

$$P_1 = \frac{a_2}{b_1} P = \frac{1.5}{2.5} P = 0.6P$$

$$P_2 = \frac{a_1}{b_1} P = \frac{1.0}{2.5} P = 0.4P$$

这就是最简单的荷载横向分布：桥面板把荷载沿桥的横向分布传递给主梁，因为桥面板是两端简单支承于主梁上的，所以是按杠杆原理进行分布。

设想 $P = 1 \text{ kN}$ (千牛) ($10 \text{ kN} = 1 \text{ t}$) 依次作用在不同的位置, 例如 $a_1 = 0, 1.0, 2.5 \text{ m}$, 则得到 1 号梁受的荷载 $R_1 = 1, 0.6, 0 \text{ kN}$ 。把这些 R_1 作为竖坐标分别绘在各该 a_1 位置下面, 并连接起来, 便形成 R_1 的亦即主梁 1 的荷载横向分布影响线, 这是一根直线, 如图 1-4(b) 所示。同样可得到 R_2 的影响线如图 1-4(c)。本书将用 η 表示影响线的竖坐标。利用影响线可求得任意荷载 P 对主梁的横向分布

$$R_1 = \eta_1 P \quad R_2 = \eta_2 P$$

现在来求 1 号梁可能受到的最大人群荷载。它出现于当荷载横向分布影响线 R_1 为正号的桥宽上布满人群的时候, 其大小等于人群荷载强度乘荷载下的影响线面积 A_η , 即

$$\begin{aligned} \max R_1 &= A_\eta p = \frac{1}{2} \cdot 1.04 \cdot 2.6p \\ &= 1.352p = 1.352 \times 3 = 4.058 \text{ kN} \end{aligned}$$

上式表示, 主梁可能受到的最大人群荷载 (1、2 号梁相同) 等于一米桥宽的人群荷载的 1.352 倍。这个倍数 1.352 就叫做 人群荷载横向分布系数, 以后将用 m 来表示。

在荷载横向分布计算中, 我们假设一个集中荷载 P 横向分布给主梁 1 和 2 的荷载 R_1 和 R_2 也是集中荷载。实际上荷载 P 在桥面板上传递过程中被扩散了, R_1 和 R_2 不是集中荷载。为了简化主梁的内力计算, 我们略去荷载的这种沿桥跨扩散现象, 所得的内力计算结果是偏安全一边的。

例二 一座简支的钢筋混凝土梁桥, 跨度 $l = 14.0 \text{ m}$, 桥宽为净 - 7, 有五根相同的常截面 T 形主梁, 两根端横梁和三根内横梁。桥的截面见图 1-5(a)。我们以汽车荷载为例, 说明它的车辆荷载横向分布。

这里, 桥面板和横梁把五根主梁刚接成了一个整体的桥孔结构。桥上车辆荷载不论在桥宽上什么位置, 总是多少不等地使五根主梁受影响, 简单说就是出现荷载横向分布。模型试验与现场测试和理论分析都表明, 横向分布的大小与各主梁间的联接方式

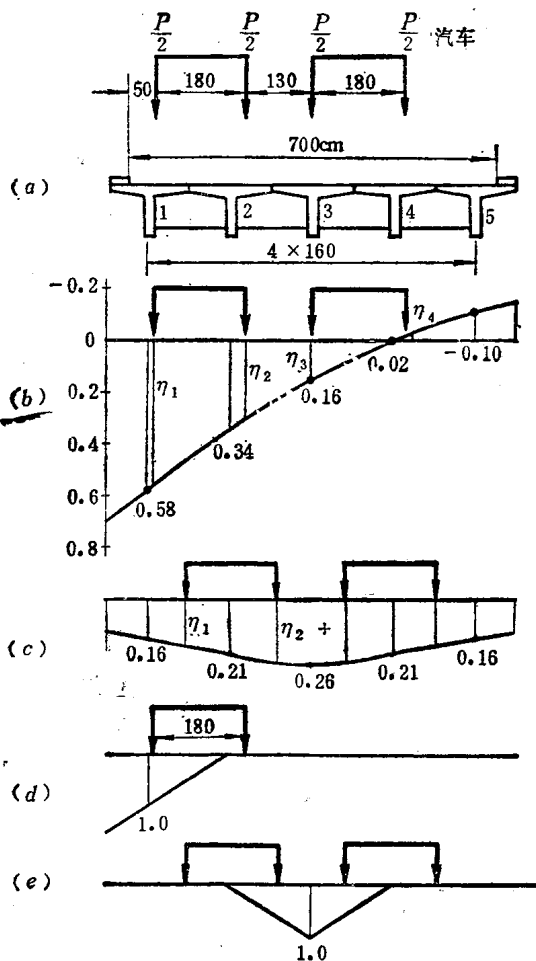


图 1-5

(铰接或刚接)有关, 与断面的抗弯刚度及抗扭刚度有关, 这些关系以后将详细讨论; 此外, 在这种桥上, 车辆荷载位于桥跨中央时的横向分布不同于它靠桥端时的情形, 或者说, 荷载横向分布是随着荷载沿桥跨的位置而有所不同的。前者对于求主梁最大弯矩起主要作用, 后者则对于求主梁的最大剪力居首要地位。下

面就分别说明跨中荷载横向分布和桥端荷载横向分布，以及它沿桥跨的变化。

一、跨中荷载横向分布影响线和横向分布系数

我们以 1 号边梁和 3 号中梁为例。这里不象前一个例子，主梁的跨中荷载横向分布影响线不能按杠杆原理，而是要用以后另行介绍的方法来求得。我们把 1 号梁和 3 号梁的跨中荷载横向分布影响线绘于图 1-5(b) 和 (c)。其中数字表示在 1, 2, ..., 5 号梁轴下的影响线竖坐标值，例如 1 号边梁的 0.58, 0.34, ..., -0.10。这些数字即为单位荷载 $P = 1 \text{ N}$ 分别作用在这些梁轴上时分布给 1 号梁的荷载数，其中最后一个具有负号，它表示 1 号梁受到的荷载不是向下（正）而是向上（负）的。中梁的荷载横向分布影响线则完全是正号而没有负号。这两个荷载横向分布影响线具有公路 T 梁桥的边梁和中梁的荷载横向分布影响线的一般特征。可以看出，二者的差别是很大的。

利用主梁的荷载横向分布影响线，可以求得车辆荷载和人群荷载使主梁可能受到的最大活载。以汽车荷载为例。设一辆汽车的轴压（前轴或后轴）为 P ，则轮压为 $P/2$ 。图 1-5(a) 表示出两列汽车荷载在桥孔中央时使 1 号主梁受到最大荷载时的位置（当最靠桥的左边时）。这时 1 号梁所受的荷载按图 1-5(b) 为 $\frac{P}{2}$ 乘其下的影响线竖坐标 $\eta_1, \dots, \eta_4$ 之和：

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{P}{2} (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4) \\ &= \frac{1}{2} (0.56 + 0.31 + 0.16 - 0.01) P \\ &= 0.51 P \end{aligned}$$

对于 3 号中梁，最不利的跨中汽车荷载位置则如图 1-5(c) 所示，它是左右对称的。这时 3 号梁受到的最大汽车荷载为：

$$R_3 = \frac{P}{2} \cdot 2(0.18 + 0.24) = 0.42P$$

上列计算表明，主梁所受的最大车辆荷载可以用一列车辆的荷载乘一个系数来表示。这个系数就叫做车辆荷载横向分布系数 m 。以后将 m 表示荷载在跨中的情况，并加用汽车、挂车、履带车、人群的第一个拼音字母 q 、 g 、 l 、 r 作用脚号，以区别荷载的种类。这里是

$$1 \text{ 号梁的} \quad m_{eq} = 0.51$$

$$3 \text{ 号梁的} \quad m_{eq} = 0.42$$

二者不相等，而且差别不小。

根据本例和前例对于车辆和人群荷载横向分布系数计算的介绍，我们可以写出下列计算公式：

$$\text{汽车或履带车} \quad m_q = \frac{1}{2} \Sigma \eta_i$$

$$m_l = \frac{1}{2} \Sigma \eta$$

$$\text{挂车} \quad m_g = \frac{1}{4} \Sigma \eta \quad (1-1)$$

$$\text{人群} \quad m_r = A_\eta$$

其中 $\Sigma \eta$ 表示所有轮压下的荷载横向分布影响线之和， A_η 表示人群荷载下的影响线面积。挂车的轴压分成四个轮压，所以 m_g 计算式中的分母为 4，而不是 2。

二、桥端荷载横向分布影响线和横向分布系数

桥梁设计中需要求出梁端截面 ($x=0$) 的支承力 A 和靠梁端截面 ($x=\Delta x$) 的剪力 Q_Δ 。就梁端荷载 P_ξ 横向分布而言，(ξ 表示荷载所在位置) η_Δ ($\xi=0$) 在理论上和试验中都比较容易从位于端横梁上的荷载 P_ξ ($\xi=0$) 的横向分布求出，而 η_0 ($\xi=\Delta \xi$) 则难于计算或在试验中量测。为了解决实际问题，我们近似地假设，当 Δx 和 $\Delta \xi$ 接近于零时 η_0 等于 η_Δ 。因此我们以支承力 A

的桥端荷载横向分布作为以后分析的依据。

在桥端，主梁不产生挠度、端横梁成为固定支承上的连续梁。它的支承力及其影响线即为主梁受的荷载及桥端荷载横向分布影响线。为了简化实际设计中的计算，可以把端横梁当作主梁之间的简支梁来分布桥端荷载。这样，参照图 1-4(b)和(c)，便得出 1 号梁和 3 号梁的桥端荷载横向分布影响线，如图 1-5(d)和(e)所示。

在主梁采用橡胶支座的情况，则端横梁成为弹性支承上的连续梁，主梁的荷载横向分布会均匀一些，以后另行讨论。

按图 1-5(d)和(e)表示的荷载横向分布影响线及最不利的汽车荷载位置，可算出 1 号梁和 3 号梁的桥端荷载横向分布系数。用 m_0 表示它，以便和跨中的 m_c 相区别。计算如下：

$$\text{1 号梁} \quad m_{0,q} = \frac{1}{2} \cdot 0.94 = 0.47$$

$$\text{3 号梁} \quad m_{0,q} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0.59 = 0.59$$

以上计算结果表明，不论对于 1 号梁或 3 号梁，汽车荷载横向分布系数在跨中 $m_{c,q}$ 和桥端 $m_{0,q}$ 都是不相同的。

三、荷载横向分布系数沿桥跨的变化

荷载横向分布系数沿桥跨变化的规律，根据我们在 T 梁桥模型上做的试验研究结果（见第五章第五节）对主梁的弯矩和剪力是不同的，而且和桥上内横梁的设置情况有关系。在实际计算中，对于主梁各截面的弯矩可以近似地在全桥跨都采用 m_c 。对于主梁剪力，则须考虑从 m_0 到 m_c 的变化，其近似做法如下。

以主梁左端或左半跨的 $\frac{l}{8}$ 、 $\frac{l}{4}$ 的剪力为例。在无内横梁或仅有一根中横梁的 T 梁桥，从桥左端的 m_0 到跨中的 m_c 取一根斜线，在右半跨一律取 m_c ，见图 1-6(a)。在有多根内横梁的情形，则从左桥端 m_0 到邻近的第一根内横梁 m_c 为斜线，其余都