

择优 分配原理

——经济学和它的数理基础

► 茅于軾 / 著



商务印书馆

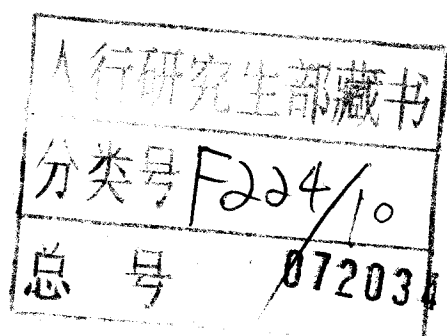
择优分配原理

——经济学和它的数理基础

茅于軾 著



072034



商务印书馆

1998年·北京

图书在版编目(CIP)数据

择优分配原理——经济学和它的数理基础/茅于軾著. —北京:商务印书馆, 1998

ISBN 7-100-02405-6

I. 择… I. 茅… II. 资源配置—数理经济学 IV.F205

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 00006 号

ZÉYŌU FÈNPÈI YUÁNLI

择优分配原理

——经济学和它的数理基础

茅于軾 著

商务印书馆出版

(北京王府井大街 36 号 邮政编码 100710)

新华书店总店北京发行所发行

民族印刷厂印刷

ISBN 7-100-02405-6/F·305

1998 年 2 月第 1 版	开本 850×1168 1/32
1998 年 2 月北京第 1 次印刷	字数 172 千
印数 5 000 册	印张 7 1/4

定价: 10.40 元

说 明

本书第一版于 1985 年由四川人民出版社出版,两次共印 74000 册,大约在 1989 年即已售罄。近年来经济类的大学生增加迅速,对本书的需求越来越大,故商务印书馆决定再次出版。

11 年后再来修改此书,深感我国经济改革的进展广泛而深刻,原书中举的许多例子今天已不存在。好在本书基本上是一本数理经济学的书,它的理论框架并未改变。修改中除了改正了原印本中的大量印刷错误,多数例子也作了重新举证,另外也补充了一些新的内容。作者欢迎读者对本书提出进一步的批评和建议,以期有机会再予修订。

茅 于 軾

1996.10 于北京天则经济研究所

经济学所用的思考方法

(代 序)

一个党，一个国家，一个民族，如果一切从本本出发，思想僵化，迷信盛行，那它就不能前进，它的生机就停止了，就要亡党亡国。

——邓 小 平

1 经济学算不上是一门古老的学问。人类经过漫长的自然经济时代，逐渐出现了专业化生产和分工，出现了交换和货币。在这个时候，社会的经济现象才被人注意，并开始成为研究的对象。如果将英国16世纪关于东印度公司与重金主义之间的争论^①作为研究经济现象的开始，则经济学的历史至今还不到400年；亚当·斯密出版他的不朽巨著《国富论》，^②从而为经济学的系统研究奠定基础，至今也刚满200年。我们知道牛顿和莱布尼茨于1670年前后几乎同时发明了微积分，开创了一个自然科学飞速发展并取得灿烂成就的时代。经济学的进展似乎没有那么顺利，虽然出现过像亚当·斯密和卡尔·马克思^③这样的天才，但经济学中

① 英国当时信用证券的使用还不发达，普遍用贵金属充当货币，而英国贵金属之生产极少，要靠外贸出超赚得金银。东印度公司不顾国内的需要，输出大量金银作为贸易基金，引起与重金主义者之间的争论。1601年 Gerard de Malynes 著有：Treatise on the Canker of England's Commonwealth。

② Adam Smith, 1723—1790, 英·苏格兰人, 1776年出版《国富论》即《国民财富的性质和原因的研究》(An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations)。

③ Karl Marx, 1818—1883, 德国人, 1867年出版《资本论》第1卷。

许多最基本的概念直到上个世纪末才逐渐确立起来。任何一门科学都要用到抽象和逻辑的思维方法,但经济学应用抽象和逻辑的思维方法却比起一般的自然科学格外困难。在上个世纪以前,经济学虽然普遍地使用归纳、比较和分析的方法,但基本上没有脱离以对历史现象的陈述和对规律的推测为主要方法。或者说,它一直不具备我们一般称之为科学形态的形式。直到大约 100 年以前,由于自然科学思维方法的巨大成就的影响,经济学开始转变了。19 世纪 70 年代初期,英国的杰文斯、奥地利的门格尔和瑞士的瓦尔拉斯独立地将微分方法导入经济学,引起了经济学的边际革命。最近 100 年来,数学和推理的方法不断渗入经济学,形成了作为经济理论基础的数理经济学。一向被认为属于社会科学的经济学,在数学工具的应用上,在其理论框架的条理化、逻辑化上,在其假定前提的简单明了上,越来越多地带上了传统上被认为只有自然科学才具有的特色。这种自然科学与社会科学的融合,或许可以看作是人类认识史上一个重要的转折。

2 自然科学方法,特别是数学方法何以能在经济学中起到如此重要的作用呢? 主要的原因大概有下列三点。首先,利用数学方法研究复杂现象,不论其推演过程如何冗长,丝毫也不会丧失其可靠性。而利用常识来推理,很快就会变得牵强附会,使人将信将疑,而这一点正是古典经济学中突出的一个弱点。由于数理经济学的建立,现代经济学家之间十分清楚他们的共同基础是什么,万一出现意见的分歧,沿着推理的思路逆流追溯,也很容易找到分歧的所在,能够明确什么是需要进一步研究的问题,这又使得讨论问题和探索问题的效率大大提高。其次,由于数学方法的客观性和严密性,当将它应用于经济现象的研究时,一切先入为主的偏见都将被检验并暴露出来。有些我们认为理所当然,其实应当加

以仔细检验的概念,数学将会帮助我们摆脱其影响。数学推理具有巨大的说服力,它能给人以信心。甚至最顽固的成见,也会在严密的逻辑面前节节败退。第三个原因是数学方法本身所提供的可能性。多变量微积分的理论特别适合于研究以复杂事物为对象的经济学。偏导数、全导数、全微分公式在数理经济学中是一些最基本的手段,当这些表达一旦被赋予经济学的含义时,复杂的事物就变得如此之清晰可辨,以致用不着任何多余的文字说明。尤其是数学规划理论可以说就是为了经济学而创立的。它研究在满足一系列约束之下能够获得极值的条件。经济学的基本任务也正是在遵守资源约束、生产技术约束的条件下,求得消费者使用价值的极大化。

经济学之应用数学,有两个不同的领域。一是研究经济量之间的关系,一是确定经济量的数值。前者是一门定性的科学,称为数理经济学,后者则是一门定量的科学,称为计量经济学。研究此量与彼量之间的消长关系,确定在达到最佳经济效果时必须满足什么条件,这些是数理经济学最经常的任务。计量经济学则以数理经济学的理论为指导,应用统计学的方法对各种经济量进行测算,这在制订经济政策,评价过去某一经济政策的效果,乃至检验数理经济学的理论是否正确,都是经常用得到的。本书将着重研究经济学的数理基础,也就是数理经济学方面的问题。

尽管数理经济学是一门定性的学科,但它所研究的量首先要明确的定义。产量、价格、收入、资产都是几百年前就为大家所熟悉的经济量。但效用,或者说一件消费品的使用价值却非常难于下一个确切的定义,许多经济学大师做过种种尝试,结果都失败了。这个谜直到 19 世纪末,建立了边际效用概念才算解开。一个量的确切定义往往对于学科的发展带有革命性的意义。1638 年伽利略定义了速度和加速度,在此之前人们只有直观的快和慢,至于加速

度则超越了当时常人所能理解的量的概念。如果没有速度和加速度就不会有力学,甚至不会有整个的物理学。1709年确定了华氏温标,从此冷和热的感觉可以定量,热学才得以建立。以后许多越来越抽象的量被确认:1865年克劳修斯定义了熵,1926年哈特莱定义了信息量。这些都为相关学科的发展奠定了基础,都是在科学史上堪称为里程碑的重大事件。这些量之被承认是经过学术界的反复斗争的,都不是一帆风顺的。效用是一个比信息甚至更为抽象的量,但只要我们不抱任何偏见,沿着它被确立的逻辑过程认真地思考,最终将发现它是经得起严格检验的。而一旦效用的“量”被确立,经济学的研究将呈现出新的面貌。

3 现在我们来讨论一下,什么是在研究经济问题时易于使我们误入歧途的地方。

获1970年诺贝尔经济学奖的保罗·A. 萨缪尔森在他的行销上百万册的《经济学》一书的开头说道:由于经济学研究的是人,而不是无生命的东西,因而在一定的意义上我们的条件比自然科学家有利。他们不能说:“假设我是水分子,在这种情况下,我该怎么办?”社会科学家,不管自觉不自觉,经常使用推测别人的心理状态这种有用的内省方法。

可是,正是因为我们经常用这种主观内省的方法去思考一个需要客观研究的事物,这里就为我们布置了一个容易落入的陷阱。

我国是一个社会主义国家,我们每个人既是消费者又是生产者。作为消费者,我们每天要计划自己的生活安排,为了有效地使用自己的有限收入,要对支出的分配作出决策。但作为一个生产者,我们每天面临的决策问题却少得多,因为绝大部分的生产过程都是重复地进行的,而且一项具体的生产决策的变化要经过很长的链才会表现出其效果。这就使得我们在观察一个经济问题时习

惯于站在一个精明的消费者的立场上。“严格执行物价政策，保护消费者的利益”是一个容易为广大消费者接受的口号，甚至也是物价政策制订人首要考虑的原则。可是我们不得不说，这个原则尽管正确，却是片面的。如果不谈生产者的利益，片面地突出消费者一方的考虑就给我们戴上了一副有色眼镜。这副眼镜滤掉了一切生产方面的信息，它促使决策人制订一个歪曲的价格政策，它妨碍消费者接受一个正确的价格，用一个片面性的口号来作宣传则更是危险的。

经济学是研究物质利益的学问，而物质利益几乎和每个人都有关系。即使在一个社会主义国家内，阶层之间，行业之间，消费者与生产者之间都存在着利益矛盾。作为一个经济学家应该尽可能客观^①地来分析和认识这些问题。这里给经济学家出了一道难题：他必须是一个超脱的凡人。其所以要超脱，因为他必须是客观公正的；其所以是凡人，因为他研究的就是物质利益。如果我们不能事先警惕自己，不要陷入偏袒某一方的立场，我们就易于不能自拔地误入歧途。凯恩斯在《就业、利息和货币通论》一书的最后写道：“经济学家和政治哲学家们的思想，不论它们是在对的时候还是在错的时候，都比一般所料想的更有影响力。的确，世界就是由它们统治着。”^②这里说的是流行或传统的观点如何主宰着人们的。如果再把研究人员的个人利害观点带进学术研究，我们将更难认识经济现象之间的客观规律。

物质利益只是人的行为动机的一个方面，而且是庸俗的一个

① 我们只能做到“尽可能”，这是因为怎样认识事物才算客观，这一点本身就需有主观判断。

② 不同的翻译版本有不同的表述。这段译文转摘自高鸿业译的萨缪尔森：《经济学》上册 22 页；徐毓枏所译凯恩斯：《通论》330 页是这样的：“经济学家以及政治哲学之思想，其力量之大，往往出乎常人意料。事实上统治世界者，就只是这些思想而已。”

方面(如果我们不计较这个词的贬义)。人为了自己的理想和信仰不但可以牺牲物质利益,甚至可以牺牲生命。因此人除了作为经济人而存在,同时又是阶级人、宗教人等等。不管我们叫它什么样的名称,经济人暗含着经济学只研究人的经济行为。因而有人说,经济学是研究人的庸俗行为的科学。然而并不存在清高(相对于庸俗而言)的经济学。如果人要建立清高的经济学,他只好自己离开经济学的研究领域。把一方面的行为动机从人的整体中分割出来,并且由此而建立了庞大的经济学理论体系,看来似乎是荒唐的。但是这种圈定一个合理范围进行单独的研究却又是科学赖以发展的重要方法,何况就经济学而言,物质利益的追求始终是人类历史前进的重大推动力。不论我们如何贬低这种行为,叫它庸俗也好,叫它自利也好,却没有一个人能摆脱这种行为动机,因为它是人类生存的根本。在力学分析中应用隔离体的概念,就是将研究对象从其周围环境中脱离出来,使其受力的状态清晰可见。如果没有隔离体的分析方法,最终我们将不得不把整个宇宙都牵连进来,这只能给我们一个混沌的模糊印象。在热力学中论证热力学第二定律时要用到孤立体系的概念,它要求我们设想一个和外界没有热交换的系统,尽管这样的系统根本不可能存在。经济学在研究人类的社会现象时所采用的这种方法一方面给经济学带来巨大的成功,同时也蕴含着自身的局限性。恩格斯在《反杜林论》的引论中写道:“形而上学的思维方式,虽然在相当广泛的、各依对象的性质而大小不同的领域中是正当的,甚至必要的,可是它每一次都迟早要达到一个界限,一超过这个界限,它就要变成片面的、狭隘的、抽象的,并且陷入不可解决的矛盾。”所以,在探究某些经济理论的推论和事实背离的原因时,在总结某一时期或某一地区经济增长的成败时,在研究经济政策时,必须注意到政治以及其他诸如宗教、文化等群众心理的巨大影响,否则我们很可能又会走入歧途,甚至怀疑演绎推

理得到的结果。

我们每个人都生活在现实的经济生活中,每人都有丰富的生产、消费、交换等经济实践的经验。可是经验并不会自动上升成为理论,凭着一己的经济实践的经验就自诩为经济学的行家里手,并且对现行政策夸夸其谈,发表似是而非的见解,这是经常可以见到的现象。即使是熟悉经济理论的经济学家,由于对每个复杂因素相对影响力的大小估计失当,也可能会作出错误的判断,虽然出于为人民谋福利的良好动机,却可能事与愿违。这类的例子中外古今是很多的,而且以后也还会发生。估计失当的错误是不可能完全避免的,但逻辑错误则应该可以避免。避免这一类错误的诀窍之一就是反方向来作估计。某种产品出口如果不利,那么进口必定有利;物价上涨如果于人民不利,那么降低必定有利;增加消费如果于整个经济周转不利,则增加储蓄必定有利。如果正反两个方向都是不利的,那么我们现在必定碰巧处在一个丝毫移动不得的最优点上。

4 经济学日益发展成一门依靠数学和依靠逻辑的科学。谈到经济理论就离不开数学公式和图表曲线,这从世界上有名的经济理论杂志,诸如《美国经济评论》和英国的《经济学家》可以见其一斑,其中几乎没有一篇文章不用到数学公式。从上个世纪末以来,在经济学方面有重要贡献的大师,几乎都在数学上有很高的造诣。微观经济学的集大成者马歇尔(1842—1924)毕业于剑桥大学数学系,他又有兴趣于分子物理学。现代宏观经济理论的奠基人凯恩斯同时又是一位数学家。获得首届经济学诺贝尔奖的丁伯根原是一个物理学家,与他同时得奖的弗瑞希毕业于经济系,但悉心研究纯粹数学达10年之久。其他19位得奖人中有不少就是因为数理经济学方面作出贡献而得奖的,其中如库普曼、康托罗维奇、德布勒,他们本身就是数学家。这说明经济学之借重于数学

确已成为时代的趋势。

作为经济理论基础的这门数理经济学在我国几乎还处于空白地位。全国几十所设有经济系的大学里,只有极个别的开设了数理经济学的选修课;几万名经济系的毕业生中大多数并不知道经济学需要依靠数学;迄今为止出版的数理经济方面的书犹如凤毛麟角。同时,国家的经济建设中有大量课题——投资评价,物价调整,税制设计,外贸管理,计划编制——都要用数理经济学的理论去观察、分析和解决。这种理论落后于实践的现象要求我们用极大的努力来纠正。中华民族决不是一个次等民族,无论在哪个学科领域里我们都会有足够的人才去追上甚至超越世界水平。在我国,“四人帮”被全国人民赶下台之后,迎来了科学的春天。振兴中华的理想在每个中国人的胸中激荡着,党中央号召在本世纪末生产翻两番的目标鼓励着全国人民奋发向前,改革和务实的精神大大地解放了人们的思想,提高经济效益正成为经济工作首要的考虑,这一切使得数理经济学有了迅速发展的前提。读者只要读完这本小册子,甚至只要认真读完其中任何一章就会发现,数理经济学是社会主义建设所必不可少的经济学,是建设用的经济学。

然而,这一门主要是在西方国家里发展起来的数理经济学并不是直接搬到我国来就可以应用的。社会制度不同,经济实践的经验不同,人们考虑经济问题的出发点不同,不结合我国的具体情况,生搬硬套,必定是害多利少。我们应该学习现代数理经济学中有用的部分,特别是利用数学推理的方法,结合讲求全社会经济效益的这一基本观点,建立我们自己的体系。我们要研究一系列社会主义制度下所特有的经济问题。例如:“有计划、按比例”中的计划和比例的客观依据是什么?全民所有制的企业之间盈亏都是国家的,价格还起什么作用?企业赚取利润是否有损于消费者?什么是真正的投机倒把等对社会经济有害的活动?其界限何在?在经济

体制改革放宽经济政策中哪些是首先应该放宽的？哪些是必须由国家管理控制的等等。这些问题中没有一个能从西方数理经济学的书中找到现成的答案，而它们又是社会主义建设中迫切需要答复的问题。基于以上的考虑，我们必须将已经相当成熟的现代数理经济学的体系加以改造。本书作为这方面的一个尝试，迈出了开始的一步。由于作者水平的限制，错误在所难免。宏观经济学中的问题，诸如货币理论、经济增长模型、总量均衡等问题本书完全没有涉及。

最后，希望不要造成一种误解，以为数理方法研究经济学是唯一的方法。事实上，不借助于数学表达，仅仅依靠通常的逻辑方法也可以掌握经济学的要义。正如不懂得数学也可以学会力学，不懂得五线谱也可以成为音乐家，不过这要求人们付出加倍的时间和精力。数理方法将帮助我们更有效、更准确、更精细地把握经济学的原理。这对于一切有志于学习经济学的同志确是一条捷径。因此我深信，阅读本书将节省您的时间，而不是浪费您的时间，这是符合经济学原则的一件事。

茅于軾

1983. 11

第一章 边际分析和收益递减律

一种科学只有在成功地应用了数学时,才算达到了真正完善的地步。

——马 克 思

1-1 产出函数和收益函数

从最广义的范围来理解投入和产出,研究二者之间的关系,这是经济学的一个最主要的内容,^①人类社会靠着生产才能生存,而生产的本质就是投入和产出的一个关系。将煤炭投入到发电厂,就产出电力;将农民的劳动投入于粮食种植,就得到粮食等等。同时生产的目的是为了消费,而消费也可看成是投入和产出的关系。这里投入的是灯光的照明,粮食做成的面包,还有演出的音乐舞蹈,医生的医疗等等,它们的产出都是同样的东西,这就是人们需要的满足。把消费也看成是投入产出的过程,有待进一步的解释。目前先将投入产出的关系限于生产领域,以后就会发现,这里的规律同样适用于消费。

仔细审查一下生产中的投入产出关系就会发现,它远非如此简单。光有煤炭是发不出电来的,还要有发电厂的设备、工人的劳动、机器运转的润滑油等成百上千种其他的投入。如果以 g (千瓦时)表示产出的电量, x (吨)表示投入的煤炭, y (元)表示电厂的设

① 此处所说的投入产出和“投入产出分析”或“部门间综合平衡法”不是一回事。

备价值, z (人·时)表示投入的劳动量等, 则可有

$$g = f(x, y, z, w, \dots) \quad 1-1$$

此处函数 f 不能理解为具有某一确切形式的函数, (1-1)式只是概括了这样一个事实, 即产出的电量取决于众多的投入量 $x, y, z, \dots$ 。的确, 函数 f 的具体形式我们一无所知。

更全面的考察还会发现, 仅有上述具体的投入还不足以生产出产品。因为从投入到产出需要有一段时间过程, 电厂必须有良好的管理制度(例如运煤的车皮到达时必须有人去卸车), 发出来的电必须有主顾, 或者说要有产品(以及原料)的市场信息等。因而有

$$g = f(x, y, z, w, \dots, \alpha, \beta, \gamma, \dots) \quad 1-2$$

虽然在多数研究投入和产出的关系时, 其他投入 α, β, γ 等常认为可以保证正常的生产, 因而不出现在函数 f 中, 但实际上它们有时会起十分重要的作用。

现在再考虑农业生产的一个例子, 用化肥 x 作为投入品, 生产的粮食 g 作为产出品。同时 y, z 为投入的土地量、劳动量等等, 仍旧会有:

$$g = f(x, y, z, \dots)$$

在粮食的生产中我们根本无法区别, 全部粮食 g 中有多少是化肥的贡献, 有多少是土地的贡献等等。也正如发电量中也无法区分出设备提供了多少电, 劳动又提供了多少电。因为产出是全部投入共同作用的结果, 缺了任何一项投入, 生产都会停顿。

但下面的问题却是有可能答复的, 即其他一切投入都不变时, 多用一斤化肥(或煤炭), 能多产多少粮食(或电能)。这个值可用一个偏导数 $\frac{\partial f}{\partial x}$ 来表示。而且很明确, $\frac{\partial f}{\partial x}$ 的值不但取决于已经投入的化肥量 x , 而且取决于其他投入品的数量, 设为 y_0, z_0 等, 因而 $\frac{\partial f}{\partial x}$ 仍

旧是 $x, y, z, \dots$ 的函数。 $\frac{\partial f}{\partial x}$ 就称为化肥对于粮食的边际产出,或者索性就叫化肥的边际产出或边际收益。

有了边际产出的定义,我们可以重新定义一个 $g(x)$:

$$g(x) = \int_0^x \frac{\partial f}{\partial x} dx \quad 1-3$$

这个 $g(x)$ 是当其他投入固定为 $y_0, z_0, w_0, \dots$ 时化肥投入量 x 与粮食产量 g 的关系。 $g(x)$ 称为化肥的**产出函数或收益函数**。(1-3)式说明,收益函数为一个偏导数的积分,用偏导数的积分来表示由于 x 的投入而得到的收益(它同时又表示了 x 的减少如何引起收益减少),是基于这样的理由,即同样的原因将发生同样的结果,不同的结果必定是原因不同所引起,当其他条件都未变化,仅仅 x 的投入量变化,此时收益的变化只能归功于 x 投入的改变。

很明显,当其他投入量改变为 $y_1, z_1, w_1, \dots$ 时,收益函数 $g(x)$ 将跟着变化。我们并不关心 $g(x)$ 将如何随着其他投入的变化而变化,我们关心的是在其他投入固定在某一水平时, g 如何随 x 而变。因而现在把 g 写成单是 x 的函数,表明了因 x 的投入而得到的产出。

对于 $g(x)$ 的具体形式虽然我们一无所知,但它的若干特点却易于得知。首先

$$g(0) = 0 \quad 1-4$$

这可从(1-3)式得到证明,因为积分的上下限都是 0,这说明当没有使用化肥时,由于化肥而生产出的粮食等于 0。(1-4)式说明 $g(x)$ 曲线经过原点。

其次

$$g(x) \geq 0 \quad 1-5$$

因为生产的粮食或电能不可能为负值。

第三,在我们感兴趣需要研究的经济活动中

$$\frac{dg}{dx} \geq 0 \quad 1-6$$

即投入必定有助于产出,或者说,增加投入必定能增加产出;减少投入则产出同样减少,即 dg 与 dx 符号相同。在 $\frac{dg}{dx}=0$ 的点上,依靠化肥增产粮食已达最高点,除非改变其他投入品的数量,否则粮食增产的潜力已经用完。如果继续增加化肥的投入,将使粮食反而减产,此时将有 $\frac{dg}{dx}<0$ 。这种情况并不是不可能发生,例如发电厂锅炉炉膛内填入的煤太多,以至不能正常燃烧;商店里售货员太多,工作互相妨碍等。但这种情况之缺乏效率十分明显,用不着研究,一眼就能看出。经济决策之有待我们研究的,都是在 $\frac{dg}{dx}>0$ 的情况。我们要判定化肥用量,电厂分配的煤量等应该是多少最具有经济效益,这些问题都是在 $\frac{dg}{dx}>0$ 的条件下发生的。

第四个特点关系到 $g(x)$ 函数二阶导数的性质,我们将专门来讨论它。

1-2 边际收益和收益递减律

$g(x)$ 的二阶导数的正负号存在三种可能性:大于、等于、小于零。结合(1-4), (1-5)两个特性, $g(x)$ 的图形可能如下图所示:图(1-1)中的(b)表明 $\frac{d^2g}{dx^2}=0$ 的情况,它意味着产出和投入是线性关系, $g(x)$ 是一条过原点的直线,只要投入增加,产出总是按同一比例增长。这种变化关系,无论对燃煤发电或对施肥种粮的投入产出都是不可能的。在其他我们可以想象得出的生产活动中,也找不到任何一个例子。其原因是当其他投入量不变时,它们将逐渐限制 x 投入所起的作用。譬如说,当土地面积不变时,在一定的空间内产