高等学校试用教材

经典电动力学

孙景李 编

高等教育出版社

高等学校试用教材

经典电动力学

孙景李 编

高等教育出版社

内 容 提 要

本书是孙景李同志在南京大学授课时所用的讲稿整理修改而成．全书共分十二章：静电场；静电问题解法；稳恒电流磁场；随时间变化的电磁场；电磁场的性质；辐射场与电磁波；洛仑兹力的应用；电磁波的传播；电磁场与导电流体的相互作用；电磁场与媒质的相互作用；狭义相对论和运动带电粒子的辐射．每章末及本书末尾均附有相当数量的习题，讨论题和参考文献等．本书可作为高等院校物理类有关专业电动力学课程的教材，也可供研究生、教师和科研工作者参考．

高等学校试用教材

经典电动力学

孙景李　编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

上海市印刷三厂印装

*

开本 850×1168　1/32　印张 10.375　字数 247,000

1987年3月第1版　1987年5月第1次印刷

印数 00,000—4,180

书号 13010·01387　　定价 2.10元

写在前面

这本书是根据我在1958年到1985年期间在南京大学授课时所用的讲稿整理修改而成. 本书具有教科书的性质，适用于物理系和天文系的学生. 在本书中我的兴趣特别集中在阐述基本概念和基本理论方法方面. 注意引导读者把物理语言和数学语言完美地结合起来处理理论物理问题. 因为教学的目的不仅在于传授知识(这当然是必要的)，而尤其重要的在于培养学生的独立从事工作的能力。我也试图包含诸如粒子物理、天体物理、核物理以及固体物理各方面的应用. 读者可以根据自己的兴趣选读其中的某些部份. 本书的结构保证了读者们在作这样的选择时不会遭遇任何困难. 我在书末附加 360 个综合练习题，这些题目选自美国各大学博士生资格考试及历届 cuspea 考试的试题.

我特别感谢理科教材编委会和高等教育出版社我的前辈和同事们，他们对本书的修改工作提出了许多非常恳切，非常有价值的建议，并帮助我纠正了初稿中一些不恰当的地方. 我感谢我的同事冯致光教授、李正中教授和朱沛臣先生，他们对本书中的一些章节的处理与我进行了有益的讨论. 我还感谢高等教育出版社责任编辑在编辑加工过程中为本书电像法加进了一个非常好的解法. 这种一丝不苟认真负责的精神使我深受感动. 我也感谢陈金媛同志，她协助绘制了本书的全部插图，并且，其中一部份是由她设计的.

孙景李

1987 年 1 月丁南京

目　　录

第一章　静电场

第二章　静电问题解法

第三章　稳恒电流磁场

第四章　随时间变化的电磁场

第五章　电磁场的性质

第一章　静　电　场

1.1　静电相互作用、电场及其强度

电磁现象是从摩擦起电开始被发现的．人们注意到：经过摩擦的物体能吸引其他轻小物体．这种作用叫做**静电相互作用**(electrostatic interaction)．静电力具有“**同号电荷相互排斥，异号电荷相互吸引**”的规律性．而且，**在真空中两个静止点电荷之间的相互作用力与两个点电荷所带电量的乘积成正比，与它们之间距离的平方成反比；力的方向沿着两个点电荷的连线**．即

$$\boldsymbol{F}=k\frac{qQ}{r^3}\boldsymbol{r} \tag{1.1}$$

这一结论就是我们在《大学物理》课程中所熟悉的 Coulomb **定律**．式中 k 为一比例常数．它的取值决定于单位制的选择．在理论物理中，由于计算上的方便，我们惯于把基本量长度、质量和时间的单位依次选为厘米、克和秒．在这个基础上，再由 Coulomb定律来定出电量单位．我们规定：当两个等量的正电荷，在真空中相距为 1 厘米，而它们之间的斥力为 1 达因时，电荷所带电量(即电荷量)为 1 个**静电单位电量**，简称 1esu．这一简称是静电单位的英文名称 electrostatic unit 的缩写．这种以厘米，克，秒为基本单位，以静电单位电量为基本导出单位的单位制叫做**绝对静电单位制**．显然地，在绝对静电单位制中，(1.1)式的比例常数$k=1$．Coulomb 定律表述为

$$\boldsymbol{F}=\frac{qQ}{r^3}\boldsymbol{r} \tag{1.2}$$

这种电荷之间的相互作用力是通过所谓**电场**(electric field)来进行的. 空间一旦有电荷存在，就将在它的周围激发起电场. 而当另一个电荷被放在电场之中时，它就会受到电场的作用力. 实验结果表明：**电场对电荷的作用力与电荷的电量和电场强度的乘积成正比**. 即

$$F=\alpha qE$$

式中 E 代表**电场强度**(electric field intensity). 在绝对静电单位制中，我们规定：当 1esu 的电荷在电场中某点受力为 1 达因时，该点的电场强度为 **1 静电单位电场强度**，简称 1 esu. 显然，在静电单位制中比例常数 α 等于 1. 上式可写成

$$\boxed{F=qE} \tag{1.3}$$

(1.3)式是一个很重要的关系，它不仅适用于静电情形，而且也适用于非静电的一般情形. 比较(1.2)和(1.3)两式，我们很容易发现，静止点电荷 Q 在真空中各处所激发的电场强度为

$$E=\frac{Q}{r^3}r \tag{1.4}$$

为了明确起见，我们以后把激发场的电荷的位置叫做**源点**(source point)，并用带"ʹ"的坐标(x', y', z')表示；把欲求场的地点叫做**场点**(field point)，用不带"ʹ"的坐标(x, y, z)表示. 这样，场点与源点间的距离

$$r=(x-x')i+(y-y')j+(z-z')k$$

方向由源点指向场点. 在电磁场理论中必须注意分清场点与源点；任何混淆都将导致计算上的错误.

实验结果还表明，电场强度服从所谓**迭加原理**(principle of superposition)，**每一个电荷所激发的电场不因其他电荷的存在**

而改变；当空间有许多电荷同时存在时，空间各点总电场强度等于各个电荷在该点所激发的电场强度的矢量和．即

$$\boxed{E=\sum_i E_i} \tag{1.5}$$

必须指出：迭加原理并不是一个理所当然的结果．它反映了一个新的实验事实，即电的作用没有三体力存在．因而迭加原理是电场的一个基本性质，它是计算任意复杂电荷系统的总电场强度的理论基础．特别是，借助于它，我们可以计算真空中任意电荷分布所激发的电场强度．事实上，设有一连续电荷分布$\rho(x', y', z')$，存在于某一体积τ'之中，如图1.1所示．我们可以把体积τ'分成许多小体积元$\Delta\tau'_i$．每一个小体积元，特别是当它趋向于零时，可以看作是一个点电荷．于是，根据迭加原理，体积τ'内的电荷分布在P点所激发的静电场强度应该等于所有小电荷体积元在该点所激发的电场强度的矢量和，即

$$E=\sum_{i'}\frac{\rho(x'_i, y'_i, z'_i)\Delta\tau'_i}{r_i^3}r_i$$

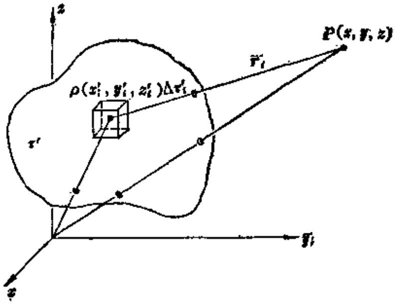

图 1.1

当 $\Delta\tau'_i \to 0$ 时，上式化为：

$$\boxed{\boldsymbol{E}(x, y, z) = \int \frac{\rho(x', y', z')}{r^3} \boldsymbol{r} d\tau'} \tag{1.6}$$

借助于(1.6)式，我们可以计算某些简单的电荷分布所激发的静电场强度. 下面的例子将说明这方面的应用.

〔例1〕 一均匀带电的无限长直导线，单位长度所带的电量，即电荷的线密度(line density)为 λ. 试求其周围空间各点的电场强度.

〔解〕 在理论物理中，坐标系统的选择是十分重要的. 一个适当的坐标系统的选择将大有助于减少计算过程的复杂性. 而问题的对称性则往往是选择坐标系统的重要依据. 在本例题中，由于问题的柱对称性质，采用柱坐标并选 z 轴沿导线方向显然是合适的. 又考虑到导线是无限长的，电场强度显然应该与 z 无关.

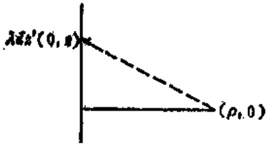

图 1.2

我们可以把坐标原点取在由场点到长直导线所作垂线的垂足上，如图 1.2 所示. 由图可见，场点与源点之间的距离

$$\boldsymbol{r} = \rho \boldsymbol{\rho}_1 - z' \boldsymbol{z}_1$$

这里 $\boldsymbol{\rho}_1$ 是沿场点矢径方向的单位矢量，$\boldsymbol{z}_1$ 是沿 z 轴方向的单位矢量. 注意到 $\rho(x', y', z') d\tau' = \lambda dz'$，由(1.6)式我们得到

$$\boldsymbol{E} = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho \boldsymbol{\rho}_1 - z' \boldsymbol{z}_1}{(\rho^2 + z'^2)^{3/2}} dz'$$

$$= \lambda \boldsymbol{\rho}_1 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho dz'}{(\rho^2 + z'^2)^{3/2}} - \lambda \boldsymbol{z}_1 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z' dz'}{(\rho^2 + z'^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\lambda}{\rho}\lim_{l\to\infty}\frac{z'}{(\rho^2+z'^2)^{1/2}}\boldsymbol{\rho}_1\Big|_{z'=-l}^{z'=l}=\frac{2\lambda}{\rho}\mathfrak{z}_1\ \hat{\rho}_1$$

即电场强度沿矢径方向，大小为$\frac{2\lambda}{\rho}$.

［例 2］ 求均匀带电圆盘中心轴线上一点的电场强度.

（解） 由于问题的柱对称性，我们选取柱坐标，并把坐标的原点选在带电圆盘的中心，圆盘的中心轴线选作 z 轴. 这样，源点的坐标为$(\rho', 0)$，场点的坐标为$(0, z)$，如图 1.3 所示. 于是我们有，场点与源点之间的距离

$$\boldsymbol{r}=-\rho'\boldsymbol{\rho}_1'+z\mathfrak{z}_1$$

这里 $\boldsymbol{\rho}_1'$ 是沿源点矢径方向的单位矢量.

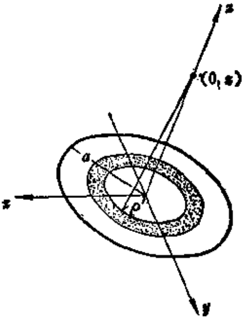

图 1.3

在理论物理中，研究某一类问题的一般性质，而不必涉及具体数字是常见的. 例如，本题的目的就是研究一个**均匀**带电圆盘中心轴线上电场强度的一般性质. 这里只要求圆盘上电荷密度是**均匀**的. 至于数值是多少，则不必事先给定. 在计算时可以用某一个符号，例如 σ，来表示它. 也就是说，可以假设均匀带电圆盘的电荷面密度 (surface charge density)为 σ. 于是，由(1.6)式，我们有

$$E(\rho, z)=\sigma\int\frac{-\rho'\boldsymbol{\rho}_1'+z\mathfrak{z}_1}{(\rho'^2+z^2)^{3/2}}\rho' d\rho' d\varphi'$$

上式的积分出现了非直角坐标中单位矢量作被积函数的情形. 这是一个值得注意的问题. 非直角坐标中的单位矢量不同于直角坐标中单位矢量. 直角坐标中沿坐标轴方向的单位矢量不但有固定

的大小1，而且它们的方向也是不变的，因而在积分过程中总可以简单地被拿出积分号外．然而，在非直角坐标系中，情况就不一样了．柱坐标系中的单位矢量 $\boldsymbol{\rho}_1$，$\boldsymbol{\varphi}_1$，球坐标系中的单位矢量 $\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{\theta}_1$、$\boldsymbol{\varphi}_1$ 的方向都不是固定的，而是与积分变量相关地变化的．因而，它们不能简单地被拿出积分号外，而必须把它们用直角坐标系中沿坐标轴方向的单位矢量表示出来．在本例的积分中，$\boldsymbol{z}_1$ 的大小和方向都是不变的，可以拿出积分号外；$\boldsymbol{\rho}_1$ 则不然，它与积分变量 φ' 相关而变化

$$\boldsymbol{\rho}_1'=\boldsymbol{i}\cos\varphi'+\boldsymbol{j}\sin\varphi'$$

将这一结果代入上式，简单的计算给出

$$\boldsymbol{E}(z)=2\pi\sigma\left(1-\frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}}\right)\boldsymbol{z}_1$$

这里 a 是圆盘的半径．

我们必须时刻记着，我们是在解物理问题，而不是进行单纯的数学计算．在解完一个问题后，从物理上来检查一下结果是否合理将是有益的．它可以帮助我们判断我们的出发点和计算过程是否有错误；也可以培养我们不需经过详细计算，而从物理上估计某些问题基本面貌的能力．后者对于一个理论物理工作者是十分重要的．本例的结果从物理上分析应该是电场强度沿 $\boldsymbol{z}_1$ 方向且随 z 的增加而减小．我们看到计算结果是和这两点相符的．这可以大致判断我们的计算没有错误．

［例3］ 计算一个均匀带电球壳在距球心为 r_0 处的电场强度，设已知球壳的半径为 a，电荷面密度为 σ．

（解） 除了选择球坐标并把球心选作坐标原点（如图1.4所示）外，利用这个问题的球对称性质还可以进一步简化计算．注意到在这个问题中电场强度也是球对称的，我们可以把场点先选在

z 轴上. 这样可以避免在算式中出现两个空间矢量间的夹角, 从而大大地简化计算. 于是, 场点和原点之间的距离为

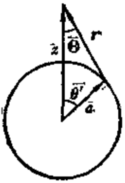

图 1.4

$$r = z\mathbf{z}_1 - a\mathbf{r}_1'$$

$$r^2 = a^2 + z^2 - 2az\cos\theta'$$

而电场强度

$$\boldsymbol{E} = \int \frac{\boldsymbol{r}\,\sigma\, a^2}{r^3} \sin\theta' d\theta' d\varphi'$$

$$= \sigma a^2 \int \frac{\sin\theta'}{r^3} (z\mathbf{z}_1 - a\boldsymbol{r}_1') d\theta' d\varphi'$$

注意到

$$\boldsymbol{r}_1 = \cos\theta' \mathbf{z}_1 + \sin\theta' \cos\varphi' \boldsymbol{i} + \sin\theta' \sin\varphi' \boldsymbol{j}$$

并对 φ' 进行积分, 我们得到

$$E = 2\pi\sigma a^2 \int \frac{1}{r^3} (z - a\cos\theta') \sin\theta' d\theta' \mathbf{z}_1$$

为了计算方便起见, 我们变换积分变量. 由图 1.4 可见

$$z - a\cos\theta' = r\cos\Theta$$

上式化为

$$\boldsymbol{E} = 2\pi\sigma\, a^2 \mathbf{z}_1 \int \frac{\cos\Theta \sin\theta'}{r^2} d\theta'$$

注意到

$$\cos\Theta = \frac{z^2 + r^2 - a^2}{2zr}, \quad rdr = az\sin\theta' d\theta'$$

上式化为

$$\boldsymbol{E} = \frac{\pi\sigma a^2}{z^2} \mathbf{z}_1 \int \left(1 + \frac{z^2 - a^2}{r^2}\right) dr$$

这里, 有必要分两个区域来讨论.

(i)球壳外区域：由于 r 总是要取正值，$z>a$，故积分限为 $z-a\sim z+a$

$$\mathbf{E}=\frac{\pi\sigma a}{z^2}\mathfrak{r}_1\int_{z-a}^{z+a}\left(1+\frac{z^2-a^2}{r^2}dr\right)=\frac{4\pi\sigma a^2\mathfrak{r}_1}{z^2}$$

我们忆及，为了简化计算，在开始时，我们把场点取在 z 轴上．所以上式中出现的 z 即场点的矢径．为了不失一般性，我们在计算完毕后必须换为场点矢径的一般记号，记作 r_0．于是我们得到

$$\boldsymbol{E}=Q\frac{\boldsymbol{r}_0}{r_0^3}$$

式中 $Q=4\pi a^2\sigma$ 为球壳的总电荷．

(ii)球壳内区域：$z<a$，积分限为 $a-z\sim a+z$

$$\boldsymbol{E}=\frac{\pi\sigma a^2}{z^2}\mathfrak{r}_1\int_{a-z}^{a+z}\left(1+\frac{z^2-a^2}{r^2}\right)dr=0$$

读者可以自行从物理上判断这些结果是否合理．

1.2 Gauss 定理

Gauss 定理所讨论的是通过某一闭合曲面 S 的电场强度 $\boldsymbol{E}$ 的通量流与此闭合曲面内所包围的总电荷的关系．考虑图 2.1．点电荷 q 位于闭合球面内的某一点．设以 r 表示由点电荷至曲面上某一点间的距离，$\boldsymbol{n}$ 代表曲面法线方向的单位矢量，dS 代表一个面积元．如果在曲面上某处该点电荷所激发的电场强度 $\boldsymbol{E}$ 与曲面法线方向之间的夹角为θ，则有

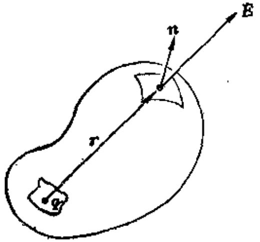

图 2.1

$$E\cdot dS = EdS\cos\theta = q\,d\Omega$$

式中 $d\Omega=\dfrac{dS\cos\theta}{r^2}$ 为面积元 dS 对点电荷 q 所张的立体角. 将上式对整个闭合曲面积分, 并注意到 $\boldsymbol{n}dS=d\boldsymbol{S}$, 我们得到通过闭合面 S 的电通量:

$$\oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=4\pi q$$

如果曲面内包围有许多电荷, 则有

$$\oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=4\pi\sum_i q_i$$

如果电荷在曲面以外, 那么曲面 S 对它所张的立体角将为零. 从而

$$\oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=0$$

综合上述, 我们看到, 如果某一闭合曲面 S 内所包围的总电荷为

$$Q=\int\rho(x',\ y',z')\,d\tau'$$

则我们有

$$\boxed{\oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=4\pi Q} \tag{2.1}$$

(2.1)式叫做 Gauss **定理**. 它不仅适用于静电情形. 实验结果还表明: **Gauss 定理也适用于非静电的普遍情形**. 这就告诉我们: 尽管Gauss 定理最初是从 Coulomb定律推出来的, 但它比仅对静电适用的 Coulomb 定律有着远为广泛的意义.

(2.1) 式是 Gauss 定理的积分形式. 利用矢量分析中**散度定理**(divergence theorem),我们不难将 Gauss 定理化成微分形式. 事实上, 由散度定理

$$\oint E \cdot dS = \int \nabla \cdot E d\tau$$

代入 (2.1) 式并注意到 $Q=\int \rho\, d\tau$，我们得到

$$\int (\nabla \cdot E - 4\pi\rho) d\tau = 0$$

由于这一方程对场中的任何一个曲面都成立，被积函数必须为零．从而，在场中的每一点我们有

$$\boxed{\nabla \cdot E = 4\pi\rho} \qquad (2.2)$$

(2.2)式就是 Gauss 定理的微分形式，它涉及的是电场强度 E 关于坐标的导数，而不是 E 的本身．

1.3 静电场的保守性质，电势

让我们来仔细地考察一下静电场的电场强度的最一般表式

$$E(x, y, z) = \int \frac{\rho(x', y', z')}{r^3} r d\tau'$$

由于 $\nabla \frac{1}{r} = -\frac{r}{r^3}$，上式可以改写成

$$E(x, y, z) = -\int \rho(x', y', z') \nabla \frac{1}{r} d\tau'$$

这里梯度中微分运算是对场点(x, y, z)进行的，因而可以被拿出积分号外．于是

$$E(x, y, z) = -\nabla \int \frac{\rho(x', y', z')}{r} d\tau'$$

定义